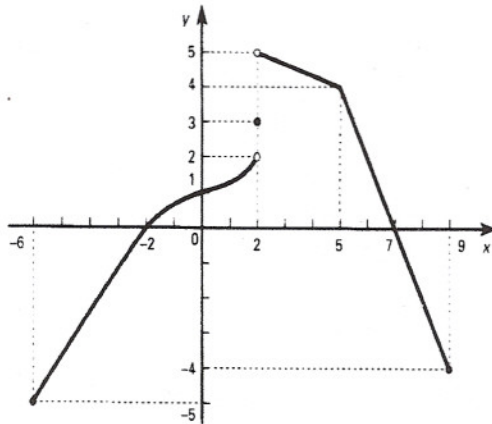


Lista de Exercícios de Calculo I – Limites e Continuidade

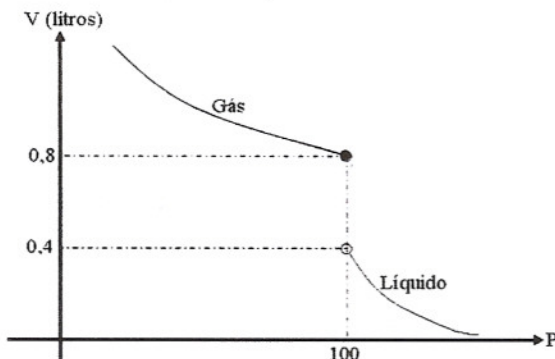
- 1) O gráfico a seguir representa uma função f de $[-6, 9]$ em $\mathbb{R}$. Determine:



- a) $f(2)$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$
d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ e) $f(-2)$ f) $f(7)$

- 2) Um gás (vapor d'água) é mantido à temperatura constante. A medida que o gás é comprimido, o volume V decresce até que atinja uma certa pressão (P) crítica. Além dessa pressão, o gás assume forma líquida. Observando a figura a seguir, determine:

- a) $\lim_{p \rightarrow 100^-} V$ b) $\lim_{p \rightarrow 100^+} V$ c) $\lim_{p \rightarrow 100} V$



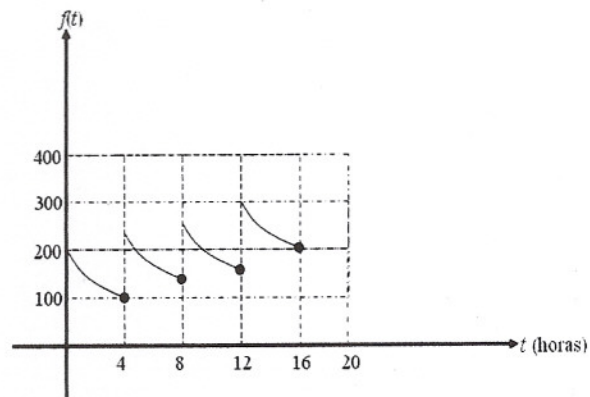
- 3) Dada a função f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{se } x < 1 \\ 2, & \text{se } x = 1 \\ 2 + x^2, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

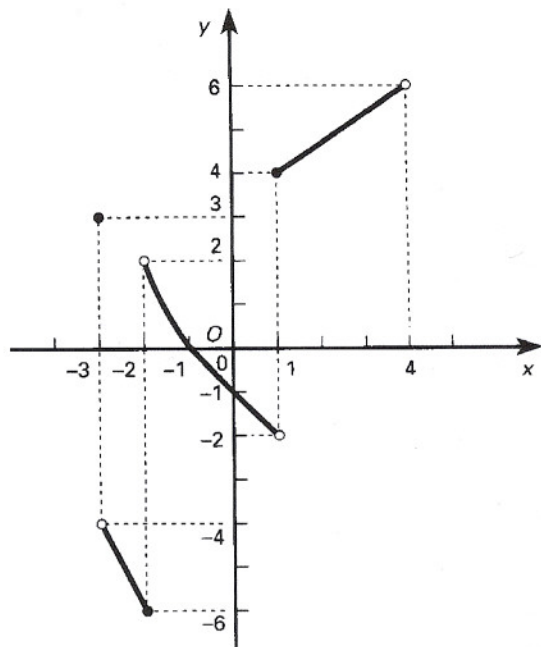
Esboce o gráfico de f e calcule o seu limite quando x tende a 1.

