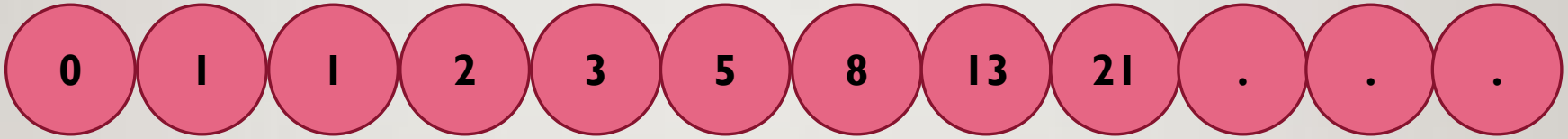
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

- Introdução

SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

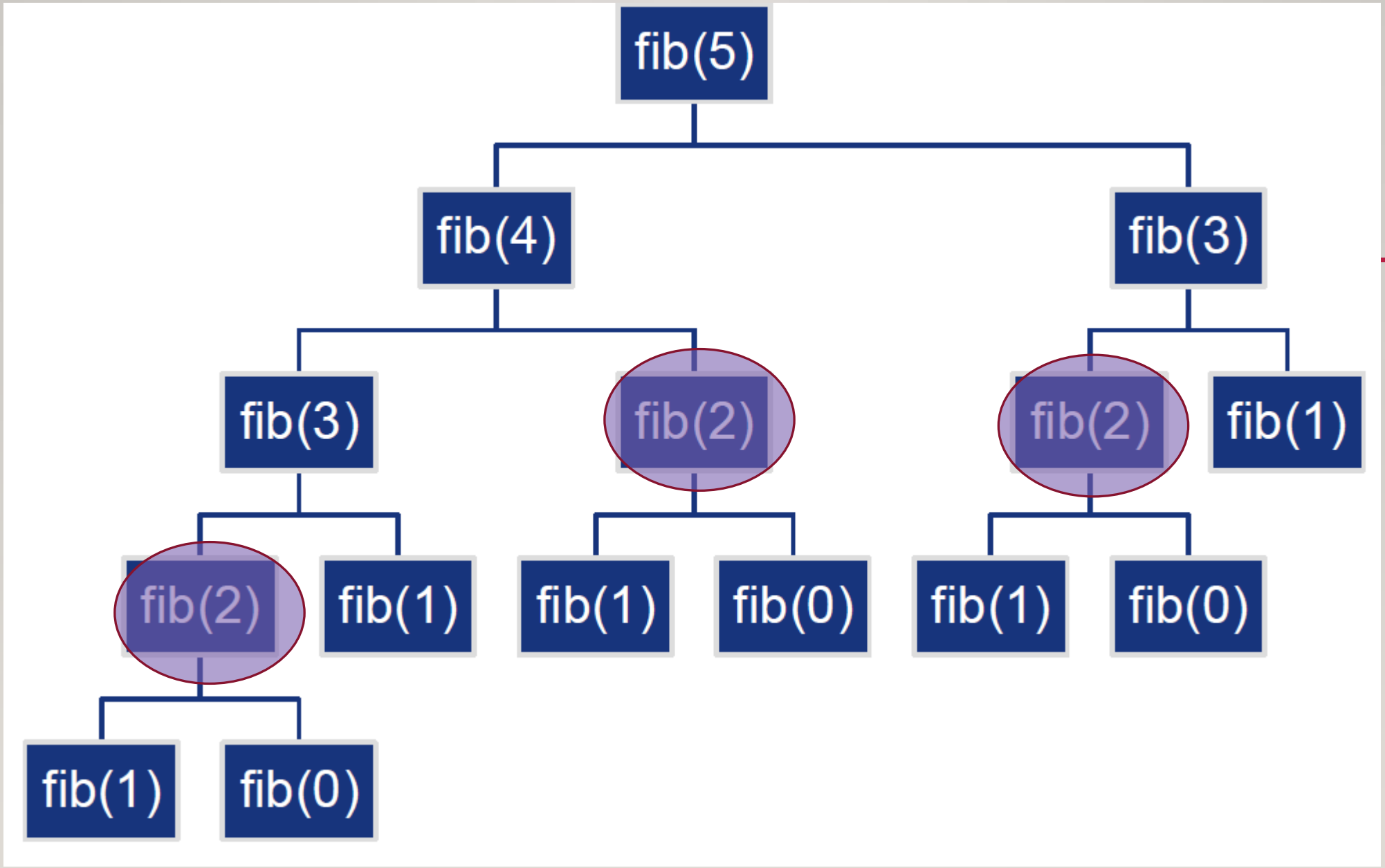


- F(0)=0
- F(1)=1
- F(n)=F(n-1)+F(n-2)

COMO IMPLEMENTAR

```
Function FIB(n As integer) As integer
        IF n=0 OR n=1 Then
                FIB=n
        Else
                FIB = FIB(n-1)+FIB(n-2)
        End IF
End Function
```

```
FIB(0)=0
FIB(1)=0
FIB(2)
    FIB(0) e FIB(1)
FIB(3)
