DETERMINANTES – Prof. Jomar

Definições: Dada uma matriz quadrada A, de ordem n, define-se:

1) Cofator ou Complemento Algébrico de um elemento a_{ij}, como $(-1)^{1+j}$ multiplicado pelo menor complementar correspondente. Indicaremos o cofator de a_{ij} por A_{ij};
2) Menor Complementar do elemento a_{ij} é o determinante obtido retirando-se a linha i e a coluna j da matriz A;

3) Determinante de A como:
a) um único número (ou função) que está associado à matriz A, que denotaremos por det(A);
b) a soma algébrica de todos os seus n! possíveis produtos elementares;
c) c.1) se n =1, o determinante de A é igual ao seu único elemento;
c.2) se n > 1, o determinante de A é a soma dos produtos dos elementos da primeira linha pelos seus respectivos cofatores.

EXERCÍCIOS

1. Resolva a equação: $\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & x \end{vmatrix} = 0$.

2. Calcule o cofator do elemento a_{22} da matriz A = $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

3. Obter os valores reais de x para os quais o determinante de A seja positivo.

$$A = \begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

4. Calcule o determinante por meio da definição c.2:

$$D = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 0 \end{vmatrix}.$$

5. Obter os determinantes:

$$A = |-2|; B = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}; C = \begin{vmatrix} 2^6 & 2^4 \\ 2^4 & 2^3 \end{vmatrix}; D = \begin{vmatrix} \text{sen}75^0 & \text{sen}15^0 \\ \cos 75^0 & \cos 15^0 \end{vmatrix}; E = \begin{vmatrix} a^2 & a \\ b^2 & b \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

6. Sendo x≠0 e y, respectivamente, os determinantes das matrizes: $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{bmatrix}$, então, y/x vale:

7. O determinante da matriz $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, em que $2a = e^{x} + e^{-x}$ e $2b = e^{x} - e^{-x}$, é igual a:

8. Resolver as equações:

a) $\begin{vmatrix} \text{sen}x & 1 \\ 0 & \cos x \end{vmatrix} = 0$; b) $\begin{vmatrix} \log x & 2 \\ 1 & \log x^{2} \end{vmatrix} = 0$

9. Calcule os determinantes:

a) $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; b) $B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \\ 3 & 6 & 8 \end{vmatrix}$; c) (A-B); d) A+B; e) A.B; f) B.A

10. Resolva a equação: $\begin{vmatrix} x & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 0.$

11. O valor de x que torna nulo o determinante $\begin{vmatrix} x^{2} & px & p^{2} \\ 2x & p+x & 2p \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ é:

12. Indicando por A_{ij} o cofator do elemento a_{ij} do determinante D= $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

calcule o valor de: $M=a_{12}.A_{11} + a_{22}.A_{21} + a_{32}.A_{31}$.