Prof. Jomar

Exercícios – POISSON

1. Em um certo tipo de fabricação de fita magnética ocorrem cortes a uma taxa de 1 por 2000 pés. Qual a probabilidade de um rolo com 2000 pés de fita magnética tenha:

a) nenhum corte?
b) No máximo 2 cortes?
c) Pelo menos 2 cortes?

2. Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defeituoso é de 0,2. Se 10 itens produzidos por esta máquina são selecionados ao acaso, qual a probabilidade de que não mais que 1 defeituoso seja encontrado;

a) considerando uma distribuição binomial.
b) Considerando uma distribuição de Poisson
c) Compare os resultados em a e b.

3. Seja X uma variável aleatória com distribuição de Poisson de parâmetro λ e suponha que $P(X=0)=0{,}1$. Calcule $P(X=5)$.

4. O número de carros que atravessam uma ponte aos domingos (por minuto) é uma variável aleatória com distribuição de Poisson com taxa $\lambda=5$ carros por minuto.

a) Qual a probabilidade de num minuto qualquer mais de 10 carros atravessarem a ponte?
b) Dado que um carro acaba de atravessar a ponte, qual a probabilidade do tempo até a travessia do próximo carro ser superior a 30 segundos?

5. Numa área dividida em quadrantes de 0,50m², foram encontrados em média 2,5 espécimes. Considerando que o modelo de Poisson com $\lambda = 2{,}5$ seja adequado para representar a variável X, o número de espécimes por 0,50m²:

a) a probabilidade de se encontrarem num quadrante exatamente quatro espécimes?
b) a probabilidade de se encontrar no máximo um espécime num quadrante?

6. Numa placa de microscópio, com área dividida em quadrantes de 1mm², encontram-se em média cinco colônias por mm². Considerando-se que a distância de Poisson é adequada para a variável X "número de colônias por quadrante", ou seja: 1) as colônias distribuem-se aleatoriamente na placa e, 2) o número médio de colônias por mm² permanece constante e é baixo, obtenha:

a) a probabilidade de um quadrante ter exatamente uma colônia?
b) a probabilidade de se encontrar pelo menos duas colônias num quadrante?

7. Um contador eletrônico de bactérias registra, em média, cinco bactérias por cm³ de um líquido. Admitindo-se que esta variável tenha distribuição de Poisson:
a) qual é o desvio padrão do número de bactérias por cm³?
b) Encontre a probabilidade de que pelo menos duas bactérias ocorram num volume de líquido de 1cm³

8. O número de crianças que dão entrada no setor de emergências de um hospital segue o modelo de Poisson, com taxa de chegada $\lambda = 3$ pacientes por hora.

a. Qual a probabilidade de, numa hora qualquer, uma criança dar entrada no setor de emergência?
b. Qual a probabilidade de no máximo uma criança dar entrada no setor de emergências?

9. Suponha que o número de defeitos em peças produzidas por uma máquina tenha distribuição de Poisson com média de cinco defeitos por peça. Uma amostra aleatória de 125 peças será inspecionada. Utilizando o Teorema Central do Limite, calcule a probabilidade do número médio de defeitos por peça na amostra:

a) Ser superior a 5,5; **Resposta:** 0,006.
b) Estar entre 4,8 e 5,2. **Resposta:** 0,68.

10. Uma seguradora estipula um valor máximo para cobertura de seus clientes. Com base em dados históricos, sabe-se que o número de ocorrências semanais que implicam no valor de cobertura máxima segue distribuição de Poisson, com média de uma ocorrência por semana. Sempre que o número de 'coberturas máximas' em uma semana é igual ou maior que quatro, a seguradora não tem recursos para pagar seus clientes, tendo como única saída recorrer a uma re-seguradora (seguradora que tem como clientes outras seguradoras).

a) Para uma semana qualquer, qual a probabilidade de a seguradora ter de recorrer à sua re-seguradora pelo motivo apresentado no enunciado?
b) Considerando que um ano tenha 52 semanas e que se esteja interessado em estudar o número de semanas em que a seguradora recebe quatro ou mais ocorrências com cobertura máxima. Identifique a distribuição dessa variável aleatória e, com base nas propriedades dessa distribuição, determine o número esperado de semanas com quatro ou mais ocorrências.

<u>Poisson</u>

Variável (X): número de sucessos num intervalo contínuo.
Admita:

a) eventos definidos em intervalos não sobrepostos;
b) em intervalos de mesmo comprimento, são iguais as probabilidades de ocorrência de um mesmo número de sucessos;
c) em intervalos muito pequenos, a probabilidade de mais de um sucesso é desprezível;
d) em intervalos muito pequenos, a probabilidade de um sucesso é proporcional ao comprimento do intervalo.