    FIB(2)
        FIB(0) e FIB(1)
    FIB(1)
FIB(4)
    ...
```


fib(5)
fib(4)
fib(3)
fib(3)
fib(2)
fib(2)
fib(1)
fib(2)
fib(1)
fib(1)
fib(0)
fib(1)
fib(0)
fib(1)
fib(0)

COMO MELHORAR

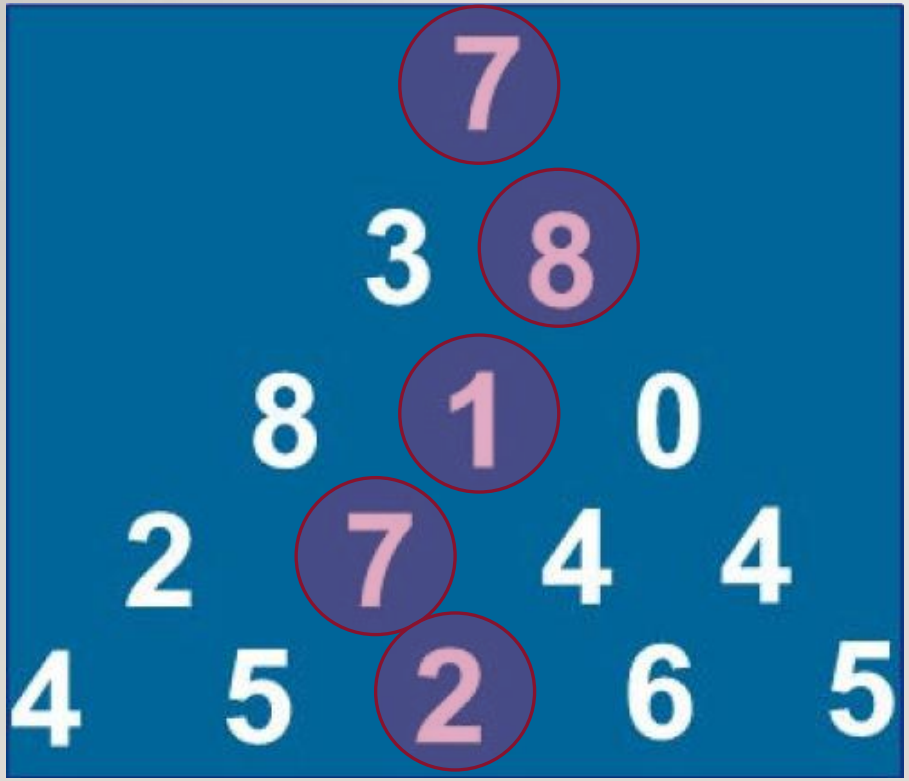
```
Function FIB(n as integer) as integer
    IF n=0 OR n=1 Then
            FIB=n
    Else
        f1 = 0
        f2 = 1
        For i=2 To n
            f = f1+f2
            f2 = f1
            f1 = f
        Next
        FIB = f
    End IF
End Function
```

FIB(5)=?

