QUESTÃO 1)

Solução:

a) e b)

Primal:

$$
\begin{aligned}
\max\ Z = \ & 3x_A + 2x_B \\
s.a \quad & 2x_A + 1x_B \leq 100 \\
& 1x_A + 1x_B \leq 80 \\
& 1x_A \leq 40 \\
& x_A, x_B \geq 0
\end{aligned}
$$

A solução ótima é mostrada no quadro

Base	x_A	x_B	F_1	F_2	F_3	b
Z	0	0	1	1	0	180
x_B	0	1	-1	2	0	60
F_3	0	0	-1	1	1	20
x_A	1	0	1	-1	0	20

Dual:

$$
\begin{aligned}
\min\ D = \ & 80x_A + 100y_2 + 40y_3 \\
s.a \quad & 2y_1 + 1y_2 + 1y_3 \geq 3 \\
& 1y_1 + 1y_2 + 0y_3 \geq 2 \\
& y_1, y_2, y_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

A solução ótima do Dual deve ser extraída do quadro ótimo do primal. $y_1^* = 1$, $y_2^* = 1$, $y_3^* = 0$, $E_1^* = 0$, $E_2^* = 0$, $D^*=180$

c)

Resposta: Como F_1=F_2=0, então os recursos escassos são Horas Máquina e Horas de Trabalho.

d)

Resposta: Estaria disposto a vender sim se o pagamento mínimo fosse 1,00 R$ por unidade vendida. A justificativa do preço mínimo (1,00 R$) é a de que uma redução em uma unidade do recurso R_1 reduz o valor da função objetivo em 1,00 R$ (y_1=1)

e)

Resposta: Análogo à questão 2, estaria disposto a vender sim se o pagamento mínimo fosse 1,00 R$ por unidade vendida. A justificativa do preço mínimo (1,00 R$) é a de que a redução em uma unidade do recurso R_2, leva ao decréscimo do valor da função objetivo em 1,00 R$ (y_2=1)

f)

Resposta:

- É o preço mínimo pelo qual deverá ser vendida uma unidade do recurso R_1.
- É o preço máximo que se deve pagar por uma unidade adicional do recurso R_1.
- É o acréscimo no valor da função objetivo se ocorrer a adição de uma unidade do recurso R_1.
- É o valor que a função objetivo vai decrescer se ocorrer uma redução de uma unidade do recurso R_1.

g)

Resposta: Pagaria no máximo 0,00 R$ (y_3 = 0). Pagaria no máximo 0,00 R$ pois já há sobra deste recurso (F_3=20).

h)

Resposta:

$$\overline{C}_N = (0,0) - (-2,0,-c_A^{'})\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \geq 0$$

$$\overline{C}_N = (2,0,c_A^{'})\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \geq 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} -2 + c_A^{'} \geq 0 \\ 4 - c_A^{'} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_A^{'} \geq 2 \\ c_A^{'} \leq 4 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq c_A \leq 4$$

i)

Resposta:

$$\overline{c}_{F_1}^{'} = -c_{F_1}^{'} - (-2,0,-3)\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \geq 0$$

$$\overline{c}_{F_1}^{'} = -c_{F_1}^{'} + (2,0,3)\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \geq 0 \Rightarrow -c_{F_1}^{'} + 1 \geq 0 \Rightarrow c_{F_1}^{'} \leq 1$$

j)

Resposta: O vetor de recursos $(100,80,40)^{t}$ passou para $b' = (100,40,40)^{t}$

$$\overline{b'} = B - B^{-1}b' = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 100 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ -20 \\ 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B \\ F_3 \\ x_A \end{pmatrix}$$

Como esta solução é inviável deve-se usar o algoritmo dual-simplex para "tentar" encontrar uma solução viável. Antes deve-se culcular o novo valor da função objetivo: Z=140

Base	x_A	x_B	↓ F_1	F_2	F_3	b
Z	0	0	1	1	0	140
x_B	0	1	[illegible]	2	0	-20→
F_3	0	0	-1	1	1	-20
x_A	1	0	1	-1	0	60

Base	x_A	x_B	F_1	F_2	F_3	b
Z	0	1	0	3	0	120
x_B	0	-1	1	-2	0	20
F_3	0	-1	0	-1	1	0
x_A	1	1	0	1	0	40

k)

Resposta: O vetor de recursos $(100,80,40)^{T}$ passou para $b'' = (b_1'',40,40)^{T}$

$$\overline{b''} = B - B^{-1}b'' = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_1^{''} \\ 80 \\ 40 \end{pmatrix} \geq 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} -b_1^{''} + 160 \\ -b_1^{''} + 80 + 40 \\ b_1^{''} - 80 \end{pmatrix} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} -b_1^{''} + 160 \geq 0 \\ -b_1^{''} + 80 + 40 \geq 0 \\ b_1^{''} - 80 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1^{''} \leq 160 \\ b_1^{''} \leq 120 \\ b_1^{''} \geq 80 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 80 \leq b_1^{''} \leq 120$$