

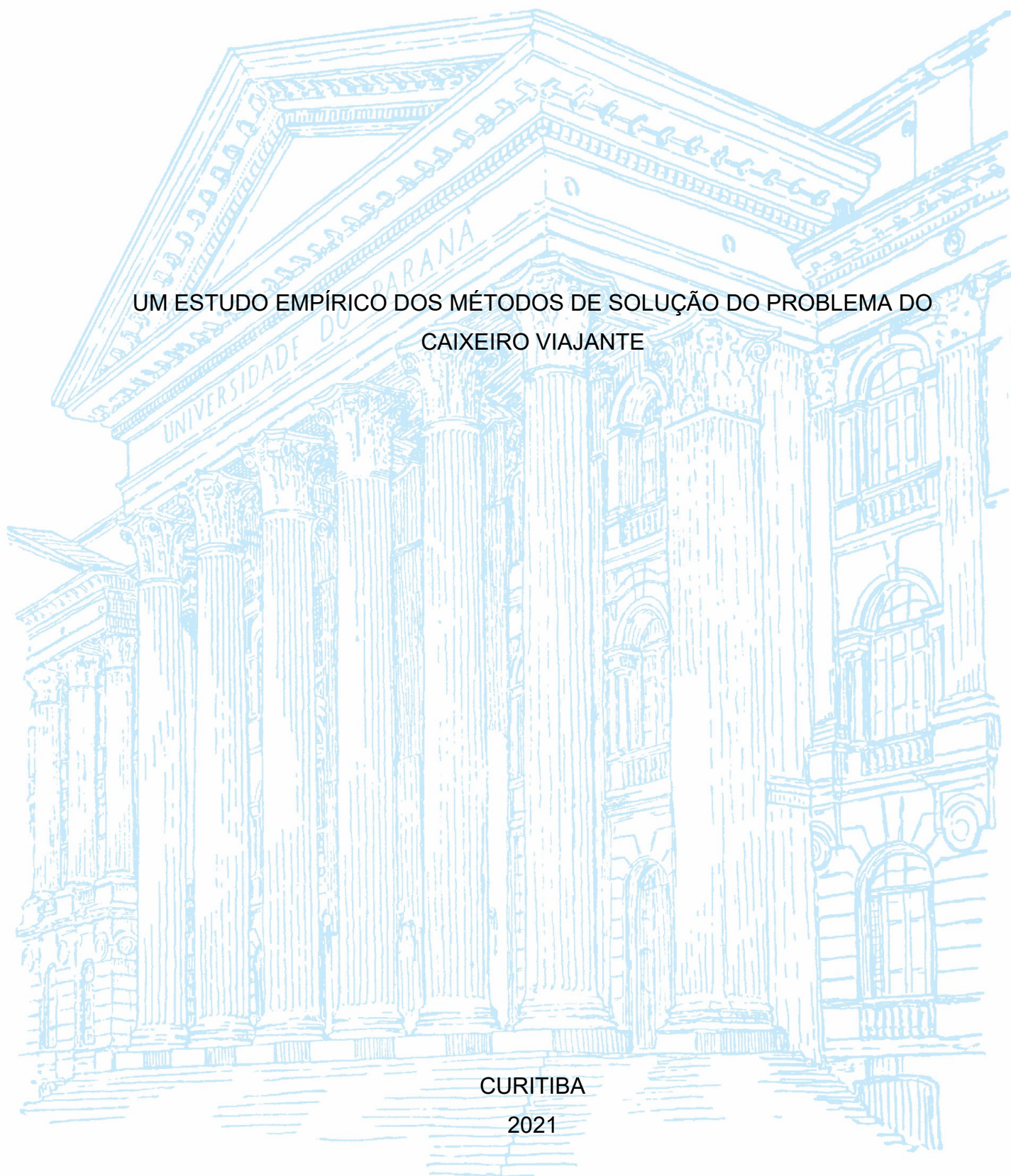
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LEONARDO LUNARDON SPRENGEL

UM ESTUDO EMPÍRICO DOS MÉTODOS DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO
CAIXEIRO VIAJANTE

CURITIBA

2021



LEONARDO LUNARDON SPRENGEL

UM ESTUDO EMPÍRICO DOS MÉTODOS DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO
CAIXEIRO VIAJANTE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação em Engenharia de Produção, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Orientadora: Profa. Dra. Mariana Kleina

CURITIBA

2021

Dedico este trabalho a quem colaborou diretamente com a sua realização ao longo do último um ano e meio: minha orientadora Profa. Dra. Mariana Kleina. Sem você, ele não passaria de apenas mais uma dissertação.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar agradecendo aos meus pais e irmã, por sempre terem me apoiado em todas as minhas decisões, principalmente na mais complicada delas: cursar Engenharia de Produção. Sempre me incentivaram nos momentos difíceis, sempre estiveram do meu lado quando eu precisava e sempre se dispuseram a me ajudar, seja qual fosse a circunstância. Obrigado por serem vocês e por me moldarem na pessoa que sou hoje. Sem vocês, eu não seria nada e não conseguiria chegar onde cheguei.

Agradeço aos meus familiares, por terem acreditado em mim e se mostrarem solícitos quando necessário. Sua ajuda, emocional, foi essencial para que eu continuasse trilhando o meu caminho e não desistisse de quem eu sempre quis ser. Obrigado por torcerem pelo meu sucesso e felicidade e por se fazerem presentes na minha vida.

Agradeço aos meus amigos e colegas, por todos os momentos vividos durante esses seis anos de graduação. Se não fossem vocês, nossas conversas, risadas, desabafos, choros, brincadeiras e besteiras, eu nunca teria alcançado a linha de chegada. Obrigado a todos vocês que já estavam na minha vida antes da graduação e a todos vocês que surgiram com, por meio ou junto dela.

Agradeço aos meus professores, por todos os ensinamentos adquiridos que me permitiram apresentar um melhor desempenho no meu processo de formação profissional ao longo do curso. Agradeço, principalmente, ao Prof. pós Dr. Arinei Carlos Lindbeck da Silva e ao Prof. Dr. Guilherme Vinicyus Batista e, especialmente, à minha orientadora, Profa. Dra. Mariana Kleina, por terem despertado o meu interesse em disciplinas que envolvessem programação e pesquisa operacional. Agradeço, também, por todo o apoio e por toda a ajuda que vocês me deram, tanto para a realização deste trabalho quanto na minha graduação como um todo.

Agradeço aos profissionais do Centro Acadêmico de Engenharia de Produção (CAEP), da Empresa Júnior de Engenharia de Produção (EngePro), da Renault do Brasil e da MadeiraMadeira com os quais tive o prazer de conviver e me enriquecer profissionalmente. Todo o trabalho voluntário e estágio desenvolvidos foi essencial para que eu pudesse corrigir os meus pontos fracos e potencializar os meus pontos fortes. Sou muito grato por vocês terem feito parte da minha vida e por terem me ensinado tanto além da Engenharia de Produção.

Finalmente, agradeço a todos aqueles que participaram, direta ou indiretamente, do meu desenvolvimento como engenheiro de produção. Guardo, com carinho, cada um de vocês no meu coração.

“Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota”.

(Madre Teresa de Calcutá)

RESUMO

A logística, atualmente, é uma das áreas que vem tendo grande relevância global. Isso se dá, principalmente, pela necessidade em encontrar soluções imediatas para a redução de custos organizacionais. Em se tratando do transporte, especificamente, seja ele de matéria-prima e/ou produtos finais, tem-se que o seu planejamento, quando elaborado incorretamente, acarreta em gastos excessivos que poderiam ser facilmente evitados. Seja no transporte ou em qualquer outro ramo, muitos problemas da atualidade podem ser solucionados por meio dos problemas de otimização combinatória. O Problema do Caixeiro Viajante (PCV), objeto de estudo deste trabalho, é um deles. Na literatura, pode-se encontrar diversos trabalhos, artigos e abordagens que utilizam formulações exatas e métodos heurísticos para a resolução desses problemas. O objetivo deste trabalho foi realizar um estudo empírico dos métodos de solução do PCV. Visou-se, especialmente, analisar e comparar, em termos de desempenho computacional e qualidade das soluções obtidas, quatro heurísticas de construção, sendo elas o vizinho mais próximo, a inserção do mais próximo, a inserção do mais distante e a inserção mais rápida; e uma heurística de melhoria, a 2-opt. Além disso, houve a criação de uma ferramenta computacional para resolução de qualquer problema PCV. Para implementação, definiram-se diferentes estratégias envolvendo essas heurísticas distribuídas em nove procedimentos. Os dados utilizados foram extraídos de quatro problemas teste da TSPLIB, biblioteca com diversos exemplos de instâncias para o PCV. Os resultados obtidos foram comparados entre si, com base nos dois aspectos elencados, e os roteiros encontrados por cada um dos procedimentos, aplicados nos quatro problemas teste, plotados em forma gráfica.

Palavras-chave: Otimização combinatória. PCV. Heurísticas de construção. Heurística de melhoria. Procedimentos. Ferramenta computacional.

ABSTRACT

Logistics is currently one of the areas that has been having great global relevance. This is mainly due to the need to find immediate solutions to reduce organizational costs. In the case of transport, specifically, whether raw material and/or final products, when elaborated incorrectly, its planning results in excessive expenses that could be easily avoided. Whether in transport or any other field, many current problems can be solved through combinatorial optimization problems. The Traveling Salesman Problem (TSP), object of study of this work, is one of them. In the literature there are several works, articles and approaches that use exact formulations and heuristic methods to solve these problems. The purpose of this thesis was to conduct an empirical study of TSP solution methods. The focus was principal to analyze and compare, in terms of computational performance and quality of the solution obtained, four construction heuristics, namely the nearest neighbor, nearest insertion, farthest insertion and fastest insertion; and an improvement heuristic, the 2-opt. Furthermore, there was the creation of a computational tool to solve any TSP problem. For implementation, different strategies were defined involving these heuristics distributed into nine procedures. The data used were extracted from four test problems of TSPLIB, a library with several examples of TSP instances. The results obtained were compared with each other, based on the two listed aspects, and the tours found by each of the procedures, applied on the four test problems, plotted in graphical form.

