

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Visão Geométrica

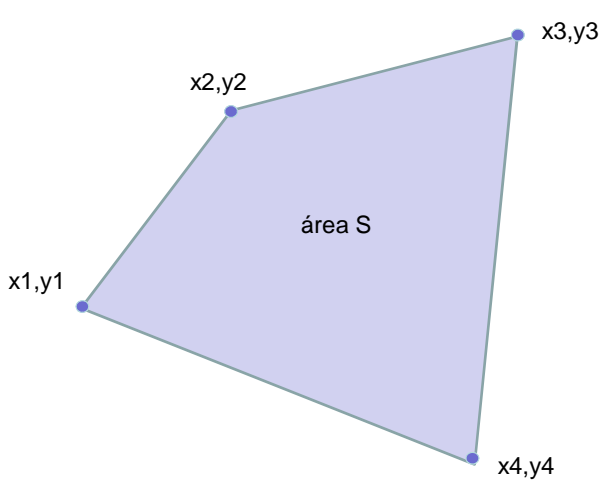


UFPR

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

Engenharia CARTOGRÁFICA e AGRIMENSURA

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

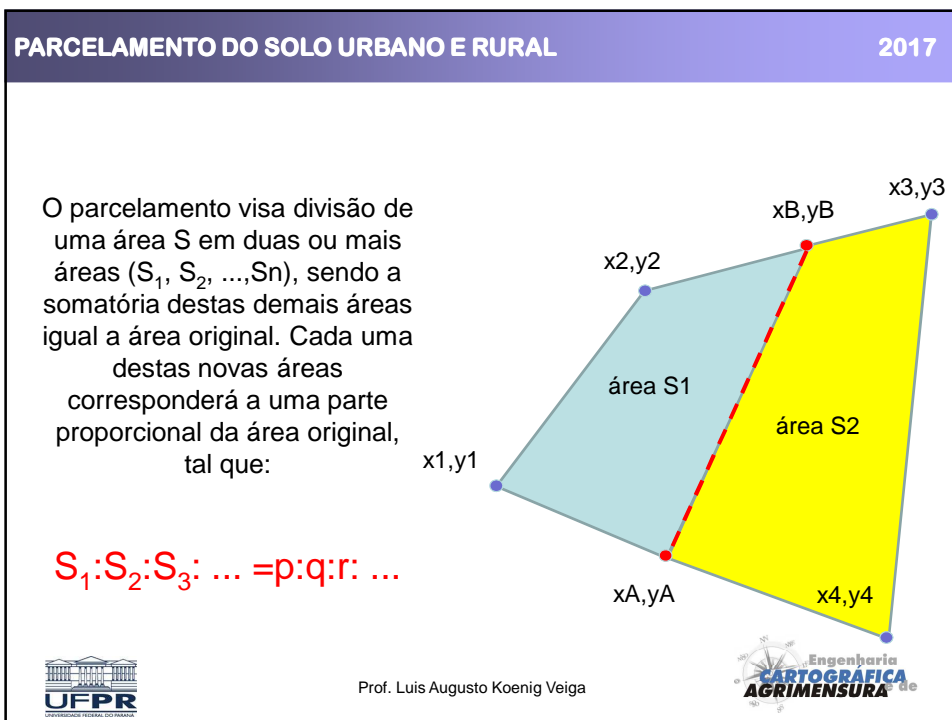
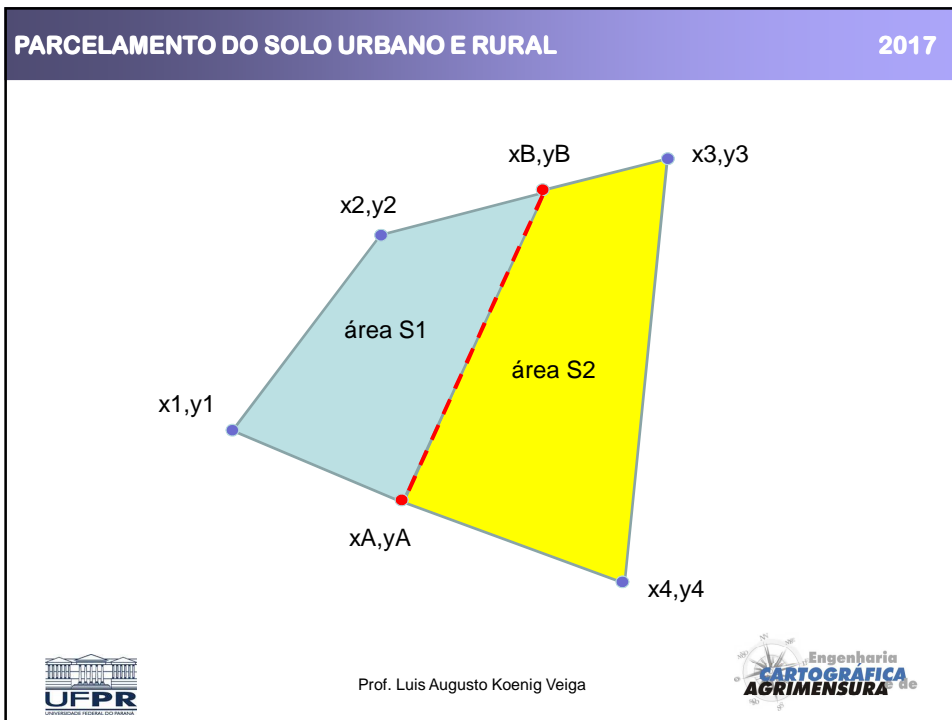


