

# **ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS: APLICAÇÃO E COMPARAÇÃO DAS HEURÍSTICAS MÉTODO DE VARREDURA E MÉTODO DAS ECONOMIAS**

## **ROUTING VEHICLES: APPLICATION AND COMPARISON OF HEURISTICS SWEEP METHOD AND SAVINGS METHOD**

CAROLINE MARUCHI DE OLIVEIRA

MARIANA KLEINA

**Resumo:** Este trabalho tem como objetivo implementar, aplicar e comparar dois diferentes métodos referentes à resolução de problemas de roteirização de veículos, os quais buscam determinar roteiros de veículos de modo a minimizar o custo total de atendimento. Estes problemas são conhecidos por sua complexidade de resolução e por isso as heurísticas são os métodos que mais se adaptam ao problema, sendo os métodos das economias e de varredura as heurísticas escolhidas para análise neste trabalho. A primeira etapa foi uma revisão da literatura detalhando o problema e os métodos a serem aplicados. Em seguida, os métodos foram implementados computacionalmente em VBA e aplicados a diferentes bases de dados, para comparações entre si e identificação do melhor método com melhor desempenho. Os resultados dos métodos são a obtenção de rotas e da distância total percorrida para cada método aplicado a cada problema. Por meio da comparação entre estes dados é possível identificar o melhor método, aquele que apresenta resultados mais próximos ao valor ótimo e que ao mesmo tempo apresenta tempos de execução computacionais viáveis. Por meio destas análises, identificou-se que o método das economias apresenta resultados mais próximos aos valores ótimos, apesar de apresentar tempos computacionais maiores que o método de varredura.

**Palavras-chave:** Problema de roteirização de veículos. Heurísticas. Método das economias. Método de varredura.

**Abstract:** The main objective of this work is the programming, application and comparison of two different methods applied to resolution of vehicle routing problems, which aims to find vehicle routes in order to minimize the total attendance cost. These problems are known by their complexity of resolution and because of this, the heuristics are the methods that best fit

the problem; being the savings method and the sweep method the heuristics chosen to be analyzed on this work. The first step was a literature revision detailing the problem and the methods to be applied. Then, the methods in VBA and applied to different databases, for comparisons and identification of the best method. The results are the routes and total distance traveled for each method applied to each problem. By means of the comparison between these data possible to identify the best method, the one that shows the results closer to the best value and that on the same time shows viable computational execution times. With these analysis, it was identified that the savings method shows results closer to the best value, besides of presenting computational times greater than the sweep method.

**Keywords:** Vehicle routing problem. Heuristics. Savings method. Sweep method.

## 1 INTRODUÇÃO

O mercado está exigindo cada vez mais da capacidade de gestão e otimização das empresas para estas se manterem competitivas frente à grande dinamicidade dos acontecimentos e das informações.

A logística é uma das funções das empresas mais analisadas em estudos de melhoria, especialmente, o transporte; pois além de ser uma fonte de percepção de níveis de qualidade pelos clientes, é um dos setores cujos custos refletem diretamente nos custos da empresa. Em 2015, os custos logísticos representaram 12,7% do Produto Interno Bruto (PIB) no Brasil, sendo o transporte responsável por 6,8% do PIB, representando um valor de R\$ 401 bilhões (CNT, 2016).

Segundo Chopra & Meindl (2003), uma das decisões operacionais mais importantes referente à logística é a roteirização de veículos, ou seja, a determinação de rotas e o cronograma de minimizar os custos envolvidos. Sendo estes um dos principais objetivos das organizações, a otimização das distâncias percorridas e do tempo de entrega proporciona um aumento nos níveis de qualidade das empresas. Entretanto, a roteirização de veículos é um problema bastante complexo devido a quantidade de restrições envolvidas. Por isso Garey & Johnson (1979) afirmam tratar-se de um problema classificado como *NP-Hard*, isso significa que uma formulação matemática para este problema pode tornar-se muito complexa, e com isso impossibilita a resolução do problema em tempos hábeis e até mesmo a obtenção de uma

solução ótima. Com base nestas restrições, os métodos mais utilizados para a solução deste problema são as heurísticas e meta-heurísticas.

Portanto, este trabalho tem como principal objetivo a comparação de duas heurísticas aplicadas a problemas de roteirização de veículos. O principal objetivo é aplicá-las a problemas de diferentes dimensões de modo a determinar aquela que melhor se adapta ao problema, fornecendo os melhores resultados. Para tanto, foi escolhido dois algoritmos a serem abordados: método de varredura, proposto por Gillet & Miller, e método das economias, de Clarke & Wright. A aplicação dos métodos foi implementada computacionalmente, por meio do Excel, com auxílio do VBA (*Visual Basic for Applications*).

Este trabalho está estruturado em cinco seções, iniciando pela introdução com a finalidade de contextualizar o tema e definir os objetivos deste estudo. A segunda seção apresenta a revisão da literatura para o problema proposto e para as técnicas a serem empregadas para a resolução, seguida pela metodologia adotada. A quarta seção abrange os resultados obtidos com a implementação das metodologias, incluindo uma análise e comparação entre as informações. Terminando com as principais considerações sobre o estudo.

## **2 REVISÃO DA LITERATURA**

Nesta seção será abordado o problema de roteirização de veículos sob a visão de alguns autores, e em seguida serão detalhados dois métodos para a resolução deste problema, método das economias, de Clarke & Wright, e método de varredura, de Gillet & Miller.