Keywords: Combinatorial optimization. TSP. Construction heuristics. Improvement heuristics. Procedures. Computational tool.

LISTA DE ALGORITMOS

ALGORITMO 1 – ALGORITMO DO MELHOR VIZINHO MAIS PRÓXIMO.....	22
ALGORITMO 2 – ALGORITMO DA INSERÇÃO DO MAIS PRÓXIMO.....	23
ALGORITMO 3 – ALGORITMO DA INSERÇÃO DO MAIS DISTANTE.....	23
ALGORITMO 4 – ALGORITMO DA INSERÇÃO MAIS RÁPIDA.....	24
ALGORITMO 5 – ALGORITMO DA HEURÍSTICA 2-OPT.....	25

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – SOLUÇÃO EXATA DO PROBLEMA BERLIN52.....	32
FIGURA 2 – CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS PELOS MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS NO PROBLEMA BERLIN52	33
FIGURA 3 – SOLUÇÃO EXATA DO PROBLEMA LIN105	34
FIGURA 4 – CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS PELOS MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS NO PROBLEMA LIN105	35
FIGURA 5 – CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS PELOS MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS NO PROBLEMA GR202.....	37
FIGURA 6 – CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS PELOS MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS NO PROBLEMA PR439.....	39
FIGURA 7 – INFORMAÇÕES ADICIONAIS PARA EXECUÇÃO DA FERRAMENTA.	44
FIGURA 8 – BOTÕES PARA EXECUÇÃO DO GUROBI E DAS HEURÍSTICAS DO PCV.....	45
FIGURA 9 – PLANILHA “CAMINHOS” E SEUS RESULTADOS.....	46
FIGURA 10 – PLANILHA “RESULTADOS” E SEUS RESULTADOS.....	46

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – PROCEDIMENTOS PARA RESOLUÇÃO DO PCV	26
--	----

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – RESULTADOS PARA O PROBLEMA BERLIN52	30
TABELA 2 – RESULTADOS PARA O PROBLEMA LIN105	30
TABELA 3 – RESULTADOS PARA O PROBLEMA GR202.....	31
TABELA 4 – RESULTADOS PARA O PROBLEMA PR439	31

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

PCV	Problema do Caixeiro Viajante
TSP	<i>Travelling Salesman Problem</i>
VBA	<i>Visual Basic for Applications</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Σ - notação de somatório de números

= - igual; igual a

\neq - diferente de; não igual a

\forall - para qualquer que seja; para todos; para cada

\in - pertence a; é elemento/membro de; em; está em

\leq - menor ou igual

\mathbb{N}^* - conjunto de números naturais não-nulos

® - registrado

™ - *trade mark*; marca comercial

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 DESCRIÇÃO E RELEVÂNCIA DO PROBLEMA.....	16
1.2 OBJETIVOS	17
1.2.1 Objetivo geral	17
1.2.2 Objetivos específicos.....	17
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	17
2 REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1 O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV)	18
2.1.1 Formulação matemática	19
2.2 MÉTODOS HEURÍSTICOS PARA RESOLUÇÃO DO PCV	20
2.2.1 Métodos de construção de rotas	20
2.2.1.1 Vizinho mais próximo.....	21
2.2.1.2 Inserção do mais próximo.....	22
2.2.1.3 Inserção do mais distante	23
2.2.1.4 Inserção mais rápida	24
2.2.2 Métodos de melhoria de rotas	24
2.2.2.1 Heurística 2-opt	25
3 METODOLOGIA	26
4 RESULTADOS	28
4.1 RESULTADOS COMPUTACIONAIS	28
4.2 CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS.....	31
4.2.1 Problema berlin52	32
4.2.2 Problema lin105	34
4.2.3 Problema gr202.....	36
4.2.4 Problema pr439.....	38
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
REFERÊNCIAS	42
APÊNDICE 1 – FERRAMENTA PARA RESOLUÇÃO DE QUALQUER PCV	44

1 INTRODUÇÃO

1.1 DESCRIÇÃO E RELEVÂNCIA DO PROBLEMA

Com o crescente aumento da competitividade entre as empresas e a constante busca por melhores soluções envolvendo recursos financeiros, é indispensável que novas alternativas sejam visadas para que os custos organizacionais reduzam, sem que a qualidade dos seus produtos/serviços seja afetada.

Uma área que vem ganhando destaque nesse quesito é a da logística. Isso se dá por dois principais fatores: a popularização da internet e das vendas digitais e o imediatismo do consumidor. Sendo assim, além de que a logística de transporte seja elaborada adequadamente, é necessário que ela seja adotada em tempo real para atender as expectativas do cliente (BENEVIDES, 2011).

A distribuição e o transporte de matéria-prima e produtos finais representam um gasto excessivo quando planejados de maneira errônea. A redução de custos, mesmo que pequena, seja na minimização do tempo de percurso e da distância ou da escolha de qual veículo utilizar, pode resultar em economia significativa para as empresas e em grande vantagem competitiva (BODIN; GOLDEN; ASSAD; BALL, 1983).

Por esse motivo, o estudo do presente trabalho é feito com base no Problema do Caixeiro Viajante (PCV), visto que tem larga aplicabilidade no mundo real, é de fácil compreensão e descrição, e apresenta diversas formas de solução para um mesmo problema (PRESTES, 2006).

Apesar de muitas vezes ser visto como uma formulação exclusiva para problemas de transporte e abastecimento, o PCV pode ser naturalmente aplicável a áreas que, aparentemente, nada têm em comum. Como exemplos, é possível citar desde os mais simples, tais quais a ordenação de atividades e a furação de chapas metálicas, até os mais complexos, dentre eles a cristalografia, o sequenciamento de DNA, e o reposicionamento de satélites (OLIVEIRA, 2015).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como principal objetivo realizar uma comparação quantitativa de algumas heurísticas aplicadas ao Problema do Caixeiro Viajante, oferecendo soluções aproximadas e computacionalmente rápidas para quatro problemas propostos. Além disso, uma ferramenta visual é criada para apresentação dos resultados.

1.2.2 Objetivos específicos

Neste trabalho, pode-se elencar os seguintes objetivos específicos:

1. Resolver, por meio do *software* Gurobi Optimizer, o modelo exato do PCV;
2. Implementar, em VBA (*Visual Basic for Applications*), quatro heurísticas para encontrar soluções aproximadas do PCV;
3. Implementar uma heurística de melhoria de solução para o PCV;
4. Analisar e comparar os resultados das heurísticas entre si e também com a solução encontrada pelo *software* Gurobi Optimizer;
5. Criar uma ferramenta para a resolução de qualquer PCV, respeitando o limite de tempo computacional previamente estipulado.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Para uma melhor compreensão do assunto tratado, o presente trabalho foi dividido em cinco capítulos, organizados da seguinte maneira: o primeiro é introdutório; no segundo, o Problema do Caixeiro Viajante é brevemente apresentado, bem como suas variações e formas de resolução; no terceiro, são detalhados os procedimentos e metodologia adotados para resolução dos problemas propostos; no quarto, há a evidenciação dos resultados numéricos obtidos; por fim, o capítulo cinco aborda as principais conclusões e considerações sobre o trabalho realizado.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta brevemente o Problema do Caixeiro Viajante, sua origem e suas particularidades, bem como a sua formulação matemática exata. Nele, são compreendidos, também, alguns métodos heurísticos de construção e seus algoritmos, como alternativas de resolução do PCV. Por último, um método de melhoria é descrito para aperfeiçoar e otimizar as soluções previamente encontradas pelas heurísticas citadas.

2.1 O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV)

O Problema do Caixeiro Viajante, em inglês, *Travelling Salesman Problem* (TSP), pode ser definido como um problema clássico de otimização combinatória. Além de ter larga aplicabilidade, principalmente no ramo da logística, é um dos problemas mais conhecidos e tradicionais de programação matemática (GOLDBARG e LUNA, 2005). Ele busca encontrar o roteiro hamiltoniano de menor distância entre um conjunto de cidades, passando por cada uma delas uma única vez e retornando, ao final do trajeto, à cidade inicial (KANDA, 2012).

De acordo com Goldbarg e Luna (2005), tal roteiro leva essa denominação devido a William Rowan Hamilton. Em 1857, o matemático propôs um jogo chamado *Around the World*, cujo principal objetivo era encontrar uma rota que iniciasse e terminasse em uma mesma cidade, sem repeti-las. O jogo era feito sobre um dodecaedro, onde cada um dos doze vértices estava associado a uma cidade importante da época.

Por se tratar de um problema de fácil descrição e compreensão, mas de difícil resolução, ele pertence à classe de problemas conhecida como NP-difícil (KARP, 1975). Isto se dá pela não existência de algoritmos com limitação polinomial para resolvê-lo. Ou seja, a quantidade de etapas de um algoritmo para solucioná-lo otimamente não pode ser definida por uma função polinomial (BENEVIDES, 2011). Por esse motivo, quanto mais cidades forem adicionadas ao problema, maior será a dificuldade em encontrar uma solução ótima para ele, em virtude do esforço computacional demandado para sua resolução (CUNHA; BONASSER; ABRAHÃO, 2002).

