

Lista de exercicios de cálculo III(1^{ra} prova)

1. Resolva a equação diferencial a seguir, utilizando o método de separação de variáveis

(i) $(4y + yx^2)dy = (2x + xy^2)dx = 0$

(ii) $e^y \sin(2x)dx + (e^{2y} - y) \cos(x)dy = 0$

(iii) $(e^y + 1)^2 e^{-y} dx + ((e^x + 1)^3 e^{-x} dy = 0$

(iv) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 8}$

(v) $(e^x + e^{-x}) \frac{dy}{dx} = y^2$

(vi) $(1 + x^2 + y^2 + x^2 y^2)dy = y^2 dx$

(vii) $\sin(3x)dx + 2y \cos^3(3x)dy = 0$

(viii) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 2y - x - 2}{xy - 3y + x - 3}$

(ix) $(x + \sqrt{x}) \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{y}$

(x) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - 1}{x^2 - 1}$

2. Resolva a equação diferencial homogênea dada

(i) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 dx = x dy$

(ii) $y dx + x(\ln x - \ln y - 1)dy = 0$

(iii) $(y^3 + 2x^2 y)dx = 2x^3 dy$

(iv) $(x + \sqrt{xy}) \frac{dy}{dx} + x - y = x^{-1/2} y^{3/2}$

(v) $(x^2 e^{-y/x} + y^2)dx = xy dy$

(vi) $-y dx + (x + \sqrt{xy})dy = 0$

(vii) $y \frac{dx}{dy} = x + 4y e^{-2x/y}$

(viii) $x \frac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

(ix) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$

(x) $(x^2 + xy - 3y^2)dx - (x^2 + 2xy)dy = 0$

3. Verifique se a equação dada é exata. Se for, resolva.

(i) $(4y + 2x - 5)dx + (6y + 4x - 1)dy = 0$

(ii) $(x + y)^2 dx + (2xy + x^2 - 1)dy = 0$

(iii) $(\tan x - \sin x \sin y)dx + \cos x \cos y dy = 0$

(iv) $(1 - \frac{3}{x} + y)dx + (1 - \frac{3}{y} + x)dy = 0$

- (v) $x \frac{dy}{dx} = 2xe^x - y + 6x^2$
- (vi) $(e^x + y)dx + (2 + x + ye^y)dy = 0$
- (vii) $(y^3 - y^2 \sin x - x)dx + (3xy^2 + 2y \cos x)dy = 0$
- (viii) $(x + y)(x - y)dx + x(x - 2y)dy = 0$
- (ix) $(2y^2x - 3)dx + (2yx^2 + 4)dy = 0$
- (x) $(5x + 4y)dx + (4x - 8y^3)dy = 0$

4. Resolva a seguinte equação diferencial linear dada

- (i) $x^2y' + x(x + 2)y = e^x$
- (ii) $y' + 2xy = x^3$
- (iii) $(1 + x)y' - xy = x + x^2$
- (iv) $ydx + (xy + 2x - ye^y)dy = 0$
- (v) $xy' + (3x + 1)y = e^{-3x}$
- (vi) $y' + y = \frac{1 - e^{-2x}}{e^x + e^{-x}}$
- (vii) $xy' + 2y = e^x \ln x$
- (viii) $(x^2 + x)dy = (x^5 + 3xy + 3y)dx$
- (ix) $(1 - \cos x)dy + (2y \sin x - \tan x)dx = 0$
- (x) $xy' + (1 + x)y = e^{-x} \sin(2x)$

5. Encontre as trajetórias ortogonais da família de curvas dada .

- (i) $y = \frac{1}{c + x}$
- (ii) $y = e^{cx}$
- (iii) $2x^2 + y^2 = c^2$
- (iv) $y = (x - c)^2$
- (v) $cx^2 + y^2 = 1$
- (vi) $y = \frac{x}{1 + cx}$
- (vii) $y = \frac{c}{1 + x^2}$
- (viii) $x^2 - y^2 = c$
- (ix) $x^{1/3} + y^{1/3} = c$
- (x) $2x^2 + y^2 = 4cx$