Monitora Juliana Dubinski

LISTA DE INTERVALO DE CONFIANÇA E TESTE DE HIPÓTESES

EXERCÍCIO 1 (INTERVALO DE CONFIANÇA PARA MÉDIA)
Suponha que X represente a duração da vida de uma peça de equipamento. Admita-se que 100 peças sejam ensaiadas, fornecendo uma duração de vida média de $\bar{x} = 501{,}2$ horas. Suponha-se que σ seja conhecido e igual a 4 horas, e que se deseje obter um intervalo de confianças de 95 por cento para a média μ.

Solução:

Nesse caso, encontra-se o seguinte intervalo de confiança para $\mu = E(X)$:

$(1-\alpha) = 0{,}95$, temos $Z_{0{,}975} = 1{,}96$
Então $Z_{0{,}975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96 * \frac{4}{10} = 0{,}784$

Portanto, os limites do intervalo de confiança são:

LI= 501,2 – 0,784 = 500,41
LS= 501,2 + 0,784 = 501,98

$$\boldsymbol{IC_{0,95} = (500{,}41; 501{,}98)}$$

OBS: Cabe uma observação. Ao afirmar que (500,41 ; 501,98) constitui um intervalo de confiança de 95% para μ, não estaremos dizendo que 95 % das vezes a média amostral cairá naquele intervalo. A próxima vez que tirarmos uma amostra aleatória, $\bar{x}$ presumivelmente será diferente e, por isso, os extremos do intervalo de confiança serão diferentes. Estaremos afirmando que 95% das vezes, μ estará contido no intervalo.

EXERCÍCIO 2 (INTERVALO DE CONFIANÇA PARA MÉDIA)
Dez mensurações são feitas para a resistência de um certo tipo de fio, fornecendo os valores $X_1, X_2 \ldots X_{10}$. Suponha-se que $\bar{X} = 10{,}48$ ohms e $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(X-\bar{X})^2} = 1{,}36$ ohms. Vamos supor que X tenha distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ e que desejemos obter um intervalo de confiança para μ, com coeficiente de confiança 0,90. Portanto, $\alpha = 0{,}10$.

Solução:

Das tábuas da distribuição t encontraremos que $t_{9;095} = 1{,}83$.

Consequentemente o intervalo de confiança procurado será:

$$t_{9;095}\frac{\sigma}{\sqrt{(n-1)}} = 1{,}83 * \frac{1{,}36}{\sqrt{9}} = 0{,}8296$$

Portanto os limites do intervalo são:

LI = 10,48 – 0,8296 = 9,65
LS = 10,48 + 0,8296 = 11,31

$$\boldsymbol{IC_{0,90} = (9,65\,;11,31)}$$

EXERCÍCIO 3 (INTERVALO DE CONFIANÇA PARA DIFERENÇA DE MÉDIAS)
Um processo industrial usa uma ferramenta fabricada de aço tipo A, da qual uma amostra de 10 unidades apresentou vida média de 1400 horas e desvio-padrão de 120 horas. A mesma ferramenta passou a ser fabricada com aço tipo B e um lote de 20 unidades apresentou vida média de 1200 horas e desvio-padrão de 100 horas. Desde que o processo de fabricação da ferramenta não mudou, pode-se supor idênticos os desvios-padrão das populações de cada amostra. Determinar o intervalo de confiança a 95% para a diferença entre as médias das populações de ambos os tipos de ferramenta.

<u>Solução:</u>

Tem-se $(1-\alpha) = 0{,}95$.

Para tipo A

$$m = 10,\ \bar{x} = 1400, sx = 120$$

Para tipo B

$$n = 20,\ \bar{y} = 1200, sy = 100.$$

Portanto, $m + n - 2 = 28$

Segundo a tabela da distribuição $t - student$ para $\nu = 28$ e $^{\alpha}/_{2} = 0{,}025$, $t = 2{,}048$.

Calculam-se agora os limites,

Limites= $(\bar{x}-\bar{y}) \pm t_{(\alpha/_2,(m+n-2))}\sqrt{\frac{(m-1)S_x{}^2+(n-1)S_y{}^2}{(m+n-2)}}\sqrt{\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}$

$$LI = (1400-1200) \pm 2{,}048\sqrt{\frac{(10-1)120^2+(20-1)100^2}{(10+20-2)}}\sqrt{\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)}$$

$LI = 115{,}32$

$LS = 284{,}68$

Assim, $115{,}32 \le (\mu x - \mu y) \le 284{,}68$ para coeficiente de confiança 95%.