Diante disso, métodos heurísticos têm sido desenvolvidos para resolver os problemas NP-árduos. Entretanto, apesar de serem bastante específicos e não conseguirem encontrar uma solução exata, apresentam resultado factível e aproximado (BENEVIDES, 2011).

Ainda, o PCV pode ser classificado com relação a sua simetria. Caso a distância entre a cidade x e a cidade y seja a mesma entre a cidade y e a cidade x , ele é dito simétrico. Caso contrário, é dito assimétrico (PRESTES, 2006).

2.1.1 Formulação matemática

Seja o grafo $G(N, E)$, onde $N = \{1, \dots, n\}$ representa o conjunto de nós (vértices) e $E = \{1, \dots, m\}$ representa o conjunto de arcos (arestas) de G . Seja d_{ij} a distância associada ao arco que liga o nó i ao nó j . Seja x_{ij} a variável de decisão do problema. Seja u_i a ordem em que o nó i é visitado. Desta forma, a formulação matemática do PCV pode ser escrita como:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{i=1, i \neq j}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad \forall i, j \in N, 2 \leq i \neq j \leq n \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \quad (5)$$

$$u_i \in \mathbb{N}^* \quad 2 \leq i \leq n \quad (6)$$

A equação (1) é definida como a função objetivo do problema que, neste caso, busca obter o ciclo hamiltoniano de menor distância. As restrições indicadas em (2) e (3) garantem que existe apenas um arco (i, j) com origem em cada nó i e apenas um arco (i, j) com destino em cada nó j da rota. A restrição indicada por (4) impõe a eliminação de circuitos pré-hamiltonianos, ou seja, a eliminação de sub-rotas que impedem a conclusão do PCV. Essa restrição, conhecida como MTZ (Miller-Tucker-Zemlin), trabalha com a ordem em que os nós são visitados na rota. Caso a parte esquerda da inequação seja maior que a parte direita, há a formação de uma sub-rota. Logo, as ordens utilizadas no cálculo não podem ser consideradas na formação do ciclo hamiltoniano de menor distância. A restrição indicada por (5) define as variáveis x_{ij} como binárias, assumindo o valor 1 caso o nó j seja percorrido

logo após o nó i , ou o valor 0, caso contrário. E a última restrição (6) define as variáveis u_i como pertencentes ao conjunto dos números naturais não-nulos.

2.2 MÉTODOS HEURÍSTICOS PARA RESOLUÇÃO DO PCV

Dada a grande dificuldade em solucionar o Problema do Caixeiro Viajante de forma exata para problemas grandes, os chamados métodos heurísticos foram criados, permitindo resolvê-lo de forma aproximada. Para tal, eles são divididos em dois principais grupos: métodos de construção de rotas e métodos de otimização de rotas. Alguns autores ainda consideram a existência de um terceiro grupo, em que ambas as classes citadas anteriormente podem ser combinadas (HELSGAUN, 2000).

2.2.1 Métodos de construção de rotas

Os métodos de construção de rotas são algoritmos que buscam, por meio da adição sequencial de nós, gerar um circuito viável seguindo algum critério de escolha. Apesar de apresentarem soluções de boa qualidade para um problema complexo a um menor custo computacional, estes processos podem não determinar quão próxima uma solução heurística é da solução ótima (REEVES, 1995).

Neste contexto, os roteiros podem ser construídos utilizando os seguintes métodos:

- a) Vizinho mais próximo;
- b) Inserção do mais próximo;
- c) Inserção do mais distante;
- d) Inserção mais rápida;

Outros métodos ainda podem ser utilizados, tais como Inserção do Mais Barato, Inserção Arbitrária, Inserção do Maior Ângulo, Cobertura Convexa, Técnica da Varredura, Método das Economias ou *Savings* e outros descritos com mais detalhes em Bodin *et al.* (1983).

2.2.1.1 Vizinho mais próximo

O método heurístico do vizinho mais próximo é a sistemática mais simples dentre as de construção existentes (NOVAES, 2007). Ele é iniciado a partir da escolha de um nó qualquer, seja ela aleatória ou propositalmente. Posteriormente, encontra-se, dentre os demais nós, aquele cuja distância entre ambos seja mínima. Ao encontrá-lo, repete-se o procedimento anterior sempre tomando o último nó inserido como referência, até que todos os nós estejam inclusos na solução. Para concluir, liga-se o nó final ao nó inicial (BENEVIDES, 2011).

Ao utilizar o vizinho mais próximo, é de suma importância ter duas informações muito claras. A primeira delas é que não é possível visitar um nó mais de uma vez ou modificar o seu posicionamento após a sua inserção na rota (BODIN; GOLDEN; ASSAD; BALL, 1983). A segunda delas é que este método não é dos mais eficazes, dependendo em grande parte da escolha do seu nó inicial. Apesar disso, é um método rápido e que fornece uma boa solução para a aplicação de um método de melhoria de rotas (NOVAES, 2007).

Neste trabalho, foi utilizado o método do melhor vizinho mais próximo. Ele consiste em realizar o método do vizinho mais próximo n vezes (quantidade de nós do problema) e selecionar o ciclo hamiltoniano formado de menor distância. Para que o método seja realizado corretamente, o nó inicial escolhido deve ser diferente em cada uma dessas n execuções, tendo, ao final de todas elas, n ciclos hamiltonianos iniciados por todos os nós pertencentes ao problema.

O pseudocódigo para o método do melhor vizinho mais próximo pode ser visualizado no ALGORITMO 1.

ALGORITMO 1 – ALGORITMO DO MELHOR VIZINHO MAIS PRÓXIMO

P1: Escolha um nó inicial;

P2: Encontre o nó mais próximo do último nó adicionado na rota e adicione-o na rota;

P3: Repita o passo 2 até que a rota contenha todos os nós e retorne ao primeiro;

P4: Volte ao passo 1 e escolha um nó inicial diferente dos que já foram escolhidos, anteriormente, para iniciar. Repita até que todos os nós do problema tenham sido escolhidos;

P5: Tendo em mãos todas as soluções possíveis, iniciadas por todos os nós do problema, escolha a que tenha a menor distância.

FONTE: Adaptado de Benevides (2011).

2.2.1.2 Inserção do mais próximo

Por possuírem um processo de resolução mais complexo e elaborado do que as heurísticas gulosas (vizinho mais próximo, por exemplo), as heurísticas de inserção apresentam três níveis de decisão, sendo eles a escolha do nó a ser inserido na solução, a posição de inserção desse novo nó e a decisão de um ciclo inicial (GOLDBARG e LUNA, 2005).

Em se tratando do método heurístico da inserção do mais próximo, ainda é preterido o nó de menor distância em relação ao nó inicial. Entretanto, ao invés de criar uma rota sequencial de nós, cada um deles é inserido a uma sub-rota já existente, respeitando e seguindo a regra de minimização de distâncias apresentada no ALGORITMO 2 (BENEVIDES, 2011).

ALGORITMO 2 – ALGORITMO DA INSERÇÃO DO MAIS PRÓXIMO

- P1:** Escolha, dentre todos os nós do problema, os dois cuja distância entre eles é a menor geral;
- P2:** Agrupe os dois nós escolhidos e forme a rota $i - j - i$;
- P3:** Dada a sub-rota, encontre o nó k mais próximo de qualquer nó da sub-rota e não pertencente a ela;
- P4:** Encontre o arco (i, j) na sub-rota que minimiza $d_{ik} + d_{kj} - d_{ij}$. Insira k entre i e j ;
- P5:** Volte ao passo 3 até que a rota contenha todos os nós.

FONTE: Adaptado de Benevides (2011).

2.2.1.3 Inserção do mais distante

O método heurístico da inserção do mais distante se assemelha em grande parte ao da inserção do mais próximo. Sua única diferença está no critério de decisão sobre qual nó inserir na sub-rota. Enquanto no anterior o nó mais próximo a qualquer nó não pertencente a sub-rota era buscado, nesse método o mais distante é escolhido (BENEVIDES, 2011).

O pseudocódigo para o método da inserção do mais distante pode ser visualizado no ALGORITMO 3.

ALGORITMO 3 – ALGORITMO DA INSERÇÃO DO MAIS DISTANTE

- P1:** Escolha, dentre todos os nós do problema, os dois cuja distância entre eles é a menor geral;
- P2:** Agrupe os dois nós escolhidos e forme a rota $i - j - i$;
- P3:** Dada a sub-rota, encontre o nó k mais distante de qualquer nó da sub-rota e não pertencente a ela;
- P4:** Encontre o arco (i, j) na sub-rota que minimiza $d_{ik} + d_{kj} - d_{ij}$. Insira k entre i e j ;
- P5:** Volte ao passo 3 até que a rota contenha todos os nós.

FONTE: Adaptado de Benevides (2011).

2.2.1.4 Inserção mais rápida

O método heurístico da inserção mais rápida tem o mesmo princípio do vizinho mais próximo: ambos buscam adicionar o nó de menor distância à rota. Porém, na inserção mais rápida, as menores distâncias entre cada nó não pertencente e pertencente à rota são comparadas entre si, sendo escolhido o arco de menor distância geral (BENEVIDES, 2011).

O pseudocódigo para o método da inserção mais rápida pode ser visualizado no ALGORITMO 4.

ALGORITMO 4 – ALGORITMO DA INSERÇÃO MAIS RÁPIDA

- P1:** Escolha, dentre todos os nós do problema, os dois cuja distância entre eles é a menor geral;
- P2:** Agrupe os dois nós escolhidos e forme a rota $i - k - i$;
- P3:** Dada a sub-rota, encontre o nó k não pertencente a sub-rota mais próximo a um nó y da sub-rota;
- P4:** Insira k logo após y ;
- P5:** Volte ao passo 3 até que a rota contenha todos os nós.