### **2.1 Roteirização de Veículos**

O problema de roteirização de veículos é um dos assuntos mais abordados na área da Pesquisa Operacional e de acordo com Assad (1988) é um dos maiores sucessos desta área visto o número de trabalhos publicados. As primeiras formulações e estudos sobre o tema são registrados em 1959, por Dantzig & Ramser, por meio da generalização do problema caixeiro viajante ou TSP (*Travelling Salesman Problem*) na aplicação de um caso real de distribuição de combustível a postos de venda.

Segundo Novaes (2007), a existência de problemas relacionados à distribuição física e ao planejamento logístico de bens é a maior motivação para o estudo de roteirização de veículos. Sobre outro ponto de vista, o problema surge com a necessidade de atender as demandas de um conjunto de clientes dispersos geograficamente a partir de um depósito (BODIN, 1990).

O problema pode ser descrito como a determinação de roteiros de veículos com o objetivo de minimizar o custo total de atendimento. Laporte *et al.* (2000) complementam a definição com as seguintes premissas básicas do problema: cada roteiro inicia e termina no depósito; cada ponto deve ser visitado uma única vez e a demanda total de um roteiro não pode exceder a capacidade do veículo designado para tal. Há ainda uma extensão do problema conhecida como roteirização e programação de veículos que consiste na definição de rotas envolvendo restrições de rotas, como horário de início e término de viagens; veículos, como limite de capacidade; ou clientes, como janelas de atendimento (BALLOU, 2006).

Fisher & Jaikumar (1981) apresentaram o problema, mais especificamente, mediante formulação matemática. Para o detalhamento do problema, os autores determinaram os seguintes parâmetros, restrições e variáveis:

Parâmetros:

NV: Número de Veículos

N: Número de clientes. Os clientes são designados de 1 a n. 0 representa o depósito central

$Q_v$ : Capacidade do veículo  $v$

$Q_i$ : Demanda do cliente  $i$

$C_{ij}$ : Custo de deslocamento do cliente  $i$  ao cliente  $j$

S: Subgrafo do problema, excluindo o depósito.

Variáveis

$$Y_i^v = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é atendido pelo veículo } v \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$X_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ se desloca diretamente do cliente } i \text{ até o cliente } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Função Objetivo: Min  $\sum_i^n \sum_j^n \sum_n^{NV} C_{ij} * X_{ij}^v$

(1)

Restrições

$$\sum_i^n q_i * Y_i^v \leq Q_v \quad v = 1, \dots, NV \quad (2)$$

$$\sum_n^{NV} Y_0^v = NV \quad (3)$$

$$\sum_v^{NV} Y_i^v = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_i^n X_{ij}^v = Y_j^v \quad j = 1, \dots, n; v = 1, \dots, NV \quad (5)$$

$$\sum_i^n X_{ij}^v = Y_i^v \quad i = 1, \dots, n; v = 1, \dots, NV \quad (6)$$

$$\sum_{i,j \in S} X_{ij}^v \leq |S| - 1 \quad S \in N \setminus \{0\}; 2 \leq |S| \leq n - 1; v = 1, \dots, NV \quad (7)$$

$$Y_i^v \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, n; v = 1, \dots, NV \quad (8)$$

$$X_{ij}^v \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n; v = 1, \dots, NV \quad (9)$$

A função objetivo do problema (1) é minimizar o custo total de atendimento, respeitando todas as restrições impostas. A restrição (2) indica que a soma das demandas dos clientes  $i$  atendidos pelo veículo  $v$  não pode ultrapassar a capacidade do veículo. A restrição (3) garante que os veículos iniciem e terminem suas rotas no depósito, representado pelo índice 0; enquanto a restrição (4) garante que todos os clientes sejam atendidos uma única vez e por apenas um veículo. As restrições (5) e (6) são responsáveis pela conservação do fluxo. Isso significa que cada cliente terá um único arco de entrada e um único arco de saída. A restrição (7) impede a formação de sub-rotas. E as restrições (8) e (9) indicam que as variáveis são binárias.

Alguns autores classificam o problema de roteirização de veículos de acordo com suas características. Já Bodin *et al.* (1983) segregam o problema em três grupos: problema de roteirização pura, que considera apenas aspectos espaciais; problema de programação de veículos, que admite questões espaciais e temporais; e problemas combinados de roteirização e programação de veículos, havendo restrições temporais, espaciais, além de precedências entre as atividades.

De acordo com Wu & Cunha (2008), os problemas de roteirização de veículos são conhecidos pela sua complexidade de resolução. Cunha *et al.* (2002) e Garey & Johnson (1979) complementam o raciocínio ao declararem que a roteirização de veículos se trata de um problema do tipo *NP-hard*, com complexidade exponencial, ou seja, o esforço computacional demandado para a resolução do problema aumenta exponencialmente em função do número de pontos a serem considerados nos roteiros.

Devido a esta complexidade, torna-se impraticável a aplicação de métodos com solução exata para a resolução do problema, sendo praticamente mais viável a utilização de heurísticas, método que procura por soluções boas, próximas da ótima, mas com um tempo operacional menor (REEVES, 1993).

Cordeau *et al.* (2007) abordaram em seu trabalho algumas heurísticas para a resolução do problema de roteirização. Os autores dividiram os métodos em dois grupos: heurísticas e meta-heurísticas. Quanto às heurísticas, os autores citaram duas técnicas:

1. Métodos construtivos que se iniciam com roteiros vazios e, por meio de processos iterativos, pontos são adicionados a estes roteiros. Um exemplo desta abordagem é o método das economias, proposto por Clarke & Wright (1964);
2. Métodos de decomposição da resolução em duas fases: primeiro os pontos são agrupados em roteiros, e em seguida, para cada roteiro é determinada a sequência destes pontos. Um exemplo desta aplicação é o algoritmo de varredura, de Gillet & Miller (1974).