$\boldsymbol{IC_{0,95} = (115{,}32\,;284{,}68)}$

EXERCÍCIO 4 (INTERVALO DE CONFIANÇA PARA DIFERENÇA DE MÉDIAS)

Um engenheiro civil tenciona medir a força compressiva de dois tipos de betão. De duas amostras aleatórias independentes de 10 elementos dos dois tipos resultaram:

Tipo I 3250 3268 4302 3184 3266 3297 3332 3502 3064 3116
Tipo I I 3094 3268 4302 3184 3266 3124 3316 3212 3380 3018

Considerando que as amostras provêm de populações normais com desvio padrão igual a 353 e 363, respectivamente, determine um intervalo de confiança de 95% para a diferença entre os valores esperados das duas populações.

__Solução:__

Tem-se $(1-\alpha) = 0{,}95$.

Para tipo A

$m = 10,\ \bar{x} = 3358{,}1\,,sx = 353$

Para tipo B
$n = 10,\ \bar{y} = 3316{,}4, sy = 363$

Portanto, $m + n - 2 = 18.$

Segundo a tabela da distribuição $t - student$ para $v = 18$ e $^{\alpha}/_{2} = 0,025$, $t = 2,101$

Calculam-se agora os limites,

Limites= $(\bar{x} - \bar{y}) \pm t_{(^{\alpha}/_{2},(m+n-2))}\sqrt{\frac{(m-1)S_x{}^2+(n-1)S_y{}^2}{(m+n-2)}}\sqrt{\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}$

$$LI \ = (3358,1 - 3316,4) \pm 2,101\sqrt{\frac{(10-1)353^2+(10-1)363^2}{(10+10-2)}}\sqrt{\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)}$$

$LI \ = \ -294,69$

$LS \ = \ 378,09$

Assim, $-294,69 \ \leq \ (\mu x \ - \ \mu y) \ \leq \ 378,09$ para coeficiente de confiança 95%.

$\boldsymbol{IC_{0,95} = (-294,69\,;378,09)}$

EXERCÍCIO 5 (INTERVALO DE CONFIANÇA PARA PROPORÇÃO)
Examinadas 500 peças de uma produção, encontrou-se 260 defeituosas. Construir um intervalo de confiança a 90 % para a verdadeira proporção de peças defeituosas.

<u>Solução:</u>

Temos $n = 500;\ x = 260\ e\ (1-\alpha) = 90\%$

Assim, a proporção na amostra é $p = \frac{x}{n} = \frac{260}{500} = 0{,}52$. O valor da abscissa $Z_{\alpha/2}$ pode ser obtido da tabela como sendo 1,645. Substituindo tais valores na fórmula encontramos:

$$P\left(0{,}52 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}52(1-0{,}52)}{500}} \le p \le 0{,}52 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}52(1-0{,}52)}{500}}\right)$$

E portanto,

$$IC_{0,90} = (48{,}32\,;55{,}68)$$

EXERCÍCIO 6 (INTERVALO DE CONFIANÇA PARA PROPORÇÃO)
Um teste realizado com 280 pessoas consistia em “adivinhar” em qual das mãos (ambas fechadas) do pesquisador estava uma moeda. Em 44% das tentativas a identificação foi correta da mão selecionada.

<u>Solução:</u>

Temos $n = 280;\ p = 0{,}44\ e\ (1-\alpha) = 95\%$

Assim, a proporção na amostra é $p = 0{,}44$. O valor da abcissa $Z_{\alpha/2}$ pode ser obtido da tabela como sendo 1,96. Substituindo tais valores na fórmula encontramos:

$$P(0{,}44 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}44(1-0{,}44)}{280}} \le p \le 0{,}44 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}44(1-0{,}44)}{280}})$$

E portanto,

$$IC_{0,90} = (0{,}381\,;0{,}498)$$

EXERCÍCIO 7 (INTERVALO DE CONFIANÇA PARA VARIÂNCIA)

O peso de componentes mecânicos produzidos por uma determinada empresa é uma variável aleatória que se supõe ter distribuição Normal. Pretende-se estudar a variabilidade do peso dos referidos componentes. Para isso, uma amostra de tamanho 11 foi obtida,cujos valores em grama são:

98 97 102 100 98 101 102 105 95 102 100

Construa um intervalo de confiança para a variância do peso, com um grau de confiança igual a 95%.

