

Lista de exercícios de cálculo III
TRANSFORMADA DE LAPLACE:

1. Use a definição da transformada de laplace para calcular $\mathcal{L}\{f(t)\}$

(i) $f(t) = 3$

(ii) $f(t) = e^t$

(iii) $f(t) = te^{4t}$

(iv) $f(t) = \begin{cases} 2t + 1, & \text{se } 0 \leq t < 1 \\ 0, & \text{se } t \geq 1 \end{cases}$

TRANSFORMADA DE LAPLACE INVERSA:

2. Use a tabela de transformada inversa de laplace para encontrar a transformada inversa pedida

(i) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{(s+2)^2}{s^3}\right\}$

(ii) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{10s}{s^2 - 25}\right\}$

(iii) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s-3}{(s-\sqrt{3})(s+\sqrt{3})}\right\}$

(iv) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+4)(s+2)}\right\}$

TEOREMAS DE TRANSLAÇÃO E DERIVADAS DE UMA TRANSFORMADA :

3. Encontre $F(s)$ ou $f(t)$ como indicado

(i) $\mathcal{L}\{e^{2t}(t-1)^2\}$

(ii) $\mathcal{L}\{e^{-t}\sin^2 t\}$

(iii) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{(s+1)^2}\right\}$

(iv) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{(s+1)^2}{(s+2)^4}\right\}$

(v) $\mathcal{L}\{(3t+1)\mathcal{U}(t-3)\}$

(vi) $\mathcal{L}\{\cos(2t)\mathcal{U}(t-\pi)\}$

(vii) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-\pi s}}{s^2+1}\right\}$

(viii) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-2s}}{s^2(s-1)}\right\}$

TRANSFORMADA DE LAPLACE DE DERIVADAS, INTEGRAIS E FUNÇÕES PERIÓDICAS:

4. Encontre a transformada de laplace da função dada sem resolver a integral

(i) $\mathcal{L}\{t^2 * t^4\}$

(ii) $\mathcal{L}\{1 * e^{-2t}\}$

5. Encontre a transformada de laplace inversa da função dada

(iii) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s+1)(s-2)}\right\}$

(iv) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s+1)^2}\right\}$

6. Encontre a transformada de laplace da função periódica dada

(v).....(pag 393) exercicio 31.

(vi).....(pag 394) exercicio 33.

APLICAÇÕES DA TRANSFORMADA DE LAPLACE:

7. Use a transformada de Laplace para resolver a equação diferencial dada sujeita às condições iniciais indicadas. Quando apropriado, escreva f em termos de funções degrau unitário.

(i) $y' + 4y = e^{-4t}, \quad y(0) = 2$

(ii) $y'' - 4y' + 4y = t^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$

(iii) $y'' - 4y' + 4y = t^3 e^{2t}, \quad y(0) = y'(0) = 0$

(iv) $y' + y = f(t), \quad \text{com } y(0) = 0 \text{ e } f(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq t < 1 \\ -1, & \text{se } t \geq 1 \end{cases}$

(v) $y'' + y = f(t), \quad \text{com } y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \text{ e } f(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq t < \pi \\ 1, & \text{se } \pi \leq t < 2\pi \\ 0, & \text{se } t \geq 2\pi \end{cases}$