FONTE: Adaptado de Benevides (2011).

2.2.2 Métodos de melhoria de rotas

Os métodos de melhoria de rotas, como o próprio nome sugere, buscam aperfeiçoar uma solução previamente encontrada por um método de construção de rotas. Habitualmente, eles se baseiam na troca de arcos de um ciclo hamiltoniano, realizando trocas até que não seja possível melhorar o resultado atual (BENEVIDES, 2011).

Quando uma heurística atinge tal resultado, ele é considerado uma solução localmente ótima. Isso se dá pelo fato de não existirem garantias de que a solução encontrada seja globalmente ótima, ou seja, a melhor solução possível para o problema (CORDENONSI, 2008).

Com o passar dos anos, diversos algoritmos foram desenvolvidos com o intuito de melhorar uma rota e identificar o percurso de menor distância. No entanto,

como objeto de estudo deste trabalho, será utilizada a heurística 2-opt, desenvolvida por Lin e Kernighan (1973).

2.2.2.1 Heurística 2-opt

A heurística 2-opt recebe este nome, pois busca trocar dois arcos não adjacentes de um ciclo hamiltoniano. Para tal, elimina-se estes dois arcos e reconecta os seus nós formando dois arcos diferentes. Se a distância total da rota formada é menor que a distância total da rota inicial, então a troca é efetuada. Este procedimento é repetido até que todas as possibilidades de substituição sejam testadas (NOVAES, 2007).

O pseudocódigo para a heurística 2-opt pode ser visualizado no ALGORITMO 5.

ALGORITMO 5 – ALGORITMO DA HEURÍSTICA 2-OPT

- P1:** Encontre uma rota inicial factível, utilizando algum método de construção de rotas;
- P2:** Elimine dois arcos da rota atual, reconectando os seus nós por meio de arcos diferentes daqueles que foram desconectados e que determinem uma nova rota factível. Se a distância total da nova rota for menor que a distância da rota anterior, troque a rota atual pela nova rota;
- P3:** Volte ao passo 2 até que nenhuma melhoria possa ser realizada.

FONTE: Adaptado de Benevides (2011).

3 METODOLOGIA

Conforme visto no capítulo anterior, além de apresentar a formulação matemática exata do Problema do Caixeiro Viajante, foram escolhidos e descritos, também, quatro métodos de resolução aproximada e um método de melhoria de solução. Com eles, definiram-se 9 procedimentos a serem seguidos para comparação e avaliação dos resultados, descritos no QUADRO 1.

QUADRO 1 – PROCEDIMENTOS PARA RESOLUÇÃO DO PCV

Procedimento	Estratégia de solução
1	1. Solução obtida pelo método exato de resolução.
2	1. Solução obtida pelo método do melhor vizinho mais próximo.
3	1. Solução obtida pelo método da inserção do mais próximo.
4	1. Solução obtida pelo método da inserção do mais distante.
5	1. Solução obtida pelo método da inserção mais rápida.
6	1. Solução inicial obtida pelo método do melhor vizinho mais próximo. 2. Melhoria da solução utilizando o método 2-opt.
7	1. Solução inicial obtida pelo método da inserção do mais próximo. 2. Melhoria da solução utilizando o método 2-opt.
8	1. Solução inicial obtida pelo método da inserção do mais distante. 2. Melhoria da solução utilizando o método 2-opt.
9	1. Solução inicial obtida pelo método da inserção mais rápida. 2. Melhoria da solução utilizando o método 2-opt.

FONTE: O autor (2020).

O procedimento 1 difere-se dos demais pelo fato de utilizar o método exato de resolução do PCV, enquanto os outros tem como base métodos heurísticos. Os

procedimentos numerados de 2 a 5 diferem entre si pelo método de obtenção da solução final. Por fim, os procedimentos numerados de 6 a 9 são, em quase sua totalidade, similares aos de 2 a 5. Entretanto, após obterem uma solução inicial, é aplicado a cada uma delas o método 2-opt, com o intuito de encontrar uma melhor solução.

Para o procedimento 1, optou-se pela utilização do *software* Gurobi Optimizer, versão 9.0.3. Isso se deu pelo fato de o Gurobi ser uma ferramenta completa e assertiva. Para os demais procedimentos, optou-se pela programação em VBA, por ser uma linguagem de fácil interação com o Microsoft Excel e suas planilhas.

Os dados externos a serem utilizados foram selecionados a partir de quatro problemas teste da TSPLIB: berlin52, lin105, gr202 e pr439 (os números em cada problema definem a quantidade de nós existentes). A TSPLIB é uma biblioteca criada pelo professor Gerhard Reinelt, em 1990, que contém diversos exemplos de instâncias para o PCV, envolvendo, principalmente, aplicações industriais e problemas geográficos (incluindo a localização das cidades nos mapas).

Para cada um dos quatro problemas teste, aplicados nos nove procedimentos elencados, houve a avaliação quantitativa das soluções em relação a duas variáveis: tempo computacional para resolução dos problemas e assertividade das soluções heurísticas em relação a solução exata (procedimento 1). Todos os testes e resultados computacionais, apresentados no decorrer deste trabalho, foram realizados em um notebook com sistema operacional Windows 10, processador Intel® Core™ i5-8300H, 2,3 GHz e 8,00 GB de RAM.

Para a resolução do modelo exato, estipulou-se um tempo máximo de 14.400 segundos (4 horas). Caso o processamento não fosse finalizado dentro desse tempo estipulado, a execução seria interrompida, sendo apresentada uma solução factível (*lower bound* apresentado pelo Gurobi).

Além da comparação dos resultados, houve, também, a criação de uma ferramenta para resolução de qualquer PCV. Ela foi desenvolvida por meio do Microsoft Excel e dos botões ActiveX presentes nele. A ferramenta desenvolvida e suas principais funcionalidades são apresentadas no Apêndice 1.

4 RESULTADOS

Neste capítulo, após programação, implementação e aplicação dos cinco métodos selecionados – quatro heurísticas de construção e o modelo matemático exato – aplicados nos quatro problemas teste da TSPLIB, são apresentados os resultados referentes as duas variáveis elencadas (tempo de processamento e distância total do roteiro).

1. Tempo de processamento: compreende o tempo para obtenção da solução encontrada pelos procedimentos 1 ao 9 (sem a aplicação do método 2-opt), o tempo de aplicação da melhoria 2-opt nos procedimentos 6 a 9 e o tempo total de processamento (soma dos dois tempos anteriores);
2. Distância total do roteiro: compreende a solução encontrada pelos procedimentos 1 ao 9 (sem a aplicação do método 2-opt), a solução encontrada pelos procedimentos 6 ao 9 (após aplicação do método 2-opt), a distância final obtida (melhor solução entre as duas anteriores) e o *lower bound* apresentado pelo Gurobi para o procedimento 1. Os valores percentuais indicados na coluna “*Gap*” se referem à variação percentual do roteiro obtido em cada procedimento em relação a solução obtida pelo procedimento 1 (solução exata para o PCV). Essa comparação foi realizada com o *lower bound* encontrado em cada um dos problemas teste pelo seguinte motivo: quando seu valor não é igual à distância final obtida (nos casos em que tempo máximo estipulado de processamento foi atingido), ele indica a melhor solução factível encontrada.

Além disso, são apresentados, também, todos os ciclos hamiltonianos encontrados – quando possível – pelos procedimentos.

4.1 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Pode-se observar, a partir dos resultados apresentados nas TABELAS 1 a 4, em termos de distância total percorrida, que as melhores soluções encontradas, excluindo-se da comparação as do procedimento 1 (solução exata para o PCV), foram do procedimento 6. Ou seja, as soluções finais foram obtidas pelo método do melhor vizinho mais próximo com a posterior aplicação da melhoria 2-opt.

Entretanto, olhando apenas para as soluções iniciais – sem a aplicação de um método de melhoria de rotas – tem-se que as melhores encontradas são derivadas do método da inserção do mais distante (utilizado nos procedimentos 4 e 8). É possível constatar, também, que uma solução inicial de melhor qualidade (procedimentos 2 e 4 comparados com 3 e 5) permite ao método de melhoria 2-opt obter uma solução final de melhor qualidade.

Em se tratando de tempo de processamento, os resultados mostram que, quanto maior o tamanho do problema, ou seja, quanto mais nós ele tiver, mais esforço será necessário para obter a sua solução. Em dois deles, gr202, presente na TABELA 3, e pr439, presente na TABELA 4, o esforço computacional teve grande expressividade. Ao atingir o tempo máximo estipulado para resolução, não foi possível encontrar as suas soluções ótimas (procedimento 1).

Dependendo da aplicação dos métodos avaliados, em particular para problemas de roteirização de veículos, um método de solução mais rápido, com uma solução factível e *gap* aceitável – lin105 – pode ser vantajoso em aplicações onde o desempenho computacional é crucial. No caso do problema citado, tem-se uma solução de 5,27% de *gap* que foi encontrada em aproximadamente 1,2h a menos que a solução exata. Para o berlin52, o tempo computacional despendido para resolução dos nove procedimentos é desprezível (menos de 1 segundo para cada procedimento). Assim sendo, excluindo-se o fato de o Gurobi ser um solver pago, não há motivos para a escolha dos métodos heurísticos para este problema. Já para os problemas gr202 e pr439, caso não houvesse um limite de tempo pré-estipulado, o esforço computacional gasto para encontrar a solução exata seria demasiado. Logo, o uso dos métodos heurísticos para estes problemas é indispensável, mesmo que haja uma “piora” pouco significativa dos resultados.

