

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES E DETERMINANTES

1) Considere o sistema linear:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + \mathbf{a} &= 3\end{aligned}$$

Para que valores de \mathbf{a} o sistema tem uma única solução?

2) Use o método de Gauss-Jordan para resolver o sistema a seguir:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 &= 0\end{aligned}$$

3) Considere o sistema linear:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 3x_3 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 3 \\ x_1 + 3x_2 + \mathbf{a}x_3 &= \mathbf{b}\end{aligned}$$

- Para que valores de \mathbf{a} e \mathbf{b} o sistema tem uma infinidade de soluções?
- Para que valores de \mathbf{a} e \mathbf{b} o sistema é impossível?

4) Considere o sistema linear:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 0 \\ -x_1 + x_2 + \mathbf{b} &= 0\end{aligned}$$

Para que valores de \mathbf{b} o sistema tem infinitas soluções?

5) Calcule o determinante das matrizes:

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$D = \begin{vmatrix} 25 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 34 \\ 32 & 0 & 87 \end{vmatrix}$$

c)

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 67 & 5 & 0 \\ 44 & 21 & 9 \end{vmatrix}$$

6) As matrizes A e B , quadradas de ordem 3, são tais que $B = 2.A^t$, onde A^t é a matriz transposta de A.

Se o determinante de B é igual a 40 , então quanto é o determinante da matriz inversa de A ?

7) Seja a matriz A de ordem n onde $a_{ij} = 2$ para $i = j$ e $a_{ij} = 0$ para $i \neq j$.

Se $\det(3A) = 1296$, então quanto vale n ?

8) Sejam A e B matrizes $n \times n$. Prove que o produto AB é invertível se e somente se A e B são ambas invertíveis.

9) Seja A uma matriz invertível. Mostre que:

$$\det(A^{-1}) = 1 / \det(A).$$