Meta-heurísticas consistem na aplicação de heurísticas modeladas para cada problema específico. A principal vantagem destes procedimentos é a melhoria da solução, ao desconsiderar um ótimo local, temporariamente, para procurar um ótimo global. Com isso, os autores afirmam que com sua utilização é possível aumentar o espaço de procura por soluções do problema, e com isso propuseram três técnicas: métodos de busca, métodos populacionais e *learning mechanisms*.

## **2.2 Método de Varredura – Gillet & Miller**

Segundo Ballou (2006), o método de varredura é um método simples que pode ser resolvido rapidamente mediante meios computacionais ou podendo até mesmo ser resolvido a mão. O autor complementa que o método é indicado para situações em que os veículos possuem o mesmo tamanho ou capacidade, e em que não existem restrições temporais.

Trata-se de um algoritmo de dois estágios. No primeiro estágio os pontos são atribuídos aos roteiros, para somente no segundo passo estabelecer a sequência das rotas. O método pode ser dividido nas seguintes etapas:

1. Identificar todos os pontos, inclusive o depósito, em uma malha ou mapa;
2. Traçar uma linha reta partindo do depósito;
3. Girar a linha, em sentido horário ou anti-horário, até encontrar um ponto;

4. Verificar se a integração do ponto ao roteiro respeita a capacidade do veículo ou outras restrições impostas ao problema. Se a resposta for não, continuar rotacionando a reta até o encontro do próximo ponto; caso contrário, adicionar o ponto ao roteiro. Continuar com a varredura até que todos os pontos estejam inclusos em roteiros;

5. Para cada roteiro, determinar as rotas que minimizem o custo ou a distância total. Esta determinação pode ser realizada mediante aplicação de algoritmos que resolvam o problema do caixeiro viajante.

### 2.2.1 Problema do Caixeiro Viajante

De acordo com Goldberg & Luna (2000), o problema do caixeiro viajante ou TSP (*travelling salesman problem*) é um dos mais tradicionais problemas de programação matemática e pode ser aplicado a diversas áreas. O problema pode ser associado ao jogo *Around the World* proposto por Willian Rowan Hamilton, em 1857. O jogo consistia em formar um roteiro, a partir de vértices de um dodecaedro, de modo que fosse iniciado e terminado na mesma cidade, passando apenas uma vez por cada uma. Surgindo o conceito de ciclo hamiltoniano, ciclo que passa por todos os vértices apenas uma única vez, retornando ao ponto inicial.

Primeiramente, é preciso apresentar algumas definições para maior compreensão do problema do caixeiro viajante. O primeiro conceito a ser discutido é grafo. De acordo com Arenales *et al.* (2007), um grafo é uma associação de nós e arestas, representado por  $G = (N, E)$ , sendo  $N$  um conjunto finito de nós ou vértices, e  $E$ , um conjunto de arestas, ou seja, pares de nós, representados por  $(i, j)$ . Um grafo pode ainda ser classificado como grafo orientado ou dígrafo quando as arestas são pares ordenados. Com isso, surge outra definição, arco, que se refere ao par ordenado  $(i, j)$  do grafo, sendo  $i$  o nó inicial e  $j$  o nó final.

Ainda segundo Arenales *et al.* (2007), o caminho de um nó  $i_0$  até um nó  $i_k$  é o conjunto de arcos,  $C = \{(i_0, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_{k-1}, i_k)\}$ , sendo que o nó final de cada arco é o nó inicial do arco seguinte, ou seja, os arcos são coerentemente orientados. Uma cadeia é semelhante a um caminho, entretanto, no caso da cadeia os arcos não precisam ser coerentemente orientados, basta que os arcos adjacentes tenham um nó em comum. E por fim, um ciclo é uma cadeia fechada, e um circuito é um caminho fechado, ou seja, os nós iniciais são os mesmos que os nós finais ( $i_0 = i_k$ ).

Considerando um grafo  $G = (N, E)$  e  $C_{ij}$ , custos associados a cada aresta do grafo, o problema do caixeiro viajante consiste em um conjunto de cidades, que partindo de um ponto inicial ou depósito, devem ser visitadas uma única vez, retornando ao ponto de origem, de modo a minimizar o custo total.

Goldberg & Luna (2000) apresentam a seguinte formulação matemática do problema do caixeiro viajante:

Parâmetros

$n$  Número de pontos a serem percorridos;  
 $C_{ij}$  Custo ou distância de deslocar-se da cidade  $i$  até a cidade  $j$ ;  
 $S$  Subgrafo do problema.

Variáveis:

$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se for escolhido o caminho da cidade } i \text{ até a cidade } j. \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$$\text{Função Objetivo:} \quad \text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} * X_{ij} \quad (10)$$

Restrições

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (12)$$

$$\sum_{i,j \in S} X_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \in N \quad (13)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \in N \quad (14)$$

A função objetivo (10) é a de minimizar o custo total de deslocamento. A restrição (11) indica que o fluxo de entrada de cada cidade deve ser 1, e a restrição (12), que o fluxo de saída de cada cidade também deve ser 1. Estas duas restrições representam a condição de que cada cidade deve ser visitada apenas uma única vez. A restrição (13) impede a formação de sub-rotas, e a restrição (14) indica que a variável é binária.

### 2.2.2 Inserção do mais econômico

A heurística inserção do mais econômico é um método utilizado para a resolução do problema do caixeiro viajante, assim como as heurísticas inserção do mais próximo e inserção do mais distante.