TABELA 1 – RESULTADOS PARA O PROBLEMA BERLIN52

Proc.	Tempo de processamento (seg)			Distância total do roteiro (u.d.)			
	Tempo sem 2-opt	Tempo do 2-opt	Total	Solução encontrada	Solução após 2-opt	Lower bound	Gap
1	0,63	--	0,63	7.544,37	--	7.544,37	0,00%
2	0,07	--	0,07	8.182,19	--	--	8,45%
3	0,04	--	0,04	9.043,19	--	--	19,87%
4	0,04	--	0,04	7.782,98	--	--	3,16%
5	0,05	--	0,05	10.203,85	--	--	35,25%
6	0,07	0,01	0,08	8.182,19	7.733,23	--	2,50%
7	0,04	0,00	0,04	9.043,19	8.321,67	--	10,30%
8	0,04	0,00	0,04	7.782,98	7.782,98	--	3,16%
9	0,05	0,00	0,05	10.203,85	8.404,69	--	11,40%

FONTE: O autor (2021).

TABELA 2 – RESULTADOS PARA O PROBLEMA LIN105

Proc.	Tempo de processamento (seg)			Distância total do roteiro (u.d.)			
	Tempo sem 2-opt	Tempo do 2-opt	Total	Solução encontrada	Solução após 2-opt	Lower bound	Gap
1	4.376,95	--	4.376,95	14.383,00	--	14.383,00	0,00%
2	0,93	--	0,93	16.939,44	--	--	17,77%
3	0,56	--	0,56	18.358,37	--	--	27,64%
4	0,58	--	0,58	15.690,18	--	--	9,09%
5	0,57	--	0,57	22.165,78	--	--	54,11%
6	0,93	0,02	0,95	16.939,44	15.141,50	--	5,27%
7	0,56	0,03	0,59	18.358,37	15.713,21	--	9,25%
8	0,58	0,01	0,59	15.690,18	15.305,08	--	6,41%
9	0,57	0,05	0,62	22.165,78	16.562,44	--	15,15%

FONTE: O autor (2021).

TABELA 3 – RESULTADOS PARA O PROBLEMA GR202

Proc.	Tempo de processamento (seg)			Distância total do roteiro (u.d.)			
	Tempo sem 2-opt	Tempo do 2-opt	Total	Solução encontrada	Solução após 2-opt	Lower bound	Gap
1	14.400,10	--	14.400,10	488,52	--	486,03	0,51%
2	13,38	--	13,38	578,88	--	--	19,10%
3	7,66	--	7,66	587,52	--	--	20,88%
4	7,86	--	7,86	541,28	--	--	11,37%
5	7,84	--	7,84	637,64	--	--	31,20%
6	13,38	0,14	13,52	578,88	507,09	--	4,33%
7	7,66	0,15	7,81	587,52	524,58	--	7,93%
8	7,86	0,16	8,02	541,28	514,76	--	5,91%
9	7,84	0,32	8,16	637,64	511,48	--	5,24%

FONTE: O autor (2021).

TABELA 4 – RESULTADOS PARA O PROBLEMA PR439

Proc.	Tempo de processamento (seg)			Distância total do roteiro (u.d.)			
	Tempo sem 2-opt	Tempo do 2-opt	Total	Solução encontrada	Solução após 2-opt	Lower bound	Gap
1	14.402,17	--	14.402,17	156.008,69	--	100.307,10	55,53%
2	247,71	--	247,71	127.228,36	--	--	26,84%
3	157,01	--	157,01	134.595,98	--	--	34,18%
4	155,43	--	155,43	123.859,88	--	--	23,48%
5	155,00	--	155,00	151.126,16	--	--	50,66%
6	247,71	0,93	248,63	127.228,36	116.147,50	--	15,79%
7	157,01	1,20	158,21	134.595,98	123.380,28	--	23,00%
8	155,43	1,28	156,71	123.859,88	117.650,07	--	17,29%
9	155,00	2,34	157,34	151.126,16	119.980,01	--	19,61%

FONTE: O autor (2021).

4.2 CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS

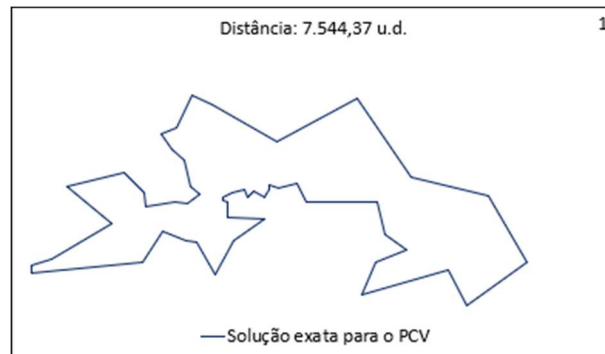
Nas FIGURAS 1 a 6, pode-se observar os ciclos hamiltonianos encontrados para cada um dos problemas tratados nesse trabalho. Como não foi possível obter a solução exata para os problemas gr202 e pr439, tem-se apenas os roteiros dos métodos heurísticos aplicados.

4.2.1 Problema berlin52

Ao analisar os roteiros obtidos evidenciados na FIGURA 2, pode-se notar que três deles (procedimentos 4, 6 e 8) se assemelharam à solução do Gurobi, apresentada na FIGURA 1. Pode-se observar, também, que houve cruzamento no caminho percorrido pela solução encontrada em três roteiros (procedimentos 2, 3 e 5), configurando-os como soluções regulares (soluções boas ou ruins, dependendo da situação).

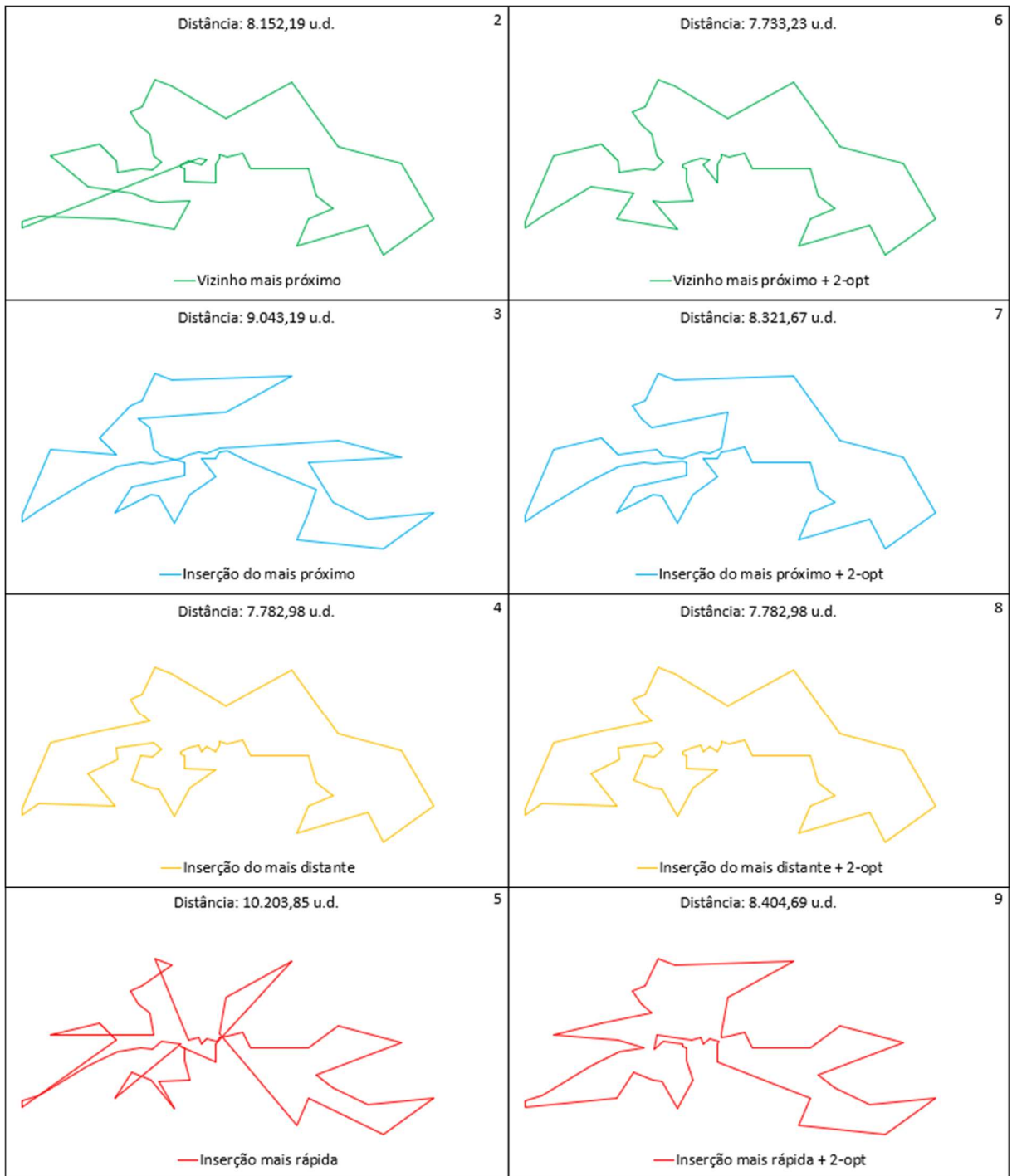
É importante salientar que na solução ótima não há cruzamentos, mas nas soluções factíveis eles podem acontecer. Suas soluções, em alguns casos, podem ser até superiores – melhores – às que não possuem. Isso pode ser comprovado ao comparar-se a distância obtida pelo procedimento 2 com as distâncias obtidas pelos procedimentos 7 e 9 – com e sem cruzamento, respectivamente – por exemplo.