<u>Solução:</u>

Temos que $n = 11$, $\bar{x} = 100$ e

$$s^2 = \sum_{i=1}^{10} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{10} = \frac{4 + 9 + \cdots + 4 + 0}{10} = 8$$

Pela Tabela da Distribuição Qui-Quadrado com 10 graus de liberdade, temos que $Q_{0,025}$ = 3,25 e $Q_{0,975}$ = 20,48. Assim,

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{X^2{}_{(\alpha/2)(n-1)}} ; \frac{(n-1)S^2}{X^2{}_{(1-\alpha/2)(n-1)}} \right)$$

$$\left(\frac{10 * 8}{20{,}48}, \frac{10 * 8}{3{,}25} \right)$$

$$IC_{0,975} = (3,90 ; 24,61)$$

EXERCÍCIO 8 (INTERVALO DE CONFIANÇA PARA VARIÂNCIA)

Em uma fábrica, uma amostra de 30 parafusos apresentou os seguintes diâmetros (em mm):

10 13 14 11 13 14 11 13 14 15
12 14 15 13 14 12 12 11 15 16
13 15 14 14 15 15 16 12 10 15

Supondo que os diâmetros sejam aproximadamente normais, obtenha um intervalo de confiança para o diâmetro médio de todos os parafusos produzidos nessa fábrica, usando o nível de significância de 2%. Para facilitar a solução do exercício, você pode usar os seguintes resultados:

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 401 \qquad \sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 5443$$

<u>Solução:</u>

Temos que, $n = 30$, $\bar{x} = 401$. Agora basta calcular s^2.

$$s^2 = \frac{1}{(n-1)}\left[\sum_{i=1}^{30} x_i^2 - \bar{x}^2\right] = \frac{1}{29}\left[5443 - \frac{401^2}{30}\right] = 2{,}86$$

Pela tabela Distribuição Qui-Quadrado com 29 graus de liberdade, temos que $Q_{0,01} = 14{,}25$ e $Q_{0,99} = 49{,}58$. Assim,

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{X^2{}_{(\alpha/2)(n-1)}};\frac{(n-1)S^2}{X^2{}_{(1-\alpha/2)(n-1)}}\right)$$

$$\left(\frac{29 * 2{,}86}{49{,}58},\frac{29 * 2{,}86}{14{,}25}\right)$$

$$\boldsymbol{IC_{0,975} = (1,67\,;5,82)}$$

EXERCÍCIO 9 (TESTE DE HIPÓTESE PARA MÉDIA COM VARIÂNCIA CONHECIDA)

Na indústria cerâmica, avalia-se sistematicamente a resistência de amostras de massas cerâmicas, após o processo de queima. Dessas avaliações, sabe-se que certo tipo de massa tem resistência mecânica aproximadamente normal, com média 53 MPa e variância 16 MPa². Após a troca de alguns fornecedores de matérias- primas, deseja-se verificar se houve alteração na qualidade. Uma amostra de 15 corpos de prova de massa cerâmica acusou média igual a 50 MPa. Qual é a conclusão ao nível de significância de 5 %?

Solução:

Realizaremos um teste bilateral, porque antes de a amostra ser observada, não sabíamos se a resistência deveria ser maior ou menor que 53. Assim,

$H_0: \mu = 53\ MPa$
$H_1: \mu \neq 53\ MPa$

Cálculo da estatística do teste:

$$z = \frac{(x-\mu) * \sqrt{n}}{\sigma} = \frac{(50-53) * \sqrt{15}}{\sqrt{16}} = -2{,}90$$

*Solução pela abordagem do **p-valor***: Usando a tabela normal padrão, encontramos área na cauda superior igual a 0,0019. Como o teste é bilateral, a probabilidade de significância é o dobro deste valor [$p = 2 * (0{,}0019) = 0{,}0038$], que é menor do que $\alpha = 0{,}05$. Portanto, o teste rejeita H_0.

Solução pela abordagem clássica: Encontramos na tabela normal padrão, o valor crítico $z_c = 1{,}96$. Como a amostra acusou o valor $z = -2{,}90$, o qual está na região de rejeição, o teste rejeita H_0.

Conclusão: Como consequência do resultado de teste estatístico, há evidência de redução na resistência média da massa cerâmica.