área S

UFPR

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

Engenharia CARTOGRÁFICA e AGRIMENSURA



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

$$S_1 + S_2 + \dots + S_n = S$$

Então

$$p + q + r + \dots = s$$

$$S_1 = p \cdot \frac{S}{s} \quad S_2 = q \cdot \frac{S}{s} \quad S_3 = r \cdot \frac{S}{s}$$



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Por exemplo, deseja-se dividir uma área de 400m² em outras 3 áreas, respeitando a proporção de **1:3:4** (a primeira área terá uma parte da área original, a segunda três e a terceira quatro partes). Desta forma:

$$S = 400\text{m}^2$$

$$s = 1 + 3 + 4 = 8$$

$$S_1 = 1 \cdot \frac{400}{8} = 50 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 3 \cdot \frac{400}{8} = 150 \text{ m}^2$$

$$S_3 = 4 \cdot \frac{400}{8} = 200 \text{ m}^2$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 400 \text{ m}^2$$



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Problema:
Como determinar as coordenadas dos pontos A e B

UFPR Engenharia
CARTOGRAFICA
AGRIMENSURA

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Exemplo de duas soluções para o mesmo problema: divisão de uma área S em duas outras de igual área ($S_1 = S_2$)

Divisa paralela AB

Ponto médio AD

UFPR Engenharia
CARTOGRAFICA
AGRIMENSURA

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

Estudo de casos de divisão



Fonte da imagem: <http://www.hcn.org/issues/47.2/this-land-is-their-land>

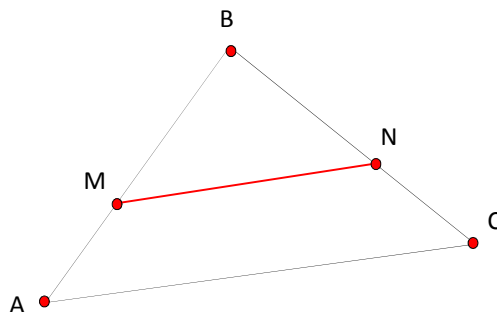


Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



2 - Divisão de parcelas triangulares


Problema 1 - Dividir uma área triangular em duas partes, que estejam entre si segundo uma dada relação, por meio de uma reta paralela a um dos lados.




Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**



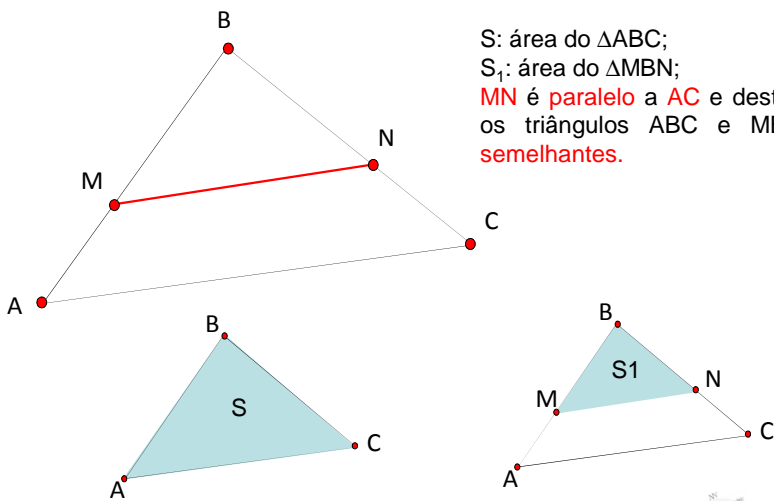
Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/424323596114093190/>




Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**



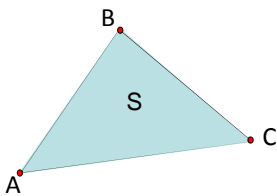
S: área do $\triangle ABC$;
 S_1 : área do $\triangle MBN$;
MN é paralelo a AC e desta forma os triângulos ABC e MBN **são semelhantes.**



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



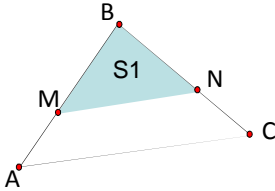
PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017



Razão de semelhança

$$\frac{AB}{MB} = \frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = k$$


$$\frac{S}{S_1} = k^2$$




Para figuras semelhantes

$$\frac{\text{Área1}}{\text{Área2}} = k^2$$

$$\frac{S}{S_1} = \left(\frac{AB}{MB}\right)^2$$



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

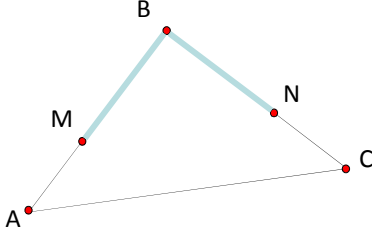
$$\frac{S}{S_1} = k^2$$


$$\frac{AB}{MB} = \frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = k$$

$$\frac{S}{S_1} = \left(\frac{AB}{MB}\right)^2$$


$$MB = AB \cdot \sqrt{\frac{S_1}{S}}$$

$$BN = BC \cdot \sqrt{\frac{S_1}{S}}$$






Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**

Exercício 2.1 - Dada a parcela triangular abaixo, dividir em duas áreas de forma que a área MBN seja igual a 100m^2 e a linha de divisa seja paralela ao lado AC. Determinar as coordenadas dos pontos M e N.

Ponto	X (m)	Y (m)
A	100,00	100,00
B	100,00	114,35
C	131,12	100,00
M		
N		



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**


Como calcular as coordenadas dos pontos M e N?

$$A_{BC} = A_{BN}$$

$$A_{BM} = A_{BA}$$

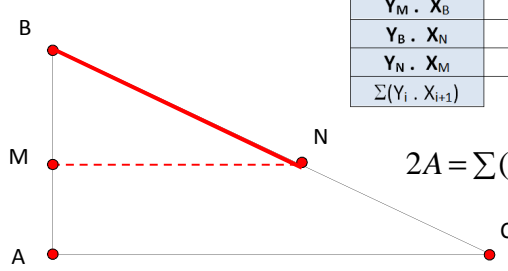


Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Importante: Verificar a área depois de calculadas as coordenadas;




	Coord. X	Coord. Y	
	X_M	Y_M	
$Y_M \cdot X_B$	X_B	Y_B	$X_M \cdot Y_B$
$Y_B \cdot X_N$	X_N	Y_N	$X_B \cdot Y_N$
$Y_N \cdot X_M$	X_M	Y_M	$X_N \cdot Y_M$
$\Sigma(Y_i \cdot X_{i+1})$			$\Sigma(X_i \cdot Y_{i+1})$