i	f1	f2	f	f1	f2
2	0	1	1	1	1
3	1	1	2	2	1
4	2	1	3	3	2
5	3	2	5	5	3

FIB=5

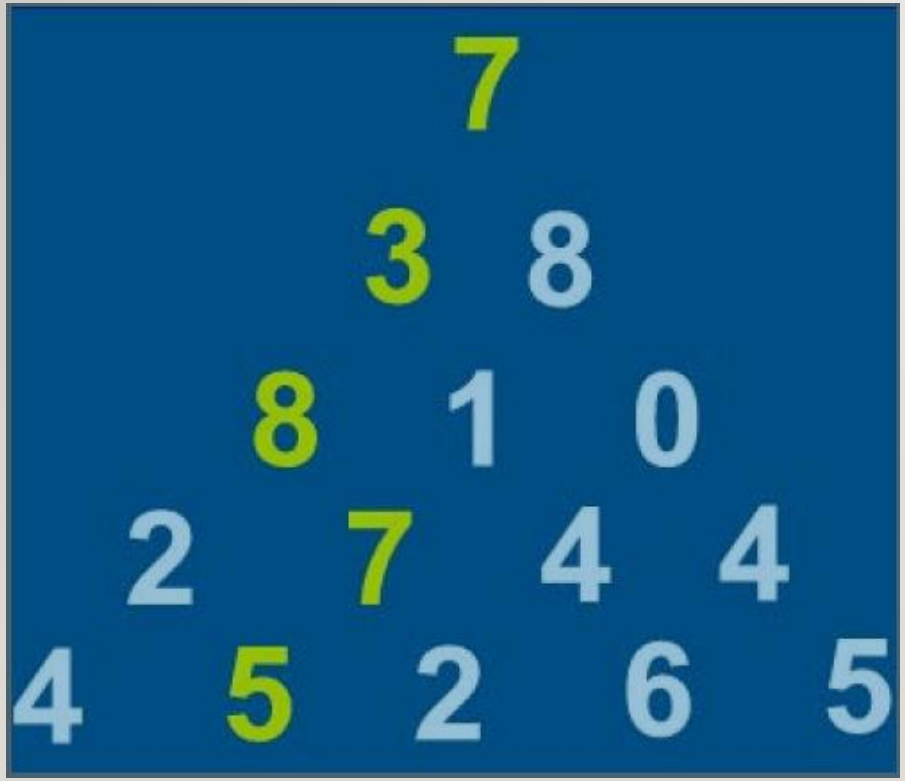
PIRÂMIDE DE NÚMEROS



Calcular a rota, que **começa no topo** da pirâmide e **acaba na base**, com **maior soma** .

Em cada passo podemos ir **diagonalmente para baixo e para a esquerda ou para baixo e para a direita**.

PIRÂMIDE DE NÚMEROS



Limites: todos os números da pirâmide são inteiros

entre 0 e 100 e o número de linhas do triângulo é no

máximo 100.