Segundo Cordenonsi (2008), o algoritmo inserção do mais econômico consiste em formar uma rota passo a passo partindo de uma rota inicial envolvendo três pontos. Esta rota inicial pode ser obtida por qualquer método, ou até mesmo pela combinação dos pontos que apresentam o menor custo. A cada iteração, é adicionado um ponto  $k$  à ligação dos vértices  $i$  e  $j$ , já inclusos na rota, de modo a minimizar o custo de inserção, representado por:  $c_{i,j,k} = c_{i,k} + c_{k,j} - c_{i,j}$ .

O método pode ser descrito pelos seguintes passos:

1. Iniciar com o par de pontos que apresenta o menor custo;
2. Considerando os pontos ainda não incluídos na rota, determinar um ponto,  $k$ , que apresente o menor custo;
3. Calcular o custo de inserção  $c_{i,j,k} = c_{i,k} + c_{k,j} - c_{i,j}$  do ponto  $k$  em relação a todos os pontos já existentes na rota para determinar, entre quais pontos  $i$  e  $j$ , o ponto  $k$  será inserido;
4. Continuar o processo até que todos os pontos estejam incluídos na rota.

### 2.3 Método das Economias – Clarke & Wright

O objetivo do método proposto por Clarke & Wright (1964) é otimizar a roteirização de uma frota de veículos com capacidade limitada, partindo de um depósito central. Os autores propuseram algumas diretrizes para o problema, como o conhecimento da menor distância entre dois pontos e a homogeneidade dos produtos em relação à unidade de medida.

De acordo com Ballou (2006), uma das vantagens deste método é a flexibilidade para resolver restrições aliada à rapidez computacional, tornando-o melhor que o método de varredura.

O método inicia-se partindo da ideia de que existe um veículo exclusivo atendendo cada ponto e retornando ao depósito, como ilustrado na Figura 1. Sendo  $d_{ij}$  a distância entre os pontos  $i$  e  $j$ .

A lógica é combinar pontos em um mesmo roteiro, de modo a diminuir o número de veículos e a distância total percorrida, como na Figura 2. A escolha de quais pontos serão combinados é determinada a partir do cálculo da distância que seria economizada ao combinar os pontos na mesma rota. Esta distância economizada é calculada pela fórmula,  $S = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$ , sendo 0 o depósito, e  $i$  e  $j$  os pontos a serem analisados.

Novaes (2007) descreve o método nas seguintes etapas:

1. Calcular a distância economizada (*savings*)  $S_{i,j}$ , para todo  $i$  e  $j$ , sendo  $i \neq 0$  e  $j \neq 0$ ;
2. Ordenar as distâncias economizadas em ordem decrescente;
3. Iniciar a análise com o par de pontos que apresenta a maior distância economizada.

Para cada par deve ser analisado os seguintes pontos:

- a. Se  $i$  e  $j$  não estão incluídos em nenhum outro roteiro, criar um novo roteiro com esses dois pontos;

- b. Se o ponto  $i$  ou o ponto  $j$  já pertencem a algum roteiro, verificar se são o primeiro ou o último ponto do roteiro. Se a resposta for sim, incluir o par de pontos na extremidade;
      - c. Se os pontos  $i$  e  $j$  fazem parte de roteiros, mas cada ponto em um roteiro diferente, verificar se os pontos estão localizados nos extremos do roteiro. Se a resposta for sim, unir os dois roteiros, caso contrário, passar para a etapa 4;
      - d. Se os pontos pertencem ao mesmo roteiro, passar para a etapa 4.
4. Quando os pontos forem acrescentados a um roteiro, ou quando houver a união de dois roteiros, verificar se as restrições do problema são satisfeitas;
5. Continuar o processo até que todos os pontos estejam inclusos em algum roteiro.

### 3 METODOLOGIA

A pesquisa pode ser classificada em diferentes tipos de acordo com sua abordagem, natureza, objetivos e procedimentos.

Quanto à abordagem, esta pesquisa pode ser classificada como quantitativa, pois segundo Fonseca (2002), utiliza a linguagem matemática para relacionar variáveis e descrever um fenômeno. Quanto à natureza, trata-se de uma pesquisa aplicada, pois dirige-se à solução de um problema específico. Quanto aos objetivos, enquadra-se como exploratória, já que de acordo com Gil (2007), tem o objetivo de apresentar uma visão geral sobre o assunto. E por fim, quanto aos procedimentos, tem-se uma pesquisa bibliográfica, pois foi realizada a partir de referenciais teóricos já publicados em meios escritos ou eletrônicos.

Em seguida, selecionou-se os dados a serem analisados ao longo do trabalho. Estas informações foram coletadas a partir de um banco de dados presente no site *Networking and Emerging Optimization* (NEO, 2018). Com estes dados busca-se representar, de modo mais próximo à realidade, uma situação típica do problema de roteirização de veículos. O próximo passo foi desenvolver e programar computacionalmente os métodos escolhidos, método de varredura e método das economias. A linguagem escolhida para programação foi o VBA (*Visual Basic for Applications*), implementado por meio do Excel.

NEO (2018) é um site voltado para problemas de roteirização de veículos e nele pode-se encontrar desde uma introdução do assunto; descrição; formulação matemática; métodos de

resolução, com passo a passo; bases de dados para problemas de diferentes dimensões, até os valores ótimos já encontrados para os problemas. Como o site já apresenta a solução ótima para grande parte dos problemas disponibilizados, a ideia era comparar o resultado obtido pelo método programado com aquele fornecido em NEO.

Com isso, após encontrar as resoluções dos problemas a partir da programação em VBA dos métodos apresentados anteriormente, os resultados obtidos foram comparados com as resoluções disponibilizadas no site para determinar a eficácia dos códigos programados. Além disso, também foram realizadas comparações entre os métodos estudados para identificar aquele que melhor se adaptou aos dados disponíveis.