EXERCÍCIO 10 (TESTE DE HIPÓTESE PARA MÉDIA COM VARIÂNCIA DESCONHECIDA)

O tempo para transmitir 10 MB em determinada rede de computadores varia segundo um modelo normal, com média 7,4 seg e variância 1,3 seg². Depois de algumas mudanças na rede acredita-se numa redução no tempo de transmissão de dados, além de uma possível alteração na variabilidade. Foram realizados 10 ensaios independentes com um arquivo de 10 MB e foram anotados os tempos de transmissão, em segundos:

6,8 7,1 5,9 7,5 6,3 6,9 7,2 7,6 6,6 6,3

Existe evidência suficiente de que o tempo médio de transmissão foi reduzido? Use nível de significância de 1%.

<u>Solução:</u>

As hipóteses são:

$H_0: \mu = 7{,}4\ s$
$H_1: \mu < 7{,}4\ s$

Considerando que a variabilidade possa ter sido alterada, vamos usar a variância da amostra. Fazendo os cálculos com as 10 observações, temos: $\bar{x} = 6{,}82$ e $s = 0{,}551$. E o cálculo da estatística do teste:

$$t = \frac{(\bar{x} - \mu) * \sqrt{n}}{s} = \frac{(6{,}82 - 7{,}4) * \sqrt{10}}{0{,}551} = -3{,}33$$

Temos $gl = n - 1 = 9$. Como a tabela fornece áreas na cauda superior e a distribuição $t\ de\ Student$ é simétrica, usaremos o valor absoluto de t, ou seja, $|t| = 3{,}33$.

Solução pela abordagem do valor p: Através da $distribuição\ t\ de\ Student$ com $gl = n - 1 = 9$, demos encontrar o valor **p**. O valor $|t| = 3{,}33$ aponta para uma área na cauda superior entre 0,0025 e 0,005. Como o teste é unilateral, essa área é o próprio valor **p**, isto é, $0{,}0025 < \boldsymbol{p} < 0{,}005$. E como $\boldsymbol{p} < \alpha = 0{,}01$, o teste rejeita H_0 em favor de H_1.

Solução pela abordagem clássica: O teste é unilateral e foi adotado o nível de significância $\alpha = 0{,}01$. Assim, encontraremos na tabela da distribuição t, o valor crítico $t_c = 2{,}821$. Como a amsotra acusou $|t| = 3{,}33$, o qual está na região de rejeição, o teste rejeita H_0 em favor de H_1.

EXERCÍCIO 11 (TESTE DE HIPÓTESE PARA DIFERENÇA DE MÉDIAS)

As resistências de dois tipos de concreto, que segue o modelo normal, foram medidas, mostrando os resultados da tabela. Fixado um nível de significância de 10%, existem evidências de que o concreto do tipo X seja mais resistente do que o concreto do tipo Y?

TIPO X	54	55	58	50	61
TIPO Y	51	54	55	52	53

Solução:

Os dados obtidos da tabela são:

$$\bar{x} = 55{,}6 \qquad S_x^2 = 17{,}3$$
$$\bar{y} = 53{,}0 \qquad S_y^2 = 2{,}5$$

Formulando as hipóteses, tem-se:

$$H_0: \mu_x = \mu_y$$
$$H_1: \mu_x \neq \mu_y$$

$$S_p^2 = \frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{(n_x + n_y - 2)} = \frac{4 * 17{,}3 + 4 * 2{,}5}{8} = \frac{79{,}2}{8} = 9{,}9$$

A estatística do teste é:

$$t = \frac{(\bar{x} - \bar{y})}{\sqrt{S_p^2\left[\left(\frac{1}{n_x}\right) + \left(\frac{1}{n_y}\right)\right]}} = \frac{55{,}6 - 53{,}0}{\sqrt{9{,}9 * \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)}} = \frac{2{,}60}{1{,}98} = 1{,}31$$

Com $gl = (n_x + n_y - 2) = 8$, compara-se o valor calculado $(1{,}31)$ com o tabelado pela $t - student$ a um nível de significância de 10%, temos esse valor igual a $(1{,}397)$. E com esse resultado aceita-se a hipótese nula.

Conclusão: Com estas amostras, ao nível de 10% de significância, não é possível afirmar que o concreto do tipo X seja mais resistente do que o concreto do tipo Y.

