Universidade Federal do Paraná

Setor de Ciências Exatas

Departamento de Matematica

Prof. Juan Carlos Vila Bravo

2^{da} prova de Álgebra Linear ("Uma ponte para o futuro")

Curitiba, 18 de Maio de 2016

1. Seja $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ a transformação linear dada por :

$$T(x,y,z) = (x - y - z\ ,\ x + y + z\ ,\ 2x - y + z\ ,\ -y).$$

   (i) Encontre uma base e a dimensão do $N(T)$.

   (ii) Encontre uma base e a dimensão da $Im(T)$.

2. Seja a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(x,y,z) = (z\ ,\ x+y)$.

   (i) Considerando $A = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$ uma base do $\mathbb{R}^3$ e $B = \{(1,0),(1,-1)\}$ uma base do $\mathbb{R}^2$, encontre $\Big[T\Big]_B^A$

   (ii) Usando a matriz $\Big[T\Big]_B^A$ da questão $2(i)$, encontre as coordenadas $\Big[T(u)\Big]_B$ sabendo que as coordenadas de u em relação à base canônica do $\mathbb{R}^3$ são $(1,-2,1)$.

3. Ache uma base ortogonal para o subespaço S de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores $u = (2,0,0,0)$, $v = (1,3,3,0)$, $w = (3,-3,-3,0)$.

4. Considere o subespaço vetorial $S = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4;\ x + y = 0 \text{ e } 2x + z = y\}$ com o produto interno usual de $\mathbb{R}^4$. Determine $S^{\perp}$, uma base e sua dimensão.

5. Seja o operador $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $T(x,y,z) = (x - 2y, -2x + y, -z)$.

   (i) Ache todos os autovalores e uma base de cada autoespaço do operador T.

   (ii) Existe uma base de $\mathbb{R}^3$ que diagonalize o operador T ? Qual é esssa base?