## **4 RESULTADOS**

Com os métodos das economias e de varredura implementados em VBA no Excel, foram realizados alguns testes, com os dados obtidos no site NEO, para validar a eficácia dos códigos desenvolvidos. As mesmas bases de dados foram testadas para ambos os métodos.

As condições para a validação dos métodos também foram mantidas, tanto condições internas à base de dados, como número de pontos e veículos, demandas e restrições de capacidade; quanto condições externas. Neste último quesito, foi utilizado o mesmo computador para a aplicação de todas as bases de dados aos modelos, mantendo-se apenas o aplicativo Excel em execução para a performance dos métodos.

Foram testadas bases de dados de diversas dimensões, variando em números de pontos e também de veículos. Com a mesma finalidade de manter a constância dos fatores que possam influenciar os métodos, todas as bases de dados foram extraídas do NEO.

Para fins de análise, foram considerados três problemas de dimensões variadas. O primeiro problema, de menor dimensão, continha 31 pontos a serem percorridos e 5 veículos disponíveis; o segundo, intermediário, com 47 pontos e 7 veículos; e o terceiro, sendo o maior com 66 pontos e 10 veículos. A contagem de pontos exclui o depósito, considerando-se apenas os pontos com demanda a serem percorridos.

A pesquisa envolveu a análise de alguns componentes, dentre eles:

1. O melhor valor, em unidades de distância, obtido por cada método;

2. A comparação do melhor valor obtido por cada método com relação ao valor ótimo fornecido pela base de dados do site NEO, na Tabela 1, identificada pela coluna GAP.
3. Análise das rotas geradas por cada método e suas comparações às rotas ótimas fornecidas como resolução pela base de dados;
4. Tempo de performance computacional de cada método.

Pela Tabela 1, pode-se visualizar que o método das economias apresentou melhores resultados para os três exemplos, quando comparado ao método de varredura. Isto acontece porque o primeiro método realiza buscas globais, ou seja, a cada iteração a busca dos pontos a serem inseridos passa por todos os pontos, independente da proximidade entre eles. Entretanto, no segundo método, o critério para inserção dos pontos no roteiro depende da proximidade entre os pontos, desconsiderando pontos afastados entre si.

Não foi possível obter o mesmo valor ótimo, com os algoritmos testados para nenhuma das bases de dados testadas. Esta é uma característica esperada, pois devido à complexidade do problema, e ao fato de ambos os métodos se tratarem de uma heurística, não há uma garantia da obtenção do resultado ótimo. Entretanto, com o segundo exemplo de 47 pontos e 7 veículos, o resultado obtido pelo método das economias encontra-se bem próximo ao valor ótimo, com um GAP de 2,72%, calculado pela equação 4.1. Dentre todos os testes, foi o exemplo que apresentou melhor desempenho de resolução. O GAP representa uma medida da eficácia do método implementado. Por meio dele, é possível analisar o quanto o valor encontrado pelo método se aproxima do valor ótimo; portanto, quanto menor for o valor do GAP, mais próximo são o valor ótimo e o valor encontrado. A medida foi calculada pela seguinte equação:

$$GAP = \frac{(valor\ encontrado - valor\ ótimo)}{valor\ encontrado}$$

(4.1)

Pela análise de dados não foi possível destacar uma relação entre o GAP encontrado e o número de pontos ou número de veículos do problema, pois como pode ser visualizado na Tabela 1, o GAP diminui quando se compara o segundo exemplo com o primeiro, mas tornou a aumentar na terceira base de dados.

Para análise dos conjuntos de rotas gerados pelos algoritmos, optou-se por detalhar o primeiro exemplo, na Tabela 2, por possuir menor número de veículos e também de pontos a serem percorridos, o que facilita a visualização das informações. Na Tabela 2, encontra-se o

roteiro gerado por cada algoritmo para cada veículo, além dos roteiros ótimos fornecidos pelo NEO, destacando-se diferenças significativas nos roteiros para cada um dos métodos.

As Figuras 3 e 4 permitem uma melhor representação gráfica dos pontos percorridos por cada veículo, sendo o depósito o ponto de coordenadas (82, 76).

Pela Figura 3, que detalha os roteiros do algoritmo das economias, pode-se visualizar alguns cruzamentos entre rotas. Cruzamentos, seja entre rotas ou mesmo entre pontos dentro de uma mesma rota, não são o ideal para uma solução, podendo distanciar ainda mais o resultado do valor ótimo. Entretanto, mesmo havendo cruzamentos entre rotas, a solução do algoritmo das economias mostrou-se melhor que a solução do algoritmo de varredura, o qual não apresentou nenhum cruzamento, como pode ser visualizado na Figura 4.

Uma das possíveis explicações que podem justificar o fato de o algoritmo de varredura não ter apresentado nenhum cruzamento é que a primeira etapa do problema, a varredura, considera as posições dos pontos, agrupando ao mesmo roteiro aqueles pontos que se encontram mais próximos. Diferente do método das economias, que analisa todos os pontos a serem incluídos nos roteiros, optando por aqueles que causem maior economia, o que não significa que será o conjunto de pontos que se encontram mais próximos.

Na tentativa de desfazer os cruzamentos entre as rotas apresentados na Figura 3, foi aplicado um método de melhoria de rotas chamado 2-opt inter-rotas. Este método busca trocar porções de duas rotas entre si, de modo a desfazer o cruzamento, como pode ser visualizado na Figura 5. Entretanto, o método não apresentou nenhuma melhoria aos problemas devido às restrições de capacidade dos veículos. Ao fazer a troca de pontos entre as rotas, a capacidade de um dos veículos era excedida.