EXERCÍCIO 12 (TESTE DE HIPÓTESE PARA DIFERENÇA DE MÉDIAS)

Desejamos verificar se os catalisadores A e B têm efeitos diferentes no rendimento de carta reação química. Foram realizados dez ensaios com cada catalisador, em ordem aleatória. Os resultados são mostrados na tabela a seguir.

CAT A	45	51	50	62	43	42	53	50	48	55
CAT B	45	35	43	59	48	45	41	43	49	39

Teste a hipótese de as médias diferirem entre si, a um nível de confiança de 5%.

Solução:

$n_A = 10 \qquad \bar{x}_A = 49{,}90 \qquad s_A^2 = 35{,}656$

$n_B = 10 \qquad \bar{x}_B = 44{,}70 \qquad s_B^2 = 42{,}233$

As hipóteses são:

$H_0\colon \mu_A = \mu_B$

$H_1\colon \mu_A \neq \mu_B$

A variância agregada:

$$s_p^2 = \frac{s_A^2 + s_B^2}{2} = \frac{35{,}656 + 42{,}233}{2} = 38{,}945$$

Para o resultado da estatística do teste, pode-se usar a seguinte fórmula quando as amostras possuem mesmo tamanho:

$$t = (\bar{x}_A - \bar{x}_B)\sqrt{\frac{n}{2s_p^2}} = (49{,}90 - 44{,}70) * \sqrt{\frac{10}{2(38{,}94)}} = (5{,}2) * \sqrt{0{,}1284} = 1{,}86$$

Mesmo antes de realizar o experimento, podemos buscar na tabela da distribuição $t\ de\ student$ com $gl = 18$ o valor crítico t_c, o qual deixa uma área igual a $\alpha = {}^{0{,}05}/_{2} = 0{,}025$ em cada calda da distribuição. Pela tabela, temos $t_c = 2{,}101$. Como os dados produziram o valor $t = 1{,}86$, o qual pertence à região de aceitação, o teste aceita H_0 ao nível de significância de 5%.

Conclusão: Os dados não comprovam uma diferença entre os dois catalisadores. Existe uma probabilidade razoável (superior a 5%) de que as diferenças observadas nos dados experimentais são provenientes de fatores casuais.

EXERCÍCIO 13 (TESTE DE HIPÓTESE PARA PROPORÇÃO)

Uma empresa retira periodicamente amostras aleatórias de 500 peças de sua linha de produção para análise da qualidade. As peças da amostra são classificadas como defeituosas ou não, sendo que a política da empresa exige que o processo produtivo seja revisto se houver evidência de mais que 1,5% de peças defeituosas. Na última amostra, foram encontradas nove peças defeituosas. Usando nível de significância de 1%, o processo precisa ser revisto?

Solução:

Como estamos procurando evidência de que a proporção de peças defeituosas é superior a 1,5%, é natural realizar um teste unilateral à direita, ou seja:

$H_0: p = 1{,}5\%$

$H_1: p > 1{,}5\%$

Como foi observada uma amostra de $n = 500$ peças, onde foram encontradas $y = 9$ defeituosas, temos a proporção de peças defeituosas na amostra:

$$\hat{p} = \frac{9}{500} = 0{,}018$$

Os critérios para aproximação normal são válidos, pois:

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 * (1 - p_0)}{n}}} = \frac{0{,}018 - 0{,}015}{\sqrt{\frac{(0{,}015) * (0{,}985)}{500}}} = \frac{0{,}003}{0{,}00543} = 0{,}5518$$

Solução pela abordagem clássica: O teste é unilateral à esquerda e foi adotado o nível de significância $\alpha = 0{,}01$. Assim, encontraremos na tabela da distribuição $normal$, o valor crítico $z_c = 2{,}57$. Como a amostra acusou $z = 0{,}5518$, o qual está na região de aceitação, o teste rejeita H_1 em favor de H_0.

Conclusão: O processo não precisará ser revisto, pois não há evidências que mais de 1,5% das peças apresentem defeito, ao um nível de significância de 1%.

EXERCÍCIO 14 (TESTE DE HIPÓTESE PARA PROPORÇÃO)

Um fabricante garante que 90% das peças que fornecem à linha de produção de uma determinada fábrica estão de acordo com as especificações exigidas. A análise de uma amostra de 200 peças revelou 25 defeituosas. A um nível de 5%, podemos dizer que é verdadeira a afirmação do fabricante?