FIGURA 1 – SOLUÇÃO EXATA DO PROBLEMA BERLIN52



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 2 – CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS PELOS MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS NO PROBLEMA BERLIN52

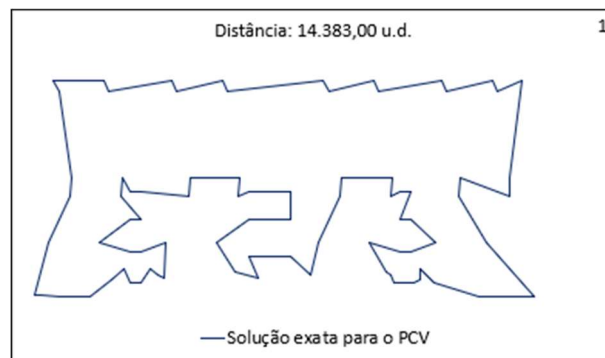


FONTE: O autor (2021).

4.2.2 Problema lin105

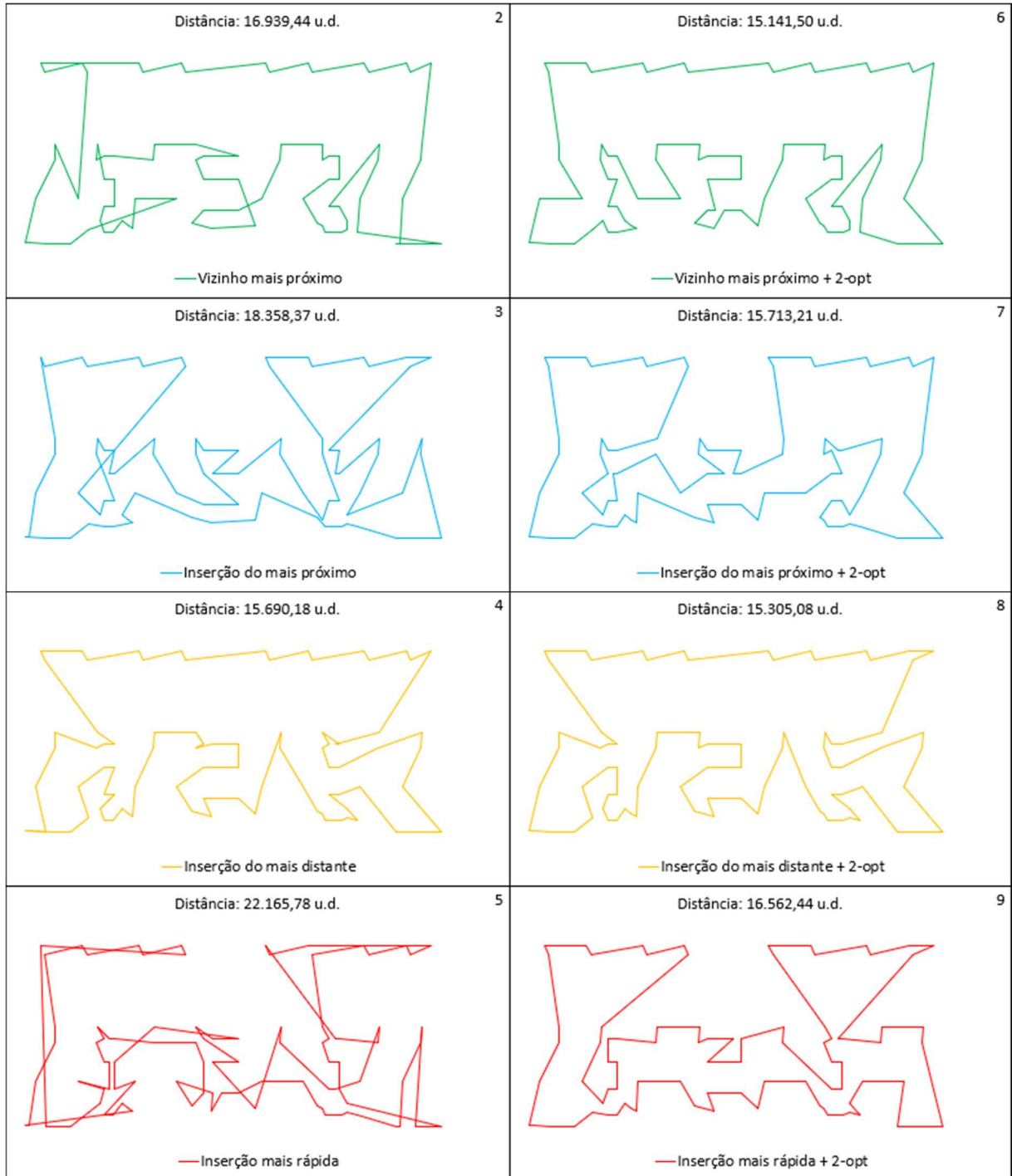
Ao analisar os roteiros obtidos evidenciados na FIGURA 4, pode-se notar que três deles (procedimentos 4, 6 e 8) se assemelharam à solução do Gurobi, apresentada na FIGURA 3. Pode-se observar, também, que houve cruzamento no caminho percorrido pela solução encontrada em três roteiros (procedimentos 2, 3 e 5), configurando-os como soluções regulares. No caso do problema lin105, se comparadas as distâncias dos procedimentos que tiveram cruzamento com os que não tiveram, tem-se que nenhum roteiro encontrado com cruzamento apresenta solução superior – melhor – sobre os que não obtiveram.

FIGURA 3 – SOLUÇÃO EXATA DO PROBLEMA LIN105



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 4 – CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS PELOS MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS NO PROBLEMA LIN105



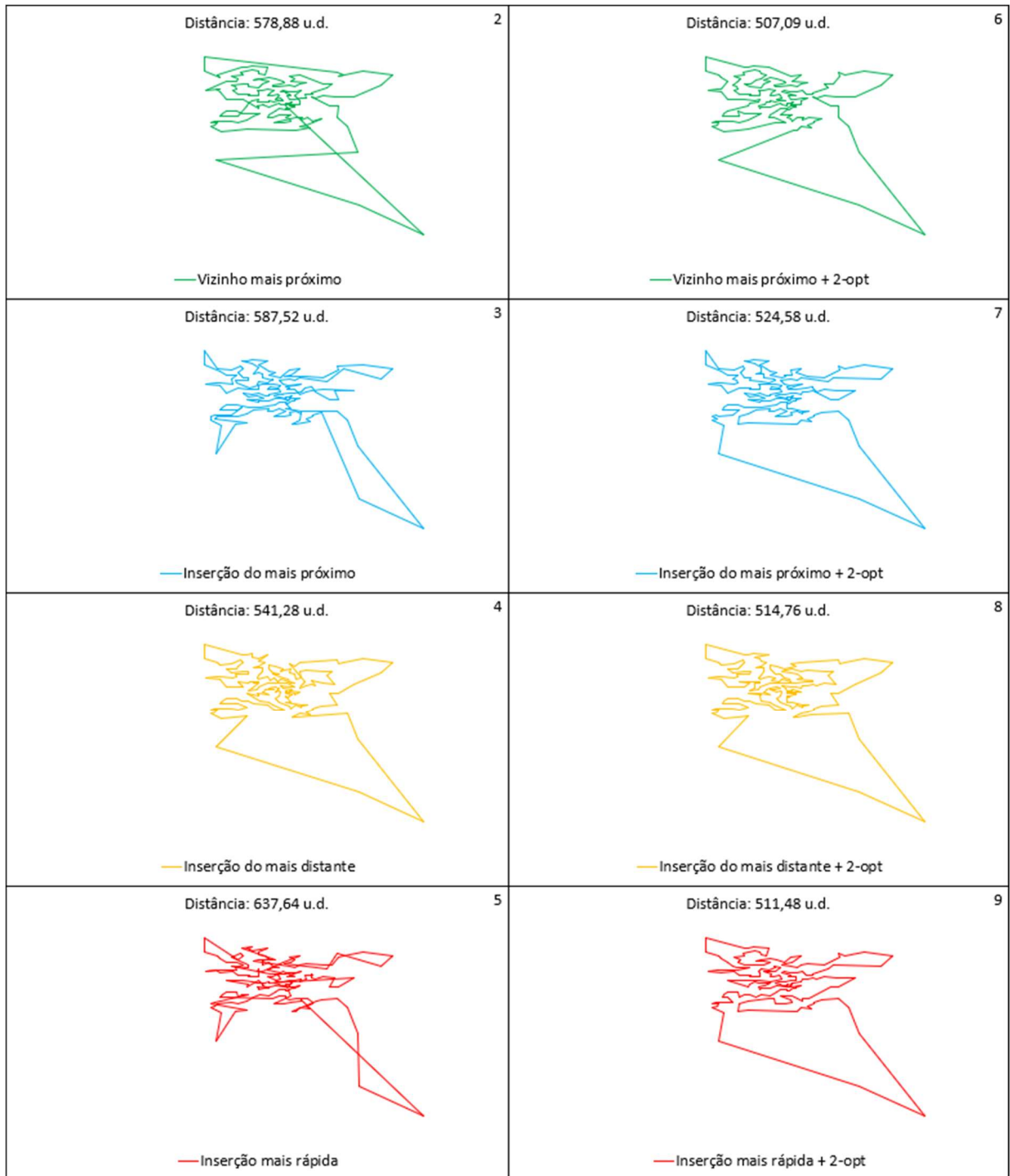
FONTE: O autor (2021).

4.2.3 Problema gr202

No caso do problema gr202, em que não foi possível encontrar a solução ótima dentro do tempo máximo estipulado (14.400 segundos), há apenas a comparação entre os roteiros obtidos pelos métodos heurísticos utilizados. Sendo assim, pode-se notar, na FIGURA 5, que quatro soluções encontradas se assemelharam entre si (procedimentos 4, 7, 8 e 9). Entretanto, apesar de similares, nenhuma delas se configurou como sendo a melhor. Nesse caso, o ciclo hamiltoniano de menor distância foi o do procedimento 6.