- 4) Um paciente em um hospital recebe uma dose inicial de 200 miligramas de um medicamento. A cada 4 horas recebe uma dose adicional de 100 mg. A quantidade $f(t)$ do medicamento presente na corrente sanguínea após t horas é exibida na figura a seguir. Determine e interprete:

- a) $\lim_{t \rightarrow 8^-} f(t)$ b) $\lim_{p \rightarrow 8^+} f(t)$



- 5) O gráfico a seguir representa uma função f de $[-3, 4[$ em $\mathbb{R}$. Determine:



a) $f(1)$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

6) Calcule o limite, se existir:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + x^2 + 5x + 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x^2 - 4x + 3)$

c) $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} (4x^3 - 2x^2 - 2x - 1)$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x - 4}{x^2 - 5}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2}$

f) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4 + x^3 - 5x^2 + 2x}{x^2 - x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^5 - 2x + 1}$

i) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{x - 6}$

j) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$

k) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^5 + 32}{x + 2}$

l) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 27}{x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 54x + 27}$

m) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 4}$

n) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$

o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 - \sqrt{4 - x}}$

p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - x}}$

q) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3 + x}}{x - 1}$

r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x + 1} - 1}$

s) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

t) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 - 3x + 2} - 2}{\sqrt{3x^2 - 5x - 1} - 1}$

7) Calcule os limites laterais, se existir:

a) $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{h^2 + 4h + 5} - \sqrt{5}}{h}$

b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} (x + 3) \left| \frac{x + 2}{x + 2} \right|$

$$c) \lim_{x \rightarrow -2^-} (x+3) \frac{|x+2|}{x+2}$$

8) Calcule os limites no infinito, se existir:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 3}{3x^2 - 4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 2}{5x^2 + 3}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x-3}{2x^2+6}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x+3}{2+x}}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - x$$

$$f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - x$$

$$g) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \sqrt{x^2+4}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$$

$$k) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^2$$

$$l) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3$$

$$m) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 + e^{\frac{1}{x}}\right)$$

$$n) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2+1)$$

$$o) \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^2-1)$$

$$p) \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2-1}$$

9) Se $4x-9 \leq f(x) \leq x^2-4x+7$ para $x \geq 0$,
encontre $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.

10) Se $2x \leq g(x) \leq x^4 - x^2 + 2$ para todo x ,
encontre $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

11) Encontre as assíntotas verticais e horizontais das funções abaixo:

$$a) y = \frac{1}{x-1}$$

$$b) y = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$$

$$c) y = \frac{x+4}{x+3}$$

$$d) y = \frac{x}{x^2-1}$$

12) Calcule o limite:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} 2^x$$

$$g) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_3 x$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$i) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln x$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} 2^{4x-1}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln 2x$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} 2^{\sin x}$$

$$k) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 1} 3^{\frac{4x^5-2x^3+2x}{2x^3-x+1}}$$

$$l) \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{\frac{1}{2}} x$$

13) Mostre que:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{4}{x}} = e^{12}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = e^2$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{e}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{4x}{7}\right)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{4}{7}}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{\pi}\right)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\pi}}$$

14) Calcule os seguintes limites:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+2}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{x+1}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \pi} (1 + \sin x)^{\frac{1}{\sin x}}$$

15) Calcule os limites abaixo:

$$a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(2+x)}{x+1} \quad (\text{Fazer } x+1 = u)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(3+x)}{x+2} \quad (\text{Fazer } x+2 = u)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\sin x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)^2}{x}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x^3}{x-1}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\cos \sec x} \\ (\text{Fazer } \sin x = u)$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1+x}{5}\right)^{\frac{1}{x-4}}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^x - 1}{5^x - 1}$$

(dividir por x Num. e Den.)

$$j) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$$

$$16) \text{ Seja } f(x) = \begin{cases} 3-x, & x < 2 \\ \frac{x}{2}, & x > 2 \end{cases}$$

$$a) \text{ Determine } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \text{ e } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

b) Existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$? Se existe, qual é? Se não, por quê?

$$c) \text{ Determine } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \text{ e } \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x).$$

d) Existe $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$? Se existe, qual é? Se não, por quê?