Outro ponto de atenção é o tempo de performance, que pode causar grande influência na escolha de um método. Sobre esta variável, há duas observações em destaque. A primeira delas é que pode-se perceber que o tempo de performance do algoritmo aumenta em função da complexidade do problema, ou seja, da combinação de número de pontos a serem percorridos e do número de veículos disponíveis. Este fato pode ser constatado nos dois algoritmos. Outro ponto a ser mencionado é que o método das economias apresentou em todos os testes maior tempo de performance do algoritmo. Além disso, este tempo do método das economias apresenta maior variação em relação à complexidade do problema do que quando comparado ao método de varredura.

Pela Figura 6 pode-se visualizar que no método das economias, o tempo de performance, representado no eixo vertical, aumenta de modo mais acentuado conforme

aumenta-se a complexidade do problema, neste caso, representada pelo número de veículos no eixo horizontal. Isto deve-se ao fato de que a cada iteração do método, todos os veículos são analisados para verificar a melhor posição de inserção dos pontos. Sendo assim, o número global de iterações depende do número de pontos do problema; entretanto, dentro de cada iteração, haverá outras iterações que dependerão do número de veículos.

Já no método de varredura há uma primeira etapa do algoritmo que realiza o agrupamento dos pontos em roteiros, ou seja, determina quais pontos integrarão a rota de cada veículo. A segunda etapa do método objetiva somente ordenar os pontos de modo a obter a melhor rota para cada roteiro. Isto torna as iterações deste método mais simples, uma vez que não há a necessidade de se verificar todos os veículos a cada iteração.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A roteirização de veículos ganha um papel de grande importância dentro da logística, um dos setores de maior custo para as empresas, uma vez que objetiva estabelecer cronogramas e rotas de modo a minimizar custos envolvidos, distâncias percorridas, entre outros objetivos e assim oferecer maior competitividade à empresa.

O presente artigo buscou a resolução de problemas de roteirização de veículos a partir da aplicação de heurísticas e comparação dos resultados obtidos para determinar qual método oferece as melhores soluções. As heurísticas aplicadas nesta pesquisa foram a de Clarke e Wright, método das economias, e a de Gillet e Miller, método de varredura.

Do ponto de vista computacional, ambos os métodos se mostraram viáveis. O método de varredura foi o de mais rápida execução, com tempos computacionais na faixa dos segundos e pouca variação com a dimensão dos problemas. Já no método das economias, o tempo de execução apresentou maior relação com a complexidade do problema; conforme esta aumentava, o tempo computacional, que encontrou-se na faixa dos minutos, também aumentava.

Do ponto de vista de desempenho dos métodos, o método das economias apresentou melhores resultados daqueles obtidos pelo método de varredura. Os resultados da função objetivo obtidos pelo primeiro método foram menores e mais próximos dos valores ótimos.

Ponderando-se estas considerações, o método das economias mostrou adaptar-se melhor aos problemas de roteirização de veículos com a obtenção de resultados mais satisfatórios dentro de tempos computacionais viáveis, uma vez que este realiza uma busca global a cada iteração do problema, enquanto o método de varredura realiza buscas locais.

## REFERÊNCIAS

- Arenales, M., Armentano, V., Morabito, R., & Yanasse, H. (2007). Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Assad, A. A. (1988). Modeling and implementation issues in vehicle routing. In B. L. Golden & A. A. Assad (Eds.), *Vehicle routing: methods and studies*, pp. 7-46. Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
- Ballou, R. H. (2006). Gerenciamento da cadeia de suprimento /logística empresarial (5a ed). Porto Alegre: Bookman.
- Bodin, L.D. (1990). Twenty years of routing and scheduling. *Operations Research*, 38(4), 571-574. <https://doi.org/10.1287/opre.38.4.571>
- Bodin, L. D., Golden. B., Assad, A., & Ball, M. (1983). Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art. *Computers and Operations Research*, 10(2). [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(83\)90030-8](https://doi.org/10.1016/0305-0548(83)90030-8)
- Chopra, S., & Meindl, P. (2003). Gerenciamento da cadeia de suprimentos. São Paulo: Prentice Hall.
- Clarke, G., & Wright, J.W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12(4), 568 -581. <https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>

- CNT – Confederação Nacional do Transporte. (2016). Custo logístico consome 12,7% do PIB do Brasil. Recuperado em 26 maio, 2018, de <http://www.cnt.org.br/Imprensa/noticia/custo-logistico-consome-12-do-pib-do-brasil>.
- Cordeau, J.-F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W. P., & Vigo, D. (2007). Vehicle routing. In B. Cynthia & L. Gilbert (Eds.), *Handbooks in operations research and management science*, 14, 367-428. Amsterdam: Elsevier.
- Cordenonsi, A. Z. (2008). *Ambientes, objetos e dialogicidade: uma estratégia de ensino superior em heurísticas e meta-heurísticas*. (Dissertação de doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. <http://hdl.handle.net/10183/14668>
- Cunha, C. B., Bonasser, U. O., & Abrahão, F. T. (2002). Experimentos computacionais com heurísticas de melhorias para o problema do caixeiro viajante. In *Anais do XVI ANPET - Panorama Nacional de Pesquisa em Transportes* (pp. 105-117). Rio de Janeiro. [https://www.researchgate.net/publication/228434832\\_Experimentos\\_computacionais\\_com\\_heuristicas\\_de\\_melhorias\\_para\\_o\\_problema\\_do\\_caixeiro\\_viajante](https://www.researchgate.net/publication/228434832_Experimentos_computacionais_com_heuristicas_de_melhorias_para_o_problema_do_caixeiro_viajante)
- Dantzig, G. B., & Ramser, R. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6(1), 90-91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>
- Fisher, M., & Jaikumar, R. A. (1981). Generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks*, 11, 113-129. <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a100992.pdf>
- Fonseca, J. J. S. (2002). *Metodologia da pesquisa científica*. (Apostila). Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza.
- Garey R. M., & Johnson S. D. (1979). *Computers and intractability: A guide to the theory of NP – completeness*.
- Gil, A. C. (2007). *Como elaborar projetos de pesquisa* (4a ed). São Paulo: Atlas.