Pode-se observar, também, que houve cruzamento no caminho percorrido pela solução encontrada em três roteiros (procedimentos 2, 3 e 5), configurando-os, nesse caso, como soluções regulares. Isso pode ser concluído comparando-se as distâncias desses roteiros com as do que não obtiveram cruzamentos.

FIGURA 5 – CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS PELOS MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS NO PROBLEMA GR202



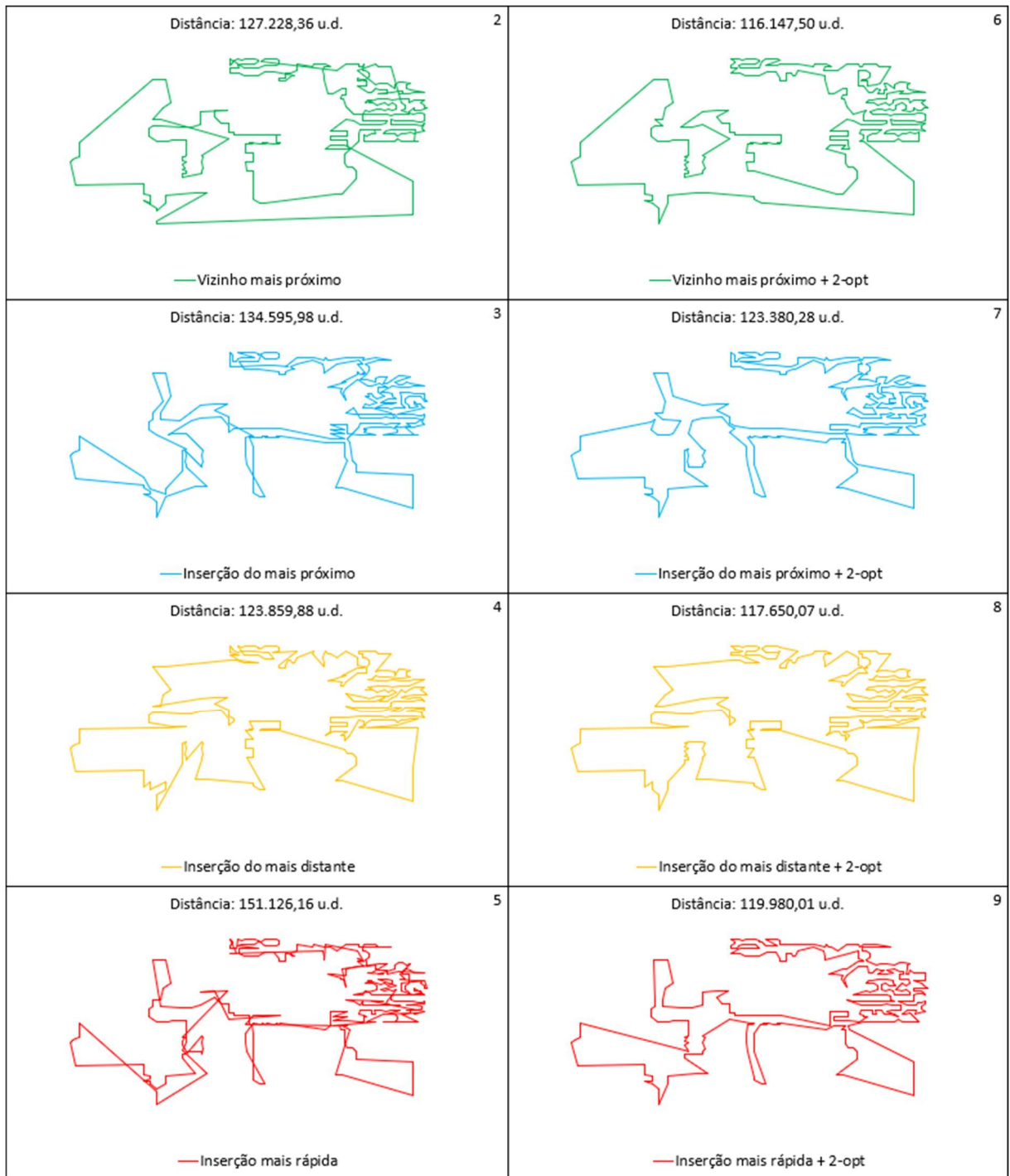
FONTE: O autor (2021).

4.2.4 Problema pr439

Assim como no problema gr202, no problema pr439 também não foi possível encontrar a solução ótima dentro do tempo máximo estipulado (14.400 segundos). Portanto, há apenas a comparação entre os roteiros obtidos pelos métodos heurísticos utilizados. Sendo assim, pode-se notar, na FIGURA 6, que houveram algumas similaridades entre ciclos hamiltonianos: procedimentos 2 e 6, procedimentos 3, 5, 7 e 9 e procedimentos 4 e 8. Apesar das semelhanças, eles, entre si, apresentaram soluções bem distintas. Para esse problema, o ciclo de menor distância foi o do procedimento 6.

Pode-se observar, também, que houve cruzamento no caminho percorrido pela solução encontrada em cinco roteiros (procedimentos 2, 3, 4, 5 e 9), configurando-os como soluções regulares. Apesar disso, se comparada a distância obtida pelo procedimento 9 com a obtida pelo procedimento 7 – com e sem cruzamento, respectivamente – tem-se que a primeira é levemente inferior.

FIGURA 6 – CICLOS HAMILTONIANOS ENCONTRADOS PELOS MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS NO PROBLEMA PR439



FONTE: O autor (2021).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal deste trabalho foi analisar aspectos da implementação computacional de métodos heurísticos, sejam eles de construção ou de melhoria, para a resolução do Problema do Caixeiro Viajante. Mais especificamente, pretendeu-se verificar a influência do tamanho do problema no tempo computacional despendido para encontrar uma solução factível, e qual seria o impacto dessa solução – em porcentagem – quando comparada aos problemas com solução ótima dentro do tempo previamente estipulado.

A maior motivação para tal estudo foi a possível utilização desses métodos como parte da estratégia logística de solução para empresas com problemas reais, mesmo que, nesses casos, tenham muito mais variáveis envolvidas, e não somente a distância, característica principal para o PCV.

Os resultados obtidos demonstraram o impacto que há na solução final quando se tem uma solução inicial de boa qualidade. Não necessariamente a melhor solução inicial gerará a melhor solução final (comprova-se comparando o procedimento 2 com o 4, e o procedimento 6 com o 8). Entretanto, quando se dá atenção aos métodos da inserção do mais próximo e da inserção mais rápida, pode-se observar que os seus resultados não são tão satisfatórios, para problemas maiores, quanto os dos métodos do melhor vizinho mais próximo e da inserção do mais distante.

Os resultados também evidenciam a inviabilidade de se utilizar o Gurobi para a resolução exata de problemas que apresentam grande quantidade de nós a serem percorridos. Enquanto os métodos heurísticos apresentam soluções muito boas, dependendo da aplicação e do problema que se deseja resolver, a tentativa de encontrar a solução ótima pode acabar sendo frustrante e, em grande parte, custosa, computacionalmente.

Em dois dos quatro problemas estudados não foi possível encontrar a solução exata, comprovando-se o bom desempenho dos métodos heurísticos para sua resolução.

Para trabalhos futuros, deseja-se investigar e implementar outros métodos heurísticos de construção, com o intuito de analisá-los nos dois principais aspectos tratados nesse estudo: tempo de processamento e distância final do roteiro. Além

disso, deseja-se investigar e implementar, também, o método 3-opt, como uma melhoria adicional aos resultados já alcançados.

REFERÊNCIAS

- BENEVIDES, P. F. **Aplicação de Heurísticas e Metaheurísticas para o Problema do Caixeiro Viajante em um Problema Real de Roteirização de Veículos**. 2011. Dissertação (Pós-Graduação em Métodos Numéricos) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba (PR), 2011. Disponível em: http://paginapessoal.utfpr.edu.br/paulabenevides/publicacoes/publicacoes/PaulaBenvides_Dissertao.pdf. Acesso em: 31 jul. 2020.
- BODIN, L. D.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. Routing and Scheduling of Vehicles and Crews – The State of the Art, **Computers and Operations Research**; v. 10, n. 2, p. 63-211, 1983.
- CORDENONSI, A. Z. **Ambientes, Objetos e Dialogicidade: Uma Estratégia de Ensino Superior em Heurísticas e Metaheurísticas**. 2008. Dissertação (Pós-Graduação em Informática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2008. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/14668>. Acesso em: 11 ago. 2020.
- CUNHA, C. B.; BONASSER, U. O.; ABRAHÃO, F. T. M. Experimentos Computacionais com Heurísticas de Melhorias para o Problema do Caixeiro Viajante. In: CONGRESSO DE PESQUISA E ENSINO EM TRANSPORTES, 16., 2002, Natal. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPET, 2002. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/228434832_Experimentos_com_heurísticas_de_melhorias_para_o_problema_do_caixeiro_viajante. Acesso em: 27 jul. 2020.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear – Modelos e Algoritmos**. Editora Elsevier. Rio de Janeiro, 2005.
- HELSGAUN, K. An effective implementation of the Lin-Kernighan Traveling Salesman Heuristic, **European Journal of Operational Research**, v.126, p.106-130, 2000.
- KARP, R. M. **On the Computational Complexity of Combinatorial Problems**, Networks 5, p. 45-68, 1975.
- KANDA, J. Y. **Uso de Meta-Aprendizado na Recomendação de Meta-Heurísticas para o Problema do Caixeiro Viajante**. 2012. 149 f. Dissertação (Doutorado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, São Carlos (SP), 2012. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-19022013-142839/en.php>. Acesso em: 11 ago. 2020.
- LIN, S.; KERNIGHAN, B.W. An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem. **Operations Research**, v. 21, n. 2, p. 498-516, 1973.
- NOVAES, A. G. **Logística e Gerenciamento da Cadeia de Distribuição**. Editora Elsevier. Rio de Janeiro, 2007.