17) Determine o limite das funções trigonométricas, se existirem:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \cos \frac{1}{x}$$

$$b) \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta}{\cos \theta}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{5x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} \right)$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x - \sin \pi}{x - \pi}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{2x^2}$$

$$g) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(3t)}{2t}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(3x)}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{x}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x)}{x}$$

$$k) \lim_{t \rightarrow \pi^+} \frac{\sin(t)}{t - \pi}$$

18) Ache os limites $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, caso existam.

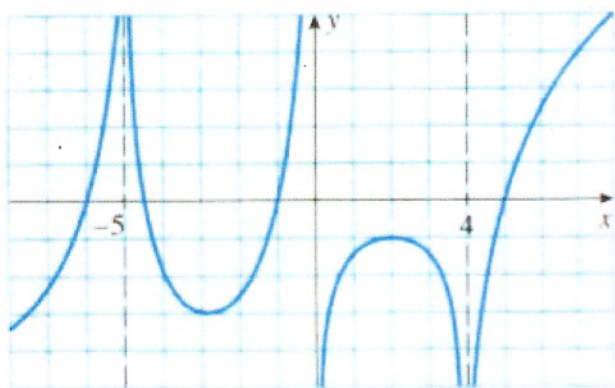
$$a) f(x) = \frac{|x-4|}{x-4}; a = 4$$

$$b) f(x) = \frac{|x+5|}{x+5}; a = -5$$

$$c) f(x) = \frac{1}{x+8}; a = -8$$

19) Para a função representada graficamente na Figura a seguir, determine, se existir, cada item abaixo. Caso não exista, justifique.

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
d) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$
g) $f(4)$ h) $f(0)$ i) $f(-5)$



20) Calcule os seguintes limites laterais:

- a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x^2-4}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x-2}$ c) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x}{x-4}$
d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x^2-4}$ e) $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x+6}{x^2-36}$ f) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{x^2-9}$

21) Seja $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{se } 1 < x < 2 \\ 2, & \text{se } x = 2 \end{cases}$

- a) Quais são o domínio e a imagem de f ?
b) Em que pontos c existe $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$?
c) Em quais pontos existe apenas o limite à esquerda?
d) Em quais pontos existe apenas o limite à direita?

22) Calcule

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5x^3 - 3x^2 - 2x - 1)$
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^5 - x^4 + 2x^2 - 1)$
c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^4 + 2x^2 - 1)$
d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^4 + 5x^2 + 8)$
e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^3 + 3x - 2)$
f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2 + 3x - 2)$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + x - 1}{x^2 + x - 3}$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1}$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x^2 - 3}$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2x + 1}{9x^3 - 5x^2 + x - 3}$

k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 8}{4x^5 - 8x + 7}$

l) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 2x^2 + 1}{x + 7}$

m) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^3 - x^3}$

n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3x+2)^3}{2x(3x+1)(4x-1)}$

o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x + 1}$

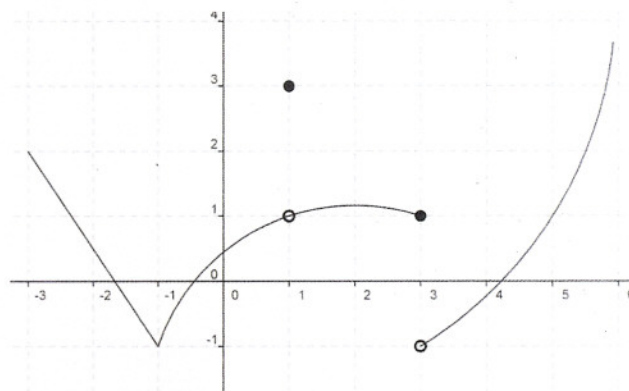
p) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x + 1}$

q) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{\sqrt{x^4 + 1}}$

r) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{\sqrt{x^4 + 1}}$

23) Responda:

- a) Do gráfico de f mostrado abaixo, diga os números nos quais f é descontínua e explique por quê.
b) Para cada um dos números indicados na parte (a), determine se f é contínua à direita ou à esquerda, ou nenhum deles.



24) Esboce o gráfico de uma função que é contínua em toda parte, exceto em $x=3$ e é contínua à esquerda em $x=3$.

25) Esboce o gráfico de uma função que tenha descontinuidade de salto em $x=2$ e um descontinuidade removível em $x=4$, mas seja contínua no restante.