$$2A = \Sigma(y_i \cdot x_{i+1}) - \Sigma(x_i \cdot y_{i+1})$$

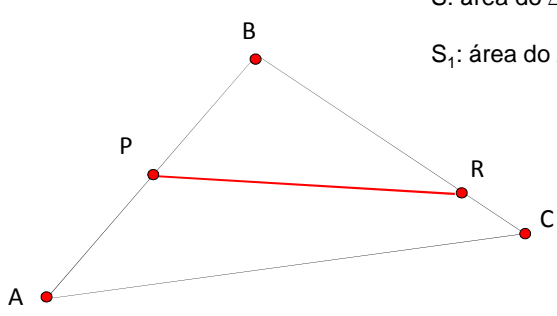


Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Problema 2 - Dividir uma área triangular em **duas partes equivalentes**, sendo **que a reta de divisa parte de um ponto P qualquer**. O problema neste caso é calcular qual a distância do ponto B ao R de forma que a reta PR divida a área de duas partes iguais.




S: área do ΔABC

S_1 : área do ΔPBR



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**

$\text{Área } ABC = \text{Área } AB'C$

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**

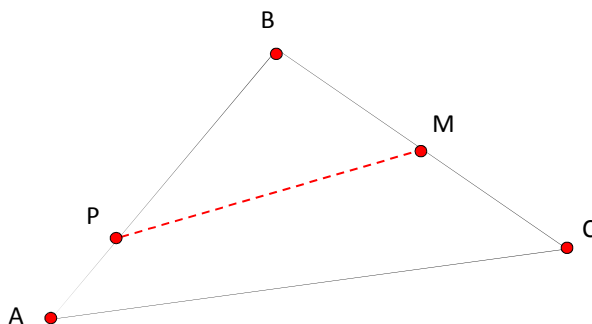
Definir a posição do ponto P sobre o alinhamento AB.

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Marcar um ponto M, **na metade do alinhamento BC** e traçar uma reta ligando este ponto ao ponto P



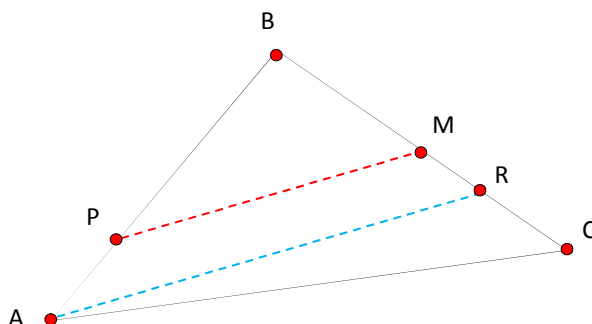
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Traçar **uma reta paralela a reta PM, passando pelo ponto A**, que definirá o ponto R no alinhamento BC.



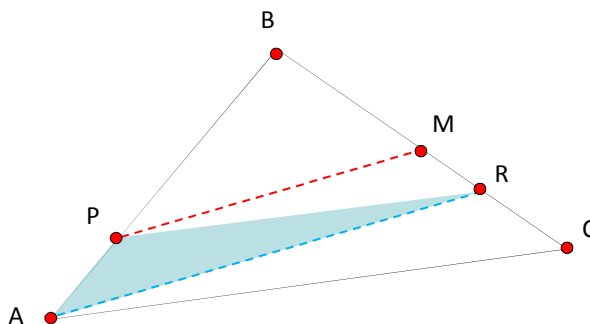
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Da figura anterior é possível visualizar que os triângulos APR e AMR possuem a mesma área, pois a base dos dois é igual (AR) e a altura também



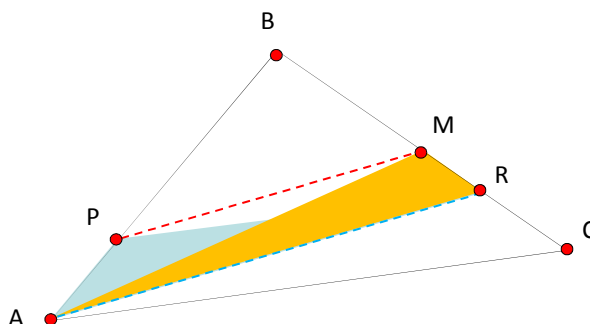
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Da figura anterior é possível visualizar que os triângulos APR e AMR possuem a mesma área, pois a base dos dois é igual (AR) e a altura também