COMO RESOLVER O PROBLEMA

- Força bruta
  - Avaliação de todos os caminhos possíveis e ver qual é o melhor

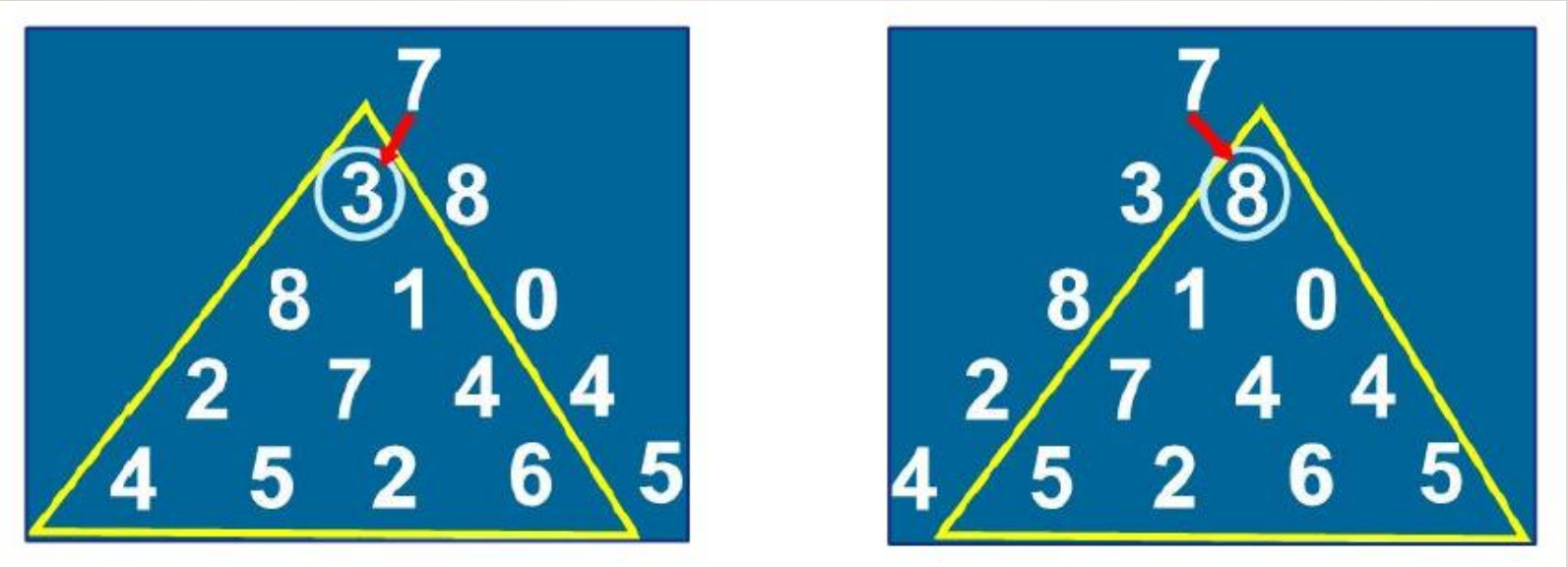
- Quanto tempo demora?
  - Quantos caminhos existem
  - 2^{n-1} 2^{99}

- **633.825.300.114.114.700.748.351.602.688**
- **Computador fazendo 1 bilhão de rotas por segundo**
  - 6,33 E +29
  - 1 E +9
  - 6,33 E+20 segundos
  - 1 ano = 31,5 E+6 segundos
  - 20 trilhões de anos

PIRÂMIDE DE NÚMEROS

NO TOPO DA PIRÂMIDE TEM-SE DUAS DECISÕES POSSÍVEIS – ESQUERDA OU DIREITA

EM CADA CASO TEM-SE TODAS AS ROTAS DE CADA SUB-PIRÂMIDE



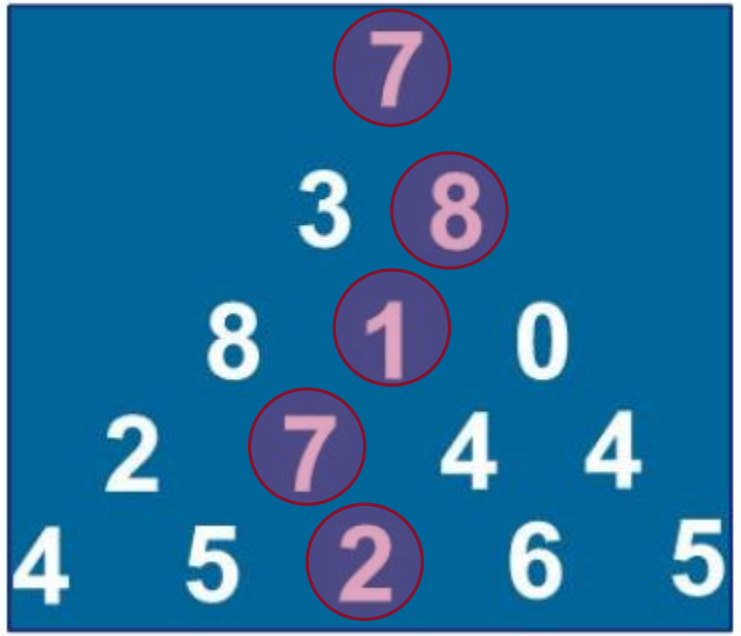
Só nós interessa saber a melhor rota interna de cada sub-pirâmide.