OLIVEIRA, A. F. M. A. **Extensões do Problema do Caixeiro Viajante**. 2015. 89 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Coimbra, Coimbra, 2015. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10316/31684>. Acesso em: 14 set. 2020.

PRESTES, A. N. **Uma Análise Experimental de Abordagens Heurísticas Aplicadas ao Problema do Caixeiro Viajante**. 2006. 85 f. Dissertação (Mestrado em Sistemas e Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal (RN), 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/17962>. Acesso em: 27 jul. 2020.

REEVES, C. R. A genetic algorithm for flowshop sequencing, **Computers and Operations Research**, v. 22, n. 2, p. 5-13, 1995.

APÊNDICE 1 – FERRAMENTA PARA RESOLUÇÃO DE QUALQUER PCV

Para encontrar os resultados apresentados neste trabalho, bem como para resolver qualquer Problema do Caixeiro Viajante, foi criada uma ferramenta no Microsoft Excel. Ela consiste, basicamente, em seguir e executar 12 ações para que, no final delas, o usuário tenha disponível os caminhos (roteiros) encontrados por cada procedimento, a comparação desses caminhos com a solução exata do PCV – quando possível – em forma gráfica, e os resultados referentes as duas variáveis elencadas (tempo de processamento e distância total do roteiro).

Inicialmente, é necessário fornecer cinco informações para que a ferramenta possa ser executada da maneira correta. São elas:

1. De qual forma os dados de entrada serão lidos (matriz de distâncias ou plano cartesiano);
2. Quantos pontos (nós) o problema apresenta;
3. O caminho onde o arquivo .lp será armazenado;
4. O caminho onde o arquivo .sol será armazenado;
5. O caminho da área de trabalho do usuário.

Com essas informações em mãos, o usuário preencherá os campos exatos de cada uma delas, conforme FIGURA 7, e clicará no botão “Inserir”.

FIGURA 7 – INFORMAÇÕES ADICIONAIS PARA EXECUÇÃO DA FERRAMENTA

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

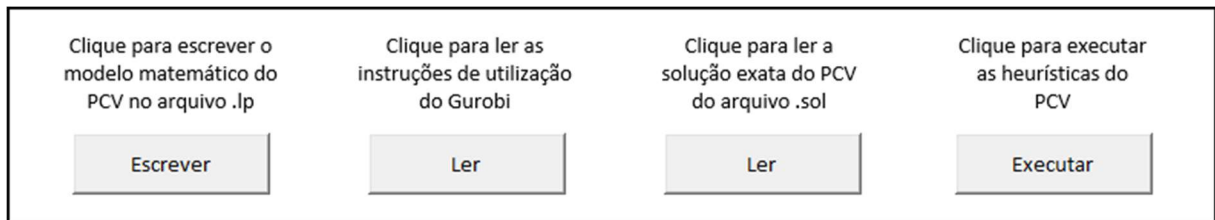
Os dados de entrada serão lidos de qual forma?	<input style="width: 95%;" type="text" value="Plano Cartesiano"/>
Quantos pontos o problema apresenta?	<input style="width: 95%;" type="text" value="52"/>
Escreva o caminho onde o arquivo .lp será armazenado:	<input style="width: 95%;" type="text" value="C:\Users\leo_I\Documents\TCC\Arquivos - Solucao Exe"/>
Escreva o caminho onde o arquivo .sol será armazenado:	<input style="width: 95%;" type="text" value="C:\Users\leo_I\Documents\TCC\Arquivos - Solucao Exe"/>
Escreva o caminho da sua área de trabalho:	<input style="width: 95%;" type="text" value="C:\Users\leo_I\OneDrive\Área de Trabalho\"/>

FONTE: O autor (2021).

Após clicar no botão, dependendo da escolha feita no primeiro campo (Matriz de Distâncias ou Plano Cartesiano) e do número de pontos informado no segundo, uma planilha aparecerá para que os dados sejam preenchidos. Por exemplo: se o usuário selecionar “Plano Cartesiano” e informar o número 52, a planilha denominada “Plano Cartesiano” aparecerá vazia para que o usuário informe todos os 52 pontos e suas respectivas coordenadas para o programa.

Feito isso, o usuário deve retornar à planilha principal (“Dados de Entrada”) e clicar no segundo botão disponível, primeiro apresentado na FIGURA 8, para que o modelo matemático do PCV seja escrito no arquivo .lp.

FIGURA 8 – BOTÕES PARA EXECUÇÃO DO GUROBI E DAS HEURÍSTICAS DO PCV



FONTE: O autor (2021).

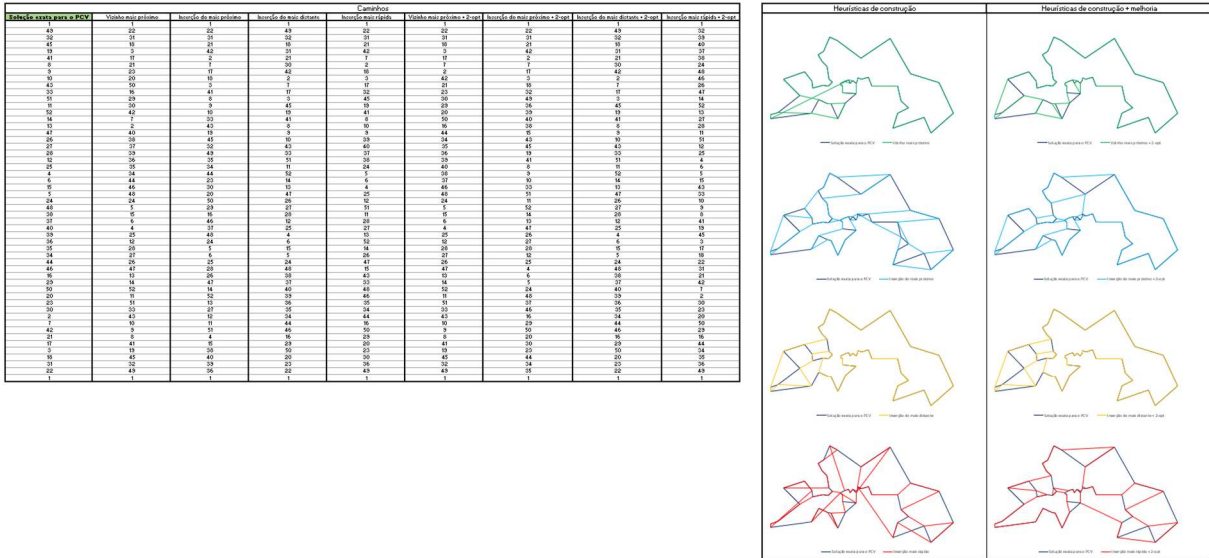
Depois de escrito, o usuário deve abrir o *software* Gurobi Optimizer e clicar no segundo botão apresentado na FIGURA 8. Com essa ação, o usuário obterá instruções de utilização do Gurobi para que, caso não saiba como ele funciona, possa executá-lo sem nenhum problema.

Em sequência, o usuário deve retornar à planilha principal e clicar no terceiro botão apresentado na FIGURA 8. Assim, a solução exata encontrada pelo Gurobi para o problema desejado – quando possível – será lida e transcrita para as planilhas “Caminhos” e “Resultados”.

Por fim, para se ter a solução dos oito procedimentos restantes (o primeiro foi resolvido na ação anterior), o usuário deve clicar no último botão apresentado na FIGURA 8. A ferramenta executará as heurísticas utilizadas para resolução do PCV e transcreverá seus resultados nas planilhas “Caminhos” e “Resultados”.

Pode-se observar, nas FIGURAS 9 e 10, os caminhos resultantes do programa e seus gráficos comparativos e os resultados referentes as duas variáveis elencadas, respectivamente.

FIGURA 9 – PLANILHA “CAMINHOS” E SEUS RESULTADOS



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 10 – PLANILHA “RESULTADOS” E SEUS RESULTADOS

Procedimento - Método	Tempo de processamento (seg)			Distância total do roteiro (u.d.)			
	Tempo sem 2-opt	Tempo do 2-opt	Total	Solução encontrada	Solução após 2-opt	Lower bound	Gap
1 Solução exata para o PCV	0,63	--	0,63	7.544,37	--	7.544,37	0,00%
2 Vizinho mais próximo	0,07	--	0,07	8.182,19	--	--	8,45%
3 Inserção do mais próximo	0,04	--	0,04	9.043,19	--	--	19,87%
4 Inserção do mais distante	0,04	--	0,04	7.782,98	--	--	3,16%
5 Inserção mais rápida	0,05	--	0,05	10.203,85	--	--	35,25%
6 Vizinho mais próximo + 2-opt	0,07	0,01	0,08	8.182,19	7.733,23	--	2,50%
7 Inserção do mais próximo + 2-opt	0,04	0,00	0,04	9.043,19	8.321,67	--	10,30%
8 Inserção do mais distante + 2-opt	0,04	0,00	0,04	7.782,98	7.782,98	--	3,16%
9 Inserção mais rápida + 2-opt	0,05	0,00	0,05	10.203,85	8.404,69	--	11,40%

FONTE: O autor (2021).