26) Se f e g forem contínuas, com $f(3)=5$ e $\lim_{x \rightarrow 3} [2f(x) - g(x)] = 4$, encontre $g(3)$.

27) Use a definição de continuidade e propriedades dos limites para demonstrar que cada uma das funções abaixo é contínua em um dado número a .

a) $f(x) = x^2 + \sqrt{7-x}$, $a=4$

b) $f(x) = (x+2x^3)^4$, $a=-1$

c) $f(x) = \frac{2x-3x^2}{1+x^3}$, $a=1$

28) Explique por que a função é descontínua no número dado a . Esboce o gráfico da função.

a) $f(x) = \ln|x-2|$, $a=2$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & \text{se } x \neq 1 \\ 2, & \text{se } x = 1 \end{cases}$, $a=1$

c) $f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{se } x < 0 \\ x^2, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$, $a=0$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x^2-1}, & \text{se } x \neq 1 \\ 1, & \text{se } x = 1 \end{cases}$, $a=1$

e) $f(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{se } x < 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \\ 1-x^2, & \text{se } x > 0 \end{cases}$, $a=0$

29) Para quais valores da constante c a função f é contínua em $(-\infty, \infty)$?

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x, & \text{se } x < 2 \\ x^3 - cx, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

30) Encontre os valores de a e b que tornam f contínua em toda parte.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{se } x < 2 \\ ax^2 - bx + 3, & \text{se } 2 < x < 3 \\ 2x - a + b, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

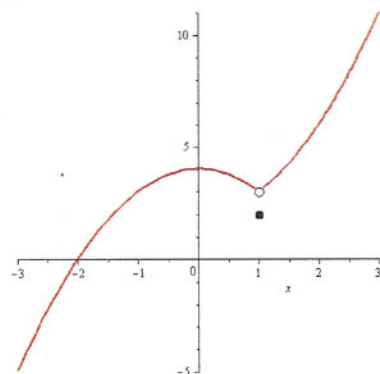
Respostas

11)

1) a) 3 b) 2 c) 5 d) não existe e) 0 f) 0

2) a) 0,8 b) 0,4 c) não existe

3)



$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$$

4) a) 150 b) 250

5) a) 4 b) -2 c) 4

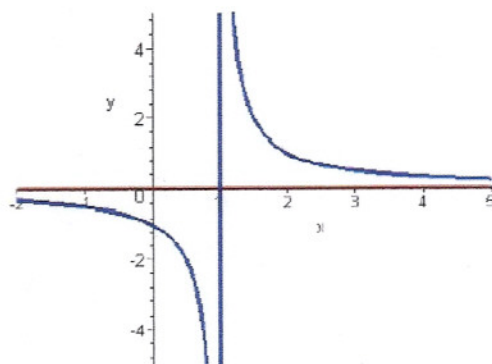
6) a) 8 b) 4 c) $-5-6\sqrt{2}$ d) 5
 e) -3 f) -6 g) -2 h) $-1/3$
 i) 12 j) -2 k) 80 l) 2
 m) 0 n) 4 o) 4 p) $2\sqrt{2}$
 q) $-1/4$ r) 2 s) $4/3$ t) $5/14$

7) a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ b) 1 c) -1

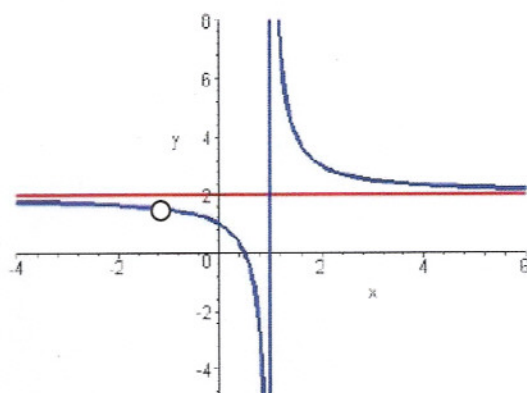
8) a) $1/3$ b) 0 c) 0 d) 2 e) 0
 f) 1 g) 0 h) 2 i) $+\infty$ j) 0
 k) 1 l) 1 m) 4 n) $+\infty$ o) $+\infty$
 p) 0

