*Observação*

O gráfico da equação geral $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2exz + 2fyz + mx + ny + pz + q = 0$ poderá representar quádricas degeneradas. Alguns exemplos são:

*a*) $x^2 - 16 = 0$; dois planos paralelos: $x = 4$ e $x = -4$.

*b*) $3y^2 = 0$; um plano: o plano $y = 0$.

*c*) $x^2 + 2y^2 = 0$; uma reta: o eixo dos $z$.

*d*) $2x^2 + 4y^2 + 5z^2 = 0$; um ponto: a origem $(0, 0, 0)$.

*e*) $3x^2 + 2y^2 + z^2 = -3$; o conjunto vazio.

## 8.6 Problemas Propostos

1) Identificar as quádricas representadas pelas equações:

*a*) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

*b*) $2x^2 + 4y^2 + z^2 - 16 = 0$

*c*) $x^2 - 4y^2 + 2z^2 = 8$

*d*) $z^2 - 4x^2 - 4y^2 = 4$

*e*) $x^2 + z^2 - 4y = 0$

*f*) $x^2 + y^2 + 4z = 0$

*g*) $4x^2 - y^2 = z$

*h*) $z^2 = x^2 + y^2$

*i*) $z = x^2 + y^2$

*j*) $x^2 + y^2 = 9$

*l*) $y^2 = 4z$

*m*) $x^2 - 4y^2 = 16$

*n*) $4y^2 + z^2 - 4x = 0$

*o*) $-x^2 + 4y^2 + z^2 = 0$

*p*) $16x^2 + 9y^2 - z^2 = 144$

*q*) $16x^2 - 9y^2 - z^2 = 144$

*r*) $2y^2 + 3z^2 - x^2 = 0$

*s*) $4x^2 + 9y^2 = 36z$

2) Reduzir cada uma das equações à forma canônica, identificar e construir o gráfico da quádrica que ela representa.

*a*) $9x^2 + 4y^2 + 36z^2 = 36$

*b*) $36x^2 + 9y^2 - 4z^2 = 36$

*c*) $36x^2 - 9y^2 - 4z^2 = 36$

*d*) $x^2 + y^2 + z^2 = 36$

*e*) $x^2 + y^2 - 9z = 0$

*f*) $x^2 + 4z^2 - 8y = 0$

*g*) $4x^2 - 9y^2 - 36z = 0$

*h*) $x^2 + 4y^2 - z^2 = 0$

*i*) $x^2 - y^2 + 2z^2 = 4$

*j*) $y^2 = x^2 + z^2$

*l*) $4x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$

*m*) $x^2 + y + z^2 = 0$

*n*) $x^2 - 9y^2 = 9$

*o*) $x^2 - 4y^2 = 0$

3) Representar graficamente as seguintes superfícies cilíndricas:

*a*) $y = 4 - x^2$

*b*) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{z^2}{9} = 1$

*c*) $x^2 + 4y^2 = 16$

*d*) $x^2 - 4y^2 = 16$ e $-3 \leqslant z \leqslant 3$

*e*) $x^2 + y^2 = 9$ e $0 \leqslant z \leqslant 4$

*f*) $z^2 = 4y$

*g*) $z = y^2 + 2$

*h*) $x - y = 0$

4) Determinar a equação de cada uma das superfícies esféricas definidas pelas seguintes condições:

*a*) Centro $C(2, -3, 1)$ e raio 4.

*b*) O segmento de extremos $A(-1, 3, -5)$ e $B(5, -1, -3)$ é um de seus diâmetros.

*c*) Centro $C(4, -1, -2)$ e tangente ao plano $xOy$.

*d*) Centro $C(-2, 3, 4)$ e tangente ao eixo dos z.

*e*) Centro $C(0, -4, 3)$ e tangente ao plano de equação: $x + 2y - 2z - 2 = 0$.

### 8.6.1 Respostas de Problemas Propostos

1) *a*) Superfície esférica

*b*) Elipsóide

*c*) Hiperbolóide de uma folha

*d*) Hiperbolóide de duas folhas

*e*) Parabolóide circular

*f*) Parabolóide circular

*g*) Parabolóide hiperbólico

*h*) Superfície cônica circular

*i*) Parabolóide circular

*j*) Superfície cilíndrica circular

*l*) Superfície cilíndrica parabólica

*m*) Superfície cilíndrica hiperbólica

*n*) Parabolóide elíptico

*o*) Superfície cônica elíptica

*p*) Hiperbolóide de uma folha

*q*) Hiperbolóide de duas folhas

*r*) Superfície cônica elíptica

*s*) Parabolóide elíptico

2) *a*) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{1} = 1$, elipsóide

*b*) $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$, hiperbolóide de uma folha

*c*) $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$, hiperbolóide de duas folhas

*d*) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{36} = 1$, superfície esférica de raio 6

*e*) $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 9z$, parabolóide circular

*f*) $\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{1} = 2y$, parabolóide elíptico

*g*) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = z$, parabolóide hiperbólico

*h*) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} - \frac{z^2}{4} = 0$, superfície cônica

*i*) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$, hiperbolóide de uma folha

*j*) $\frac{x^2}{1} + \frac{z^2}{1} - \frac{y^2}{1} = 0$, superfície cônica

*l*) $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} + \frac{z^2}{1} = 1$, elipsóide

*m*) $\frac{x^2}{1} + \frac{z^2}{1} = -y$, parabolóide circular

*n*) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{1} = 1$, superfície cilíndrica hiperbólica

*o*) dois planos: $x = 2y$ e $x = -2y$

4) *a)* $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z - 2 = 0$

*b)* $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z + 7 = 0$

*c)* $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 4z + 17 = 0$

*d)* $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z + 16 = 0$

*e)* $9x^2 + 9y^2 + 9z^2 + 72y - 54z - 31 = 0$

Impressão e acabamento
Gráfica e Editora FCA
Tel. (011) 419-0200