Uma instância menor do mesmo problema

PIRÂMIDE DE NÚMEROS

Excel

	1	2	3	4	5
1	7				
2	3	8			
3	8	1	0		
4	2	7	4	4	
5	4	5	2	6	5

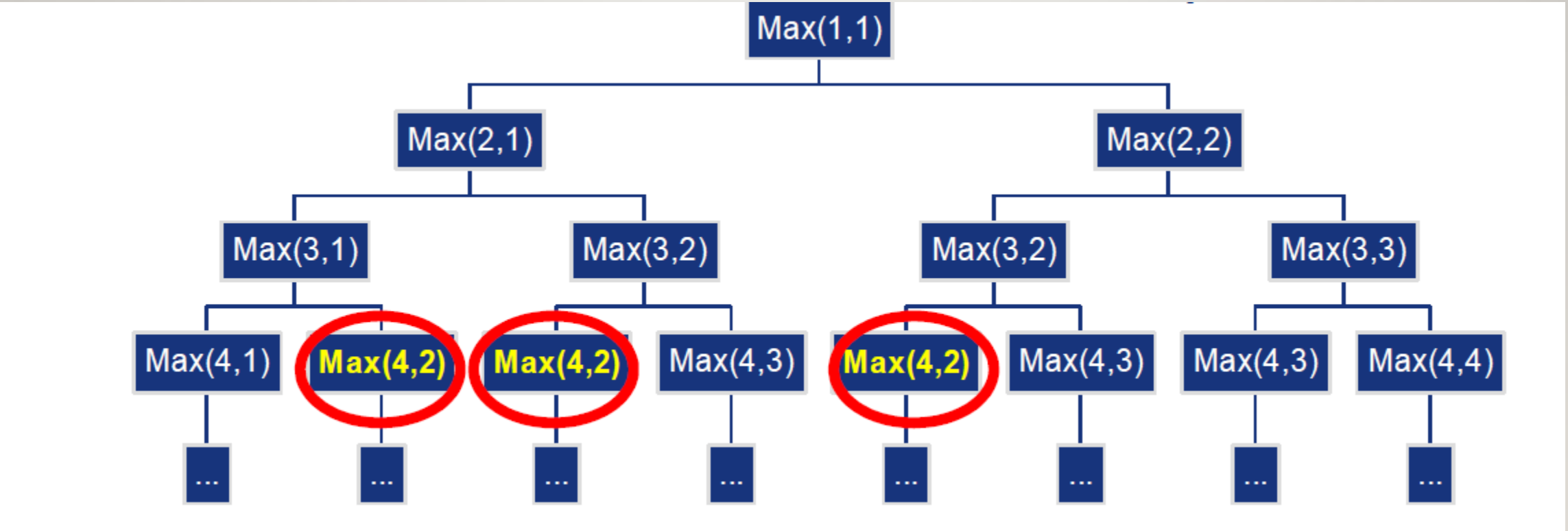


PIRÂMIDE DE NÚMEROS

	1	2	3	4	5
1	7				
2	3	8			
3	8	1	0		
4	2	7	4	4	
5	4	5	2	6	5

```
Function Max(i,j)
    IF i=n Then
        Max=p(i,j)
    Else
        Max = máximo(Max(i+1,j),Max(i+1,j+1)
    End If
End Function
```

