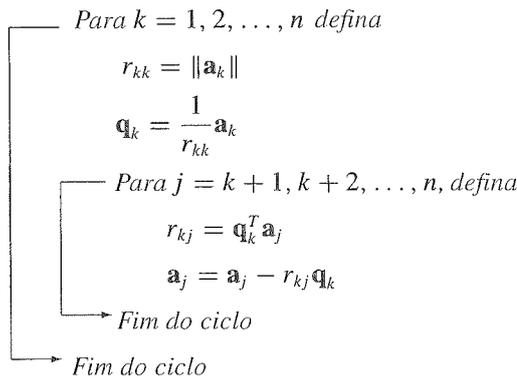


para obter o conjunto ortonormal $\{\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n\}$. O próximo algoritmo resume esse processo.

Algoritmo 5.6.4 (O Processo de Gram-Schmidt Modificado)



Se o processo de Gram-Schmidt modificado é aplicado aos vetores colunas de uma matriz $A \ m \times n$ de posto n , então, como anteriormente, podemos obter uma fatoração QR de A . Essa fatoração pode ser usada computacionalmente para se determinar a solução de mínimos quadráticos para $Ax = \mathbf{b}$.

EXERCÍCIOS

1. Para cada matriz a seguir, use o processo de Gram-Schmidt para encontrar uma base ortonormal para $I(A)$. \rightarrow ESPAÇO COLUNA DE A

(a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ (b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$

- 2. Fatore cada uma das matrizes no Exercício 1 em um produto QR , onde Q é uma matriz ortogonal e R é triangular superior.
- 3. Dada a base $\{(1, 2, -2)^T, (4, 3, 2)^T, (1, 2, 1)^T\}$ para R^3 , use o processo de Gram-Schmidt para encontrar uma base ortonormal.
- 4. Considere o espaço vetorial $C[-1, 1]$ munido do produto interno

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x) dx$$

Encontre uma base ortonormal para o subespaço gerado por $1, x$ e x^2 .

5. Sejam

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 18 \end{pmatrix}$$

- (a) Use o processo de Gram-Schmidt para encontrar uma base ortonormal para o espaço coluna de A .
- (b) Fatore A em um produto QR , onde as colunas de Q formam um conjunto ortonormal de vetores e R é triangular superior.
- (c) Resolva o problema de mínimos quadráticos para

$$Ax = \mathbf{b}$$

6. Repita o Exercício 5 para

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \\ 10 \end{pmatrix}$$