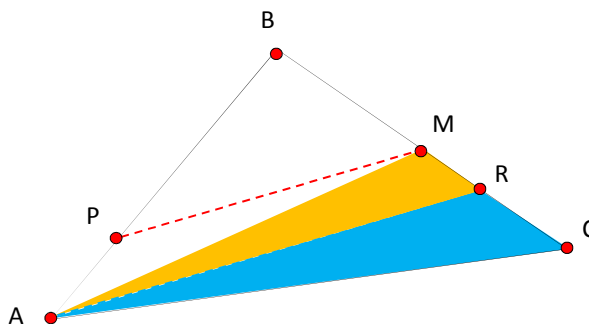
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

A área do triângulo AMC é igual a metade da área do triângulo ABC, visto que BM é igual a MC.



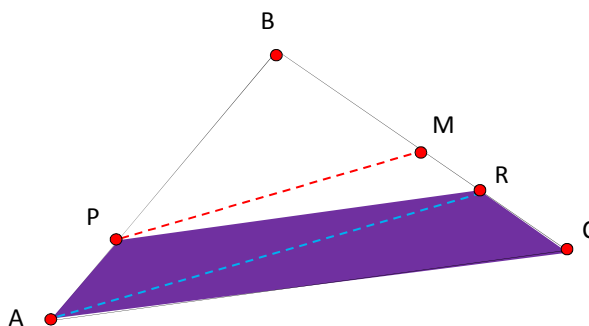
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

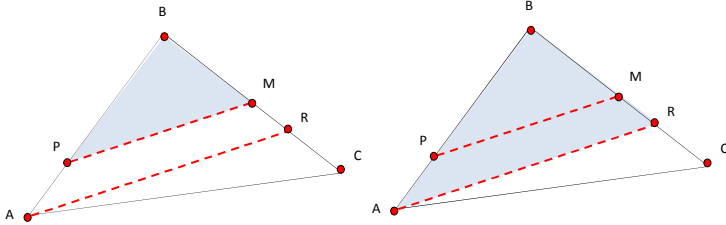
A área do polígono APRC é igual a área do triângulo AMC



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017



$$BM = \frac{1}{2} \cdot BC$$

$$\frac{BA}{BP} = \frac{BR}{BM}$$

$$BR = \frac{BA \cdot BM}{BP}$$

$$BR = \frac{BC}{2} \cdot \frac{BA}{BP}$$

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

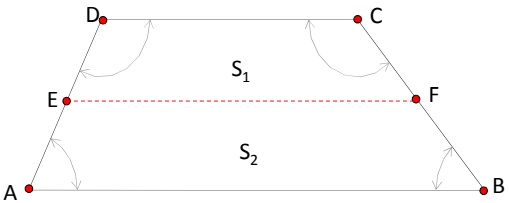
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

Engenharia
CARTOGRÁFICA
de
AGRIMENSURA

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

3 - Divisão de parcelas trapezoidais

Problema 1 - Dividir uma área em formato de um quadrilátero em duas partes, sendo que a reta de divisa parte de um ponto E qualquer e é paralela a um dos lados.



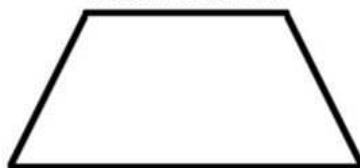
UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

Engenharia
CARTOGRÁFICA
de
AGRIMENSURA

A Trapezoid

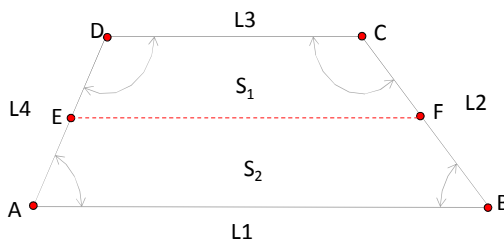
is
just
a damn
triangle
with its
head cut off



Fonte: http://www.funnyjunk.com/funny_pictures/674892/Trapezoid/



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



L1 = lado AB (base maior);
L2 = lado BC;
L3 = Lado DC (base menor);
L4 = lado AD;
 S_1 e S_2 = áreas;
 $S = S_1 + S_2$

Neste caso, deve-se calcular qual a distância entre os pontos E e F em relação, por exemplo, aos pontos B e C respectivamente, tornando possível a locação dos mesmos.