Gillet, B. E., & Miller, L. R. (1974). A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. *Operations Research*, 22(2), 240-249. <https://doi.org/10.1287/opre.22.2.340>

Goldbarg, M. C., & Luna, H. P. L. (2000). *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. Rio de Janeiro: Campus.

Laporte, G., Gendreau, M., Potvin, J.Y., & Semet, E. F. (2000). Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International Transactions in Operational Research*, 7(4-5), 285-300. [https://doi.org/10.1016/S0969-6016\(00\)00003-4](https://doi.org/10.1016/S0969-6016(00)00003-4)

NEO – Networking and Emerging Optimization. Capacited VRP instances. Recuperado em 9 maio, 2018, de <http://neo.lcc.uma.es/vrp/vrp-instances/capacitated-vrp-instances/>.

Novaes, A. G. (2007). *Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição: estratégia, operação e avaliação* (4a ed). Rio de Janeiro: Campus.

Reeves, C.R. (1993). *Modern heuristic techniques for combinatorial problems*. John Wiley & Sons. Inc. New York.

Wu, L., & Cunha, C. B. (2008). O problema da roteirização periódica de veículos. *Transportes*, 16(1), 5-16. <https://doi.org/10.14295/transportes.v16i1.8>

## TABELAS

**Tabela 1.** Melhores valores por métodos comparado ao valor ótimo.

Número De Pontos	Número De Veículos	Método das Economias			Método de Varredura			Valor Ótimo
		Melhor Valor	Tempo (s)	GAP (%)	Melhor Valor	Tempo (s)	GAP (%)	
31	5	843	45	7	876	10	10,56	784
47	7	1103	216	2,72	1169	13	8,25	1073
66	10	1110	638	6,94	1328	21	22,24	1033

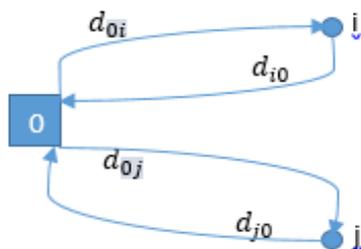
Fonte: Elaboração dos autores (2018).

**Tabela 2.** Detalhamento dos roteiros para o problema com 31 pontos e 5 veículos.

Veículo	Método das Economias	Método de Varredura	Ótimo
1	0 – 23 – 2 – 3 – 17 – 19 – 31 – 21 – 0	0 – 30 – 17 – 19 – 31 – 21 – 16 – 0	0 – 21 – 31 – 19 – 17 – 13 – 7 – 26 – 0
2	0 – 16 – 7 – 13 – 1 – 12 – 0	0 – 24 – 18 – 9 – 8 – 11 – 4 – 28 – 14 – 0	0 – 12 – 1 – 16 – 30 – 0
3	0 – 26 – 6 – 18 – 28 – 4 – 11 – 8 – 9 – 22 – 14 – 0	0 – 26 – 6 – 23 – 3 – 2 – 13 – 7 – 0	0 – 14 – 28 – 11 – 4 – 23 – 3 – 2 – 6 – 0
4	0 – 20 – 5 – 25 – 10 – 15 – 29 – 27 – 0	0 – 27 – 29 – 22 – 15 – 10 – 25 – 5 – 20 – 0	0 – 29 – 18 – 8 – 9 – 22 – 15 – 10 – 25 – 5 – 20
5	0 – 24 – 30 – 0	0 – 12 – 1 – 0	0 – 27 – 24 – 0

Fonte: Elaboração dos autores (2018).