Função de Probabilidade: $P(X = x) = \dfrac{e^{-\lambda.t}.(\lambda.t)^x}{x!}$; λ: frequência média; **t**: intervalo

Notação: X~P(λ) ⇒ μ = σ² = λ.t

Prof. Jomar

Exercícios – POISSON

1. Em um certo tipo de fabricação de fita magnética ocorrem cortes a uma taxa de 1 por 2000 pés. Qual a probabilidade de um rolo com 2000 pés de fita magnética tenha:

a) nenhum corte?
b) No máximo 2 cortes?
c) Pelo menos 2 cortes?

2. Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defeituoso é de 0,2. Se 10 itens produzidos por esta máquina são selecionados ao acaso, qual a probabilidade de que não mais que 1 defeituoso seja encontrado;

a) considerando uma distribuição binomial.
b) Considerando uma distribuição de Poisson
c) Compare os resultados em a e b.

3. Seja X uma variável aleatória com distribuição de Poisson de parâmetro λ e suponha que $P(X=0)=0{,}1$. Calcule $P(X=5)$.

4. O número de carros que atravessam uma ponte aos domingos (por minuto) é uma variável aleatória com distribuição de Poisson com taxa $\lambda=5$ carros por minuto.

a) Qual a probabilidade de num minuto qualquer mais de 10 carros atravessarem a ponte?
b) Dado que um carro acaba de atravessar a ponte, qual a probabilidade do tempo até a travessia do próximo carro ser superior a 30 segundos?

5. Numa área dividida em quadrantes de 0,50m², foram encontrados em média 2,5 espécimes. Considerando que o modelo de Poisson com λ = 2,5 seja adequado para representar a variável X, o número de espécimes por 0,50m²:

a) a probabilidade de se encontrarem num quadrante exatamente quatro espécimes?
b) a probabilidade de se encontrar no máximo um espécime num quadrante?

6. Numa placa de microscópio, com área dividida em quadrantes de 1mm², encontram-se em média cinco colônias por mm². Considerando-se que a distância de Poisson é adequada para a variável X "número de colônias por quadrante", ou seja: 1) as colônias distribuem-se aleatoriamente na placa e, 2) o número médio de colônias por mm² permanece constante e é baixo, obtenha:

a) a probabilidade de um quadrante ter exatamente uma colônia?
b) a probabilidade de se encontrar pelo menos duas colônias num quadrante?

7. Um contador eletrônico de bactérias registra, em média, cinco bactérias por cm³ de um líquido. Admitindo-se que esta variável tenha distribuição de Poisson:
a) qual é o desvio padrão do número de bactérias por cm³?
b) Encontre a probabilidade de que pelo menos duas bactérias ocorram num volume de líquido de 1cm³

8. O número de crianças que dão entrada no setor de emergências de um hospital segue o modelo de Poisson, com taxa de chegada $\lambda = 3$ pacientes por hora.

a. Qual a probabilidade de, numa hora qualquer, uma criança dar entrada no setor de emergência?
b. Qual a probabilidade de no máximo uma criança dar entrada no setor de emergências?

9. Suponha que o número de defeitos em peças produzidas por uma máquina tenha distribuição de Poisson com média de cinco defeitos por peça. Uma amostra aleatória de 125 peças será inspecionada. Utilizando o Teorema Central do Limite, calcule a probabilidade do número médio de defeitos por peça na amostra:

a) Ser superior a 5,5; **Resposta:** 0,006.
b) Estar entre 4,8 e 5,2. **Resposta:** 0,68.

10. Uma seguradora estipula um valor máximo para cobertura de seus clientes. Com base em dados históricos, sabe-se que o número de ocorrências semanais que implicam no valor de cobertura máxima segue distribuição de Poisson, com média de uma ocorrência por semana. Sempre que o número de 'coberturas máximas' em uma semana é igual ou maior que quatro, a seguradora não tem recursos para pagar seus clientes, tendo como única saída recorrer a uma re-seguradora (seguradora que tem como clientes outras seguradoras).

a) Para uma semana qualquer, qual a probabilidade de a seguradora ter de recorrer à sua re-seguradora pelo motivo apresentado no enunciado?
b) Considerando que um ano tenha 52 semanas e que se esteja interessado em estudar o número de semanas em que a seguradora recebe quatro ou mais ocorrências com cobertura máxima. Identifique a distribuição dessa variável aleatória e, com base nas propriedades dessa distribuição, determine o número esperado de semanas com quatro ou mais ocorrências.

Poisson

Variável (X): número de sucessos num intervalo contínuo.
Admita:
  a) eventos definidos em intervalos não sobrepostos;
  b) em intervalos de mesmo comprimento, são iguais as probabilidades de ocorrência de um mesmo número de sucessos;
  c) em intervalos muito pequenos, a probabilidade de mais de um sucesso é desprezível;
  d) em intervalos muito pequenos, a probabilidade de um sucesso é proporcional ao comprimento do intervalo.

Função de Probabilidade: $P(X = x) = \dfrac{e^{-\lambda.t}.(\lambda.t)^x}{x!}$; λ: frequência média; **t**: intervalo

Notação: X~P(λ) ⇒ μ = σ² = λ.t