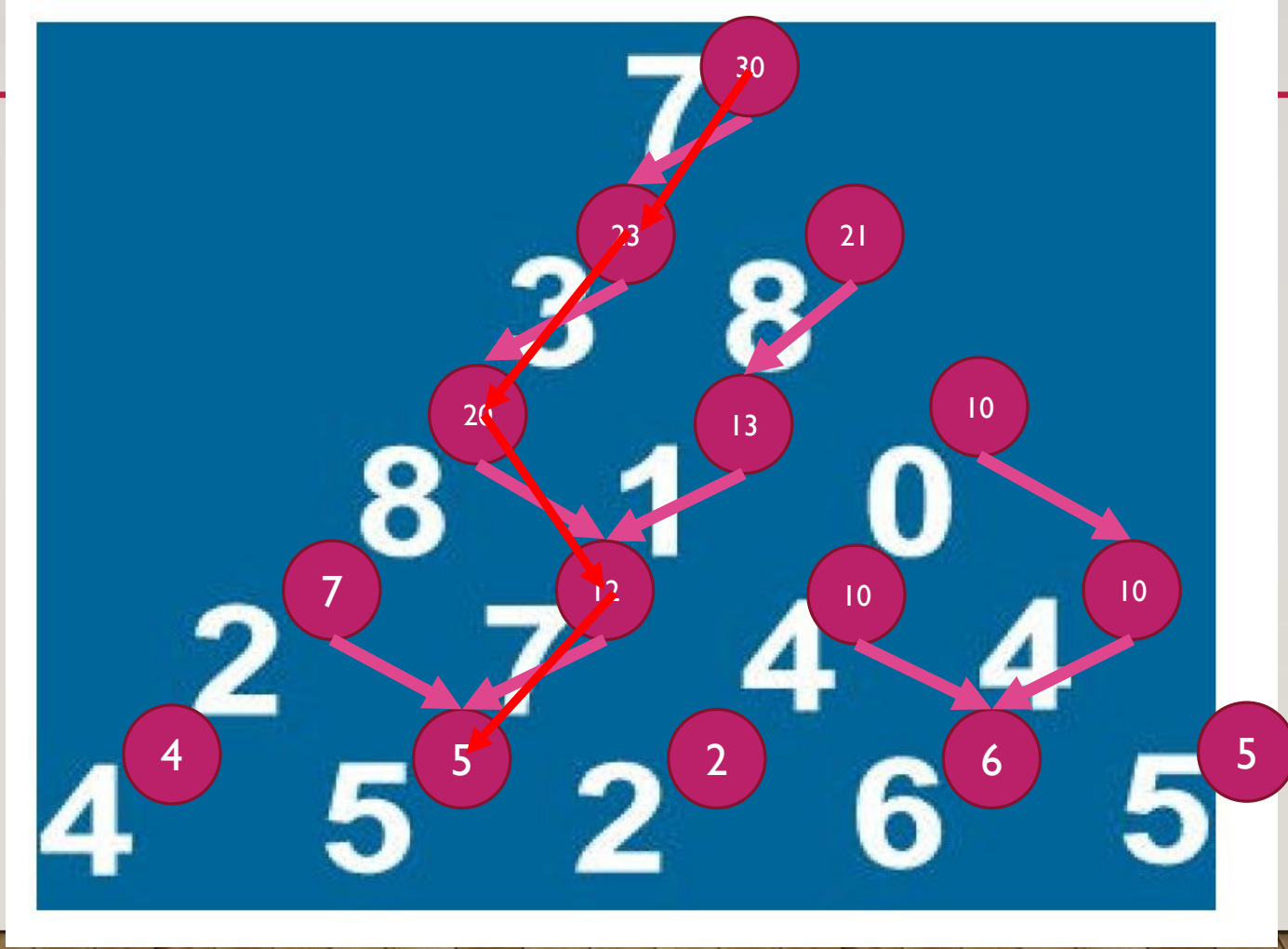
PIRÂMIDE DE NÚMEROS



PIRÂMIDE DE NÚMEROS

- Aproveitar o já calculado
  - Calcular uma vez cada sub-problema
- Criar uma tabela com os valores obtidos
  - Armazenar M(i,j)
- Existe uma ordem "melhor"?

PIRÂMIDE DE NÚMEROS – COMEÇAR PELO FINAL



PIRÂMIDE DE NÚMEROS

```
Sub Calc()
    For i=n-1 to 1
        For j=1 to i
            P(i,j)=P(i,j)+máximo(P(i+1,j),P(i+1,j+1))
        Next
    Next
End Sub
```

Resultado em P(1,1)

$O(n^2)$

$99^2=9801$

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

Técnica Algorítmica, normalmente aplicada a problemas de otimização, que é baseada em guardar resultados de subproblemas, em vez de calculá-los.

Troca de tempo por espaço