Solução:

Primeiramente, estabelecemos as hipóteses:

$H_0: p = 0{,}9$
$H_1: p < 0{,}9$

Fixemos o nível de significância $\alpha = 0{,}05$.

Como $\alpha = 0{,}05$, $Z_\alpha = -1{,}64$, temos:

$$\hat{p} = \frac{175}{200} = 0{,}875$$

e, sob a hipótese nula, $p_0 = 0{,}9$. Assim,

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 * (1 - p_0)}{n}}} = \frac{0{,}875 - 0{,}9}{\sqrt{\frac{(0{,}9) * (0{,}1)}{200}}} = -1{,}178$$

Solução pela abordagem clássica: O teste é unilateral à esquerda e foi adotado o nível de significância $\alpha = 0{,}05$. Assim, encontraremos na tabela da distribuição $normal$, o valor crítico $z_c = 1{,}96$. Como a amostra acusou $z = -1{,}178$, o qual está na região de aceitação, o teste rejeita H_1 em favor de H_0.

Conclusão: Como consequência do resultado de teste estatístico, não há evidência para rejeitar a afirmação feita pelo fabricante.

EXERCÍCIO 15 (TESTE DE HIPÓTESE PARA VARIÂNCIA)
Usuários de uma rede de transmissão de energia elétrica têm reclamado da alta variação na tensão (desvio padrão de12 V). A empresa encarregada da transmissão de energia elétrica na região instalou novos transformadores. O desvio padrão calculado sobre 30 observações independentes foi de 8 V e a distribuição de frequências dos valores da amostra sugere uma distribuição normal. Há evidências de redução na variação da tensão? Use $\alpha = 5\%$.

Solução:

Há interesse de verificar possível alteração na variabilidade. Nesse caso, o teste vai ser feito com as hipóteses:

$H_0: \sigma^2 = 144$
$H_1: \sigma^2 < 144$

Como uma amostra de 30 observações apresentou a variância $s^2 = 8$, temos:

$$q^2 = \frac{(n-1) * s^2}{\sigma_0^2} = \frac{29 * (64)}{144} = 12{,}89$$

Abordagem clássica: Para construir a regra de decisão, precisamos obter o ponto crítico (X_{c1}^2), o qual separa área na cauda da distribuição. Usando a tabela da distribuição $Qui - Quadrado$, obtemos $X_{c1}^2 = 16{,}05$.

Conclusão: Como o resultado da estatística do teste $(q^2 = 12{,}89)$ cai na região de rejeição, o teste rejeita H_0 em favor de H_1. Ou seja, a instalação de novos transformadores reduziu a variação da tensão na rede de transmissão de energia elétrica.

EXERCÍCIO 16 (TESTE DE HIPÓTESE PARA VARIÂNCIA)

O tempo para transmitir 10 MB em determinada rede de computadores varia segundo um modelo normal, com média 7,4 seg e variância 1,3 seg². Depois de algumas mudanças na rede acredita-se numa redução no tempo de transmissão de dados, além de uma possível alteração na variabilidade. Foram realizados 10 ensaios independentes com um arquivo de 10 MB e foram anotados os tempos de transmissão, em segundos:

6,8 7,1 5,9 7,5 6,3 6,9 7,2 7,6 6,6 6,3

Existe evidência suficiente de que as mudanças na rede de computadores alteram a variabilidade no tempo de transmissão de dados? Use nível de significância de 5%.

Solução:

As hipóteses são:

$H_0: \sigma^2 = 1{,}3$
$H_1: \sigma^2 \neq 1{,}3$

Como uma amostra de 10 observações produziu a variância $s^2 = 0{,}304$, temos:

$$q^2 = \frac{(n-1) * s^2}{\sigma_0^2} = \frac{9 * (0{,}304)}{1{,}3} = 2{,}10$$

Para construir a regra de decisão, precisamos obter os pontos críticos $(X_{c1}^2 \; e \; X_{c2}^2)$, os quais separam áreas iguais a $^{\alpha}/_{2}$ em cada cauda da distribuição. Usando a tabela, obtemos $X_{c1}^2 = 2{,}700$ e $X_{c2}^2 = 19{,}023$. Como o resultado da estatística do teste $(q^2 = 2{,}10)$ cai na região de rejeição, o teste rejeita H_0 em favor de H_1.

Conclusão: As mudanças realizadas na rede de computadores, além de reduzirem o tempo médio de resposta, também reduziram a variabilidade.