Prof. Luis Augusto Koenig Veiga





PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Inicialmente será traçada uma reta paralela ao lado CB passando pelo ponto D, definindo os pontos G e H, e outra pelo ponto E, definindo o ponto I.


 Prof. Luis Augusto Koenig Veiga
 

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017


$$\begin{aligned}
 AH &= L1 - L3; \\
 AI &= L1 - EF; \\
 EG &= EF - L3;
 \end{aligned}$$


 Prof. Luis Augusto Koenig Veiga
 


PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Dos trapézios EFCD e ABFE:

$$S_1 = \frac{(EF + L3)}{2} \cdot h_1 \qquad S_2 = \frac{(L1 + EF)}{2} \cdot h_2$$



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Fazendo a relação entre as áreas:


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{(EF + L3) \cdot h_1}{(L1 + EF) \cdot h_2}$$

Dos triângulos AIE e EGD:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{EG}{AI} = \frac{EF - L3}{L1 - EF}$$





Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{(EF + L3) \cdot EF - L3}{(L1 + EF) \cdot L1 - EF}$$


Prof. Luis Augusto Koenig Veiga


PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**

Após simplificações:

$$EF = \sqrt{\frac{S_1 \cdot L1^2 + S_2 \cdot L3^2}{S_1 + S_2}}$$


Prof. Luis Augusto Koenig Veiga


PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

$$\frac{ED}{AD} = \frac{EG}{AH}$$

$$\frac{ED}{L4} = \frac{EF - L3}{L1 - L3}$$

$$ED = \frac{EF - L3}{L1 - L3} \cdot L4$$

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

$$\frac{CF}{DH} = \frac{EG}{AH}$$

$$\frac{CF}{L2} = \frac{EF - L3}{L1 - L3}$$

$$CF = \frac{EF - L3}{L1 - L3} \cdot L2$$



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

4 - Divisão de quadriláteros

Dividir um quadrilátero em duas partes equivalentes, sendo que a reta de divisa parte de um ponto M qualquer e é paralela a base do mesmo.

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

L1 = lado AB
 L2 = lado BC;
 L3 = Lado CD;
 L4 = lado AD;

X = MN
 Y = MP
 S₁ e S₂ = áreas;
 S = S₁ + S₂

Neste caso, deve-se calcular qual a distância entre os pontos M e N em relação, por exemplo, aos pontos B e C respectivamente, tornando possível a locação dos mesmos.

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga






PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Do trapézio AMND:

$$S_2 = \frac{(L_4 + x)}{2} \cdot Y$$

$$Y = \frac{2 \cdot S_2}{L_4 + X}$$

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017



B, b: bases do trapézio
h: altura

$$B - b = a + c$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{a}$$

$$\tan(\beta) = \frac{h}{c}$$

$$B - b = \frac{h}{\tan(\alpha)} + \frac{h}{\tan(\beta)}$$

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Do trapézio AMND:

$$L4 - X = y (\cot g(\alpha) + \cot g(\delta))$$

$$L4 - X = \frac{2 \cdot S_2}{L4 + X} \cdot (\cot g(\alpha) + \cot g(\delta))$$

$$L4^2 - X^2 = 2 \cdot S_2 \cdot (\cot g(\alpha) + \cot g(\delta))$$

$$X = \sqrt{L4^2 - 2 \cdot S_2 \cdot (\cot g(\alpha) + \cot g(\delta))} \qquad Y = \frac{2 \cdot S_2}{L4 + X}$$

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL 2017

Para a determinação das distâncias AM e DN tem-se:

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{Y}{AM}$$


$$AM = \frac{Y}{\text{sen}(\alpha)}$$

$$\text{sen}(\delta) = \frac{Y}{DN}$$


$$DN = \frac{Y}{\text{sen}(\delta)}$$

Prof. Luis Augusto Koenig Veiga


PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**



Mais um método...
Ainda.




Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**

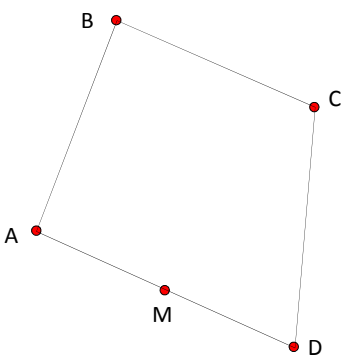
5 - Divisão da área a partir de um ponto




Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**



$S_1 = 11795\text{m}^2$
 $S_2 = 11795\text{m}^2$

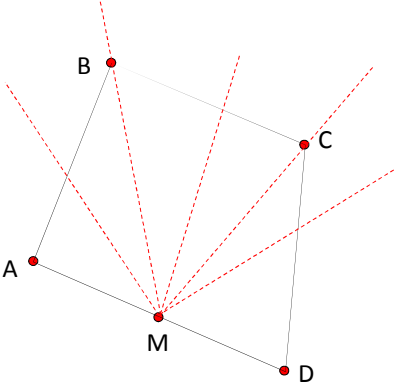



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga




PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL **2017**

A nova linha de divisa MN passará por uma das divisas AB, BC, CD ou pelos pontos B e C

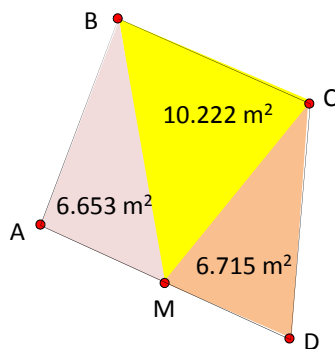
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

A área do polígono ABCD é igual a 23.590m^2 . É possível calcular a área dos triângulos AMB (6.653m^2), BMC (10.222m^2) e CMD (6.715m^2). As duas novas áreas devem ter 11.795m^2



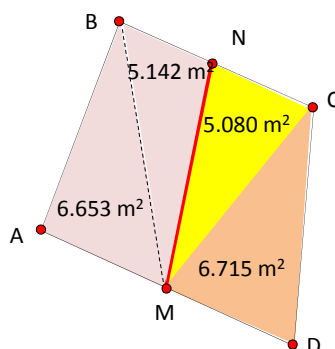
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Somadas as áreas dos triângulos AMB e BMC tem-se 16.975m^2 . Desta forma, o segundo ponto da linha de divisória deverá estar no alinhamento definido pelos pontos B e C



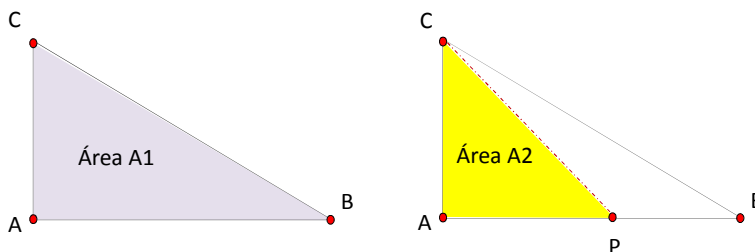
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

O problema resume-se em determinar as coordenadas do ponto N de forma que o triângulo BMN tenha uma determinada área. Para ilustrar o cálculo, tome-se como exemplo a figura 5.5. Neste figura temos o triângulo ABC e desejamos determinar um novo triângulo ACP de forma que o mesmo tenha 70% da área do triângulo ABC.

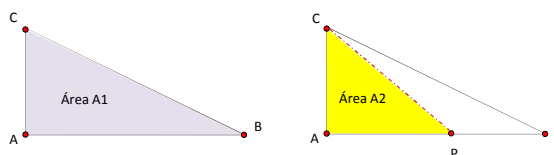


Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017



$$A2 = 0,7 \cdot A1$$

$$A1 = \frac{(X_B - X_A) \cdot (Y_C - Y_A)}{2}$$

$$A2 = \frac{(X_P - X_A) \cdot (Y_C - Y_A)}{2}$$

$$\frac{(X_P - X_A) \cdot (Y_C - Y_A)}{2} = 0,7 \cdot \frac{(X_B - X_A) \cdot (Y_C - Y_A)}{2}$$