9) 7 10) 2

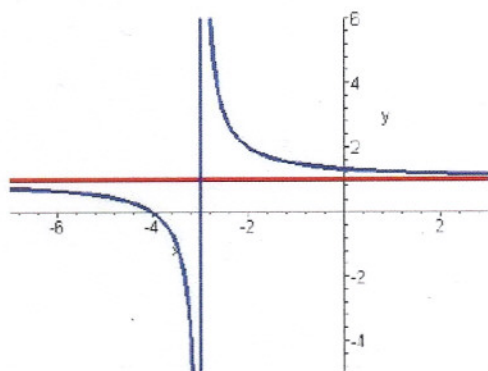
a) horizontal: $y = 0$
 vertical: $x = 1$



b) horizontal: $y = 2$
 vertical: $x = 1$

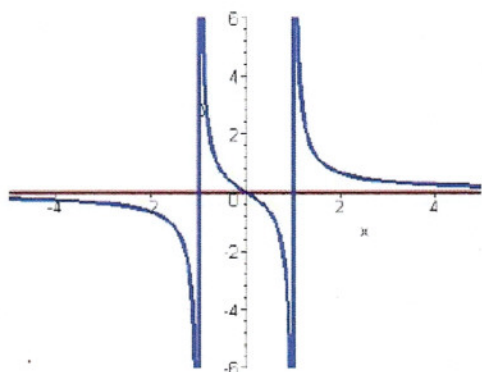


c) horizontal: $y = 1$
 vertical: $x = -3$



d) Verticais: $x = 1$ e $x = -1$

horizontal: $y = 0$



- 12) a) $+\infty$ b) $+\infty$ c) 1 d) 8
e) $\sqrt{2}$ f) 6 g) $+\infty$ h) $-\infty$
i) $+\infty$ j) $-\infty$ k) $-\infty$ l) $+\infty$

- 14) a) e b) e^3 c) e^{-1} d) e^5 e) e

- 15) a) 1 b) 1 c) $1/\log_2 e$ d) 1 e) 2
f) 3 g) e h) $\sqrt[5]{e}$ i) $1/\log 5$
j) e^2

- 16) a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ e $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$
b) Não existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, pois os limites laterais são diferentes
c) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 3$ e $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 3$
d) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 3$, pois os limites laterais são iguais.

- 17) a) 1 b) 0 c) $1/5$ d) 1 e) -1
f) 0 g) $3/2$ h) $2/3$ i) 0 j) 0
k) -1

- 18) a) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -1$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$
b) $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = -1$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow 5} f(x)$
c) $\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = -\infty$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow 8} f(x)$

- 19) a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) não existe
d) $-\infty$ e) $-\infty$ f) não existe

g) não existe

i) não existe

h) não existe

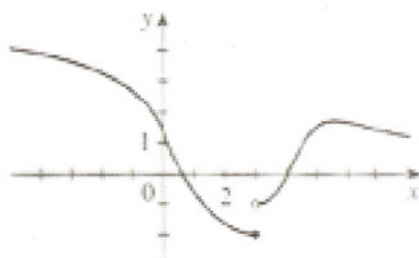
j) não existe

- 20) a) $-\infty$ b) ∞ c) $-\infty$
d) ∞ e) ∞ f) ∞

- 21) a) $D(f) = [0, 2]$ e $\text{Im}(f) = [0, 1] \cup \{2\}$
b) $0 < c < 1$ e $1 < c < 2$
c) $c = 2$
d) $c = 0$

- 22) a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) $-\infty$ d) $+\infty$
e) $+\infty$ f) $-\infty$ g) $+\infty$ h) 2
i) 0 j) $1/3$ k) 0 l) $+\infty$
m) $1/3$ n) $9/8$ o) 1 p) 1
q) 2 r) 2

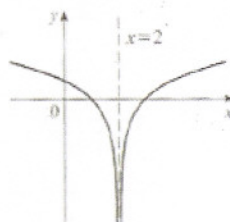
24)



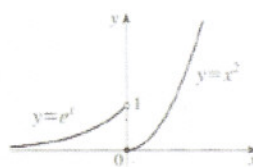
- 26) $g(3) = 6$

- 28) a) c)

$f(2)$ não está definido.

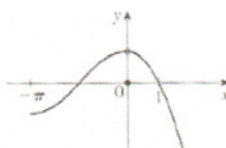


$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ não existe.



e)

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$



- 29) $c = 2/3$

- 30) $a = b = 1/2$