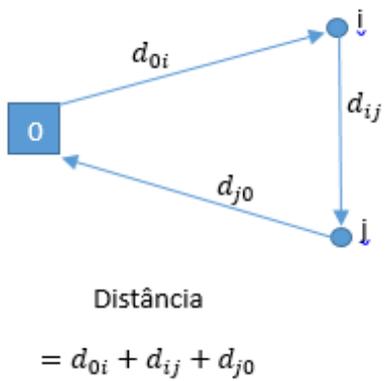
## FIGURAS



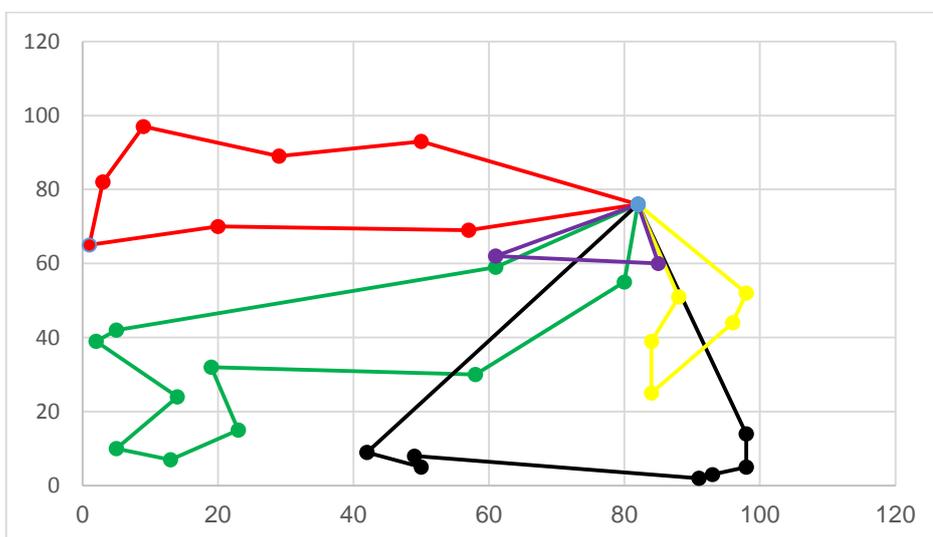
Distância

$$= d_{0i} + d_{i0} + d_{0j} + d_{j0}$$

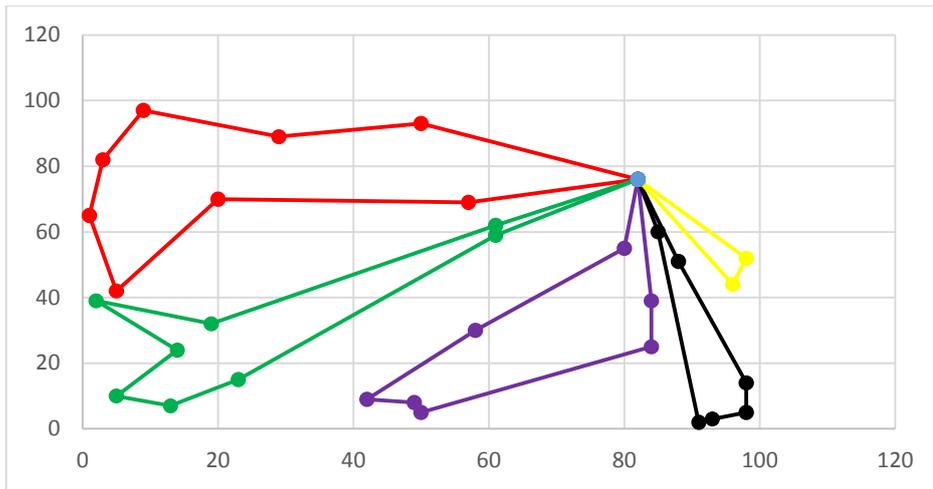
**Figura 1.** Roteiro inicial. Fonte: Adaptado de Ballou (2006).



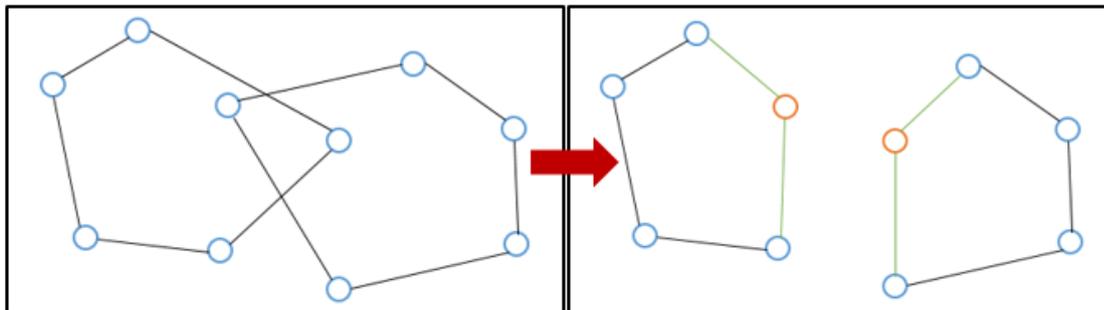
**Figura 2.** Combinação de dois pontos em um roteiro. Fonte: Adaptado de Ballou (2006).



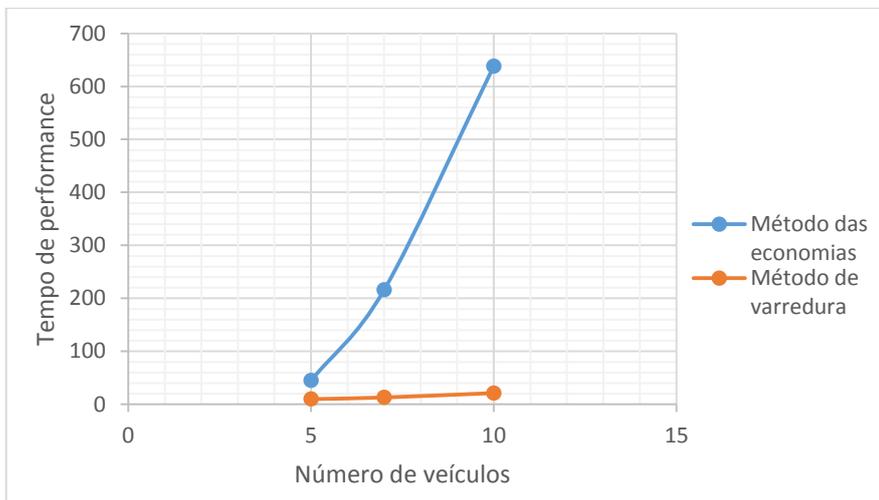
**Figura 3.** Representação gráfica do método das economias com 31 pontos e 5 veículos.  
 Fonte: Elaboração dos autores (2018).



**Figura 4.** Representação gráfica do método de varredura com 31 pontos e 5 veículos. Fonte: Elaboração dos autores (2018).



**Figura 5.** 2-opt inter-rotas. Fonte: Elaboração dos autores (2018).



**Figura 6.** Tempo de performance dos algoritmos de acordo com o número de veículos. Fonte: Elaboração dos autores (2018).