$$(X_P - X_A) = 0,7 \cdot \frac{(X_B - X_A) \cdot (Y_C - Y_A)}{(Y_C - Y_A)}$$

$$(X_P - X_A) = 0,7 \cdot (X_B - X_A)$$

$$X_P = X_A + 0,7 \cdot (X_B - X_A)$$

$$Y_P = Y_A$$



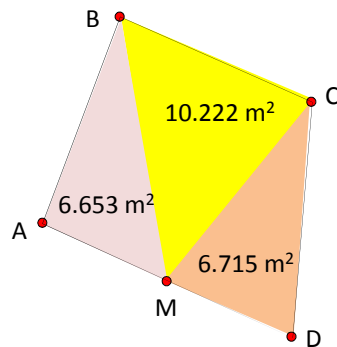
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Para o caso do exemplo, será calculado um fator (que será denominado de Percentual da área que passou – PP) a ser aplicado nas projeções do lado BC. Este percentual é calculado em função da área total do triângulo que conterá a nova divisa e da área que excede o valor da área planejada. Para facilitar o entendimento a fórmula será apresentada com um exemplo:



$$\text{Área que excedeu} = (\text{área do triângulo ABM} + \text{área do triângulo BMC}) - 11.795\text{m}^2$$

$$\text{Área que excedeu} = 16.875\text{m}^2 - 11.795\text{m}^2 = 5.080\text{m}^2$$

Área desejada



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



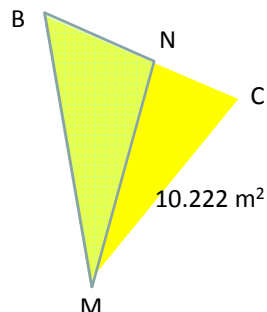
PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

$PP = \text{Área que excedeu} / \text{área do triângulo que contém a divisa (triângulo BMC)}$

$$PP = 5.080 \text{ m}^2 / 10.222\text{m}^2$$

$$PP = 0,496963$$



Ou seja, deve-se diminuir a área do triângulo MBC em quase 50%.

$$XN = XC - PP (XC - XB) = 216,388\text{m}$$

$$YN = YC - PP (YC - YB) = 207,832\text{m}$$

Tem-se agora a definição do novo triângulo BMN, com área igual a 5.142 m².



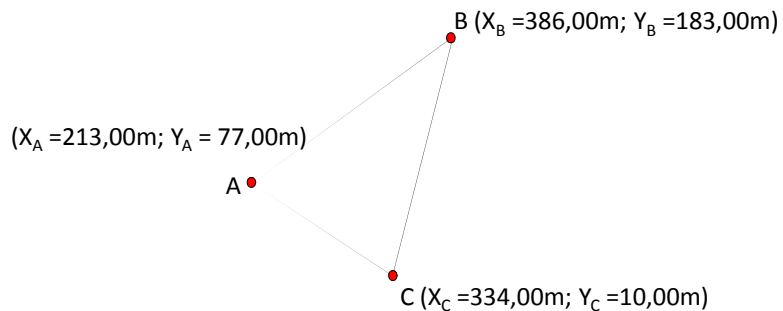
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Exercício 5.1 - Dado a parcela triangular abaixo, dividir em duas áreas de forma que uma tenha 10.000m² e que a divisa passe pelo ponto C.



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017



Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/431853051754295023/>

Trabalho em grupo



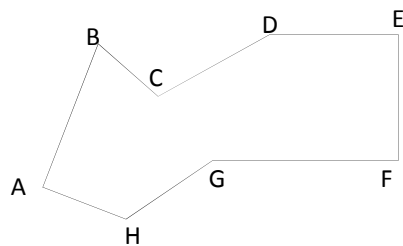
Prof. Luis Augusto Koenig Veiga



PARCELAMENTO DO SOLO URBANO E RURAL

2017

Exercício de Prova – Realizar o parcelamento da área dada, sendo que a primeira área deve ter 8000,00m² (a esquerda do polígono) e ter como ponto limite o ponto G e o restante dividir em duas áreas iguais, sendo que a linha da divisa deve passar pelo ponto D. Calcular também o azimute das duas linhas divisórias.



Ponto	X(m)	Y(m)
A	100,00	100,00
B	140,56	197,80
C	184,55	161,88
D	266,02	203,92
E	360,80	203,92
F	360,80	118,30
G	224,71	118,30
H	161,00	78,00



Prof. Luis Augusto Koenig Veiga

