(d) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$ (e) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$ (f) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

3. Cada uma das matrizes aumentadas a seguir está em forma escada reduzida por linhas. Para cada uma delas, encontre o conjunto solução do sistema linear correspondente.

(a) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$ (b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$ (c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

(d) $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 4 \end{array}\right)$ (e) $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ (f) $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

4. Para cada um dos sistemas de equações lineares a seguir, use o método de Gauss para obter um sistema equivalente cuja matriz de coeficientes esteja em forma escada. Indique se o sistema é ou não consistente. Se o sistema for possível e determinado (isto é, sem variáveis livres), use substituição para encontrar a única solução. Se o sistema for possível e indeterminado, coloque-o em forma escada reduzida por linhas e encontre todas as suas soluções.

(a) $\begin{aligned} x_1 - 2x_2 &= 3 \\ 2x_1 - x_2 &= 9 \end{aligned}$

(b) $\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 &= 5 \\ -4x_1 + 6x_2 &= 8 \end{aligned}$

(c) $\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 &= 0 \\ 3x_1 - 2x_2 &= 0 \end{aligned}$

(d) $\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - x_3 &= 4 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 11x_1 + 2x_2 + x_3 &= 14 \end{aligned}$

(e) $\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 4 \end{aligned}$

(f) $\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \\ 7x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 7 \end{aligned}$

(g) $\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &= 5 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - x_4 &= 4 \end{aligned}$

(h) $\begin{aligned} x_1 - 2x_2 &= 3 \\ 2x_1 + x_2 &= 1 \\ -5x_1 + 8x_2 &= 4 \end{aligned}$

(i) $\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 - x_3 &= 2 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 5 \\ -3x_1 + 8x_2 + 5x_3 &= 17 \end{aligned}$

(j) $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 &= 1 \\ -x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 &= 6 \\ -2x_1 - 4x_2 + 7x_3 - x_4 &= 1 \end{aligned}$

(k) $\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 3 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 8 \\ x_1 - 5x_2 + x_4 &= 5 \end{aligned}$

(l) $\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 1 \\ 5x_1 - 8x_2 + 2x_3 &= 5 \end{aligned}$

5. Use o método de Gauss-Jordan para resolver cada um dos sistemas a seguir.

(a)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -1 \\ 4x_1 - 3x_2 &= 3 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 3 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 8 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= -1 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \end{aligned}$$

6. Considere um sistema linear cuja matriz aumentada tem a forma

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & a & 3 \end{array}\right)$$

Para que valores de a o sistema tem uma única solução?

7. Considere um sistema linear cuja matriz aumentada é da forma

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & \beta & 0 \end{array}\right)$$

(a) O sistema pode ser incompatível? Explique.
(b) Para que valores de β o sistema tem infinitas soluções?

8. Considere um sistema linear cuja matriz aumentada tem a forma

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & a & b \end{array}\right)$$

(a) Para que valores de a e b o sistema tem uma infinidade de soluções?
(b) Para que valores de a e b o sistema é impossível?

9. Dados os sistemas lineares

(a)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 2 \\ 3x_1 + 7x_2 &= 8 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 1 \\ 3x_1 + 7x_2 &= 7 \end{aligned}$$

resolva simultaneamente ambos os sistemas incorporando os termos à direita dos sinais de igualdade em uma matriz B 2×2 e colocando em forma escada reduzida por linhas a matriz

$$(A|B) = \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 8 & 7 \end{array}\right)$$

10. Dados os sistemas lineares

(a)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &= 2 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3 \\ 2x_1 + 3x_2 \qquad &= 0 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &= -1 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 \qquad &= -2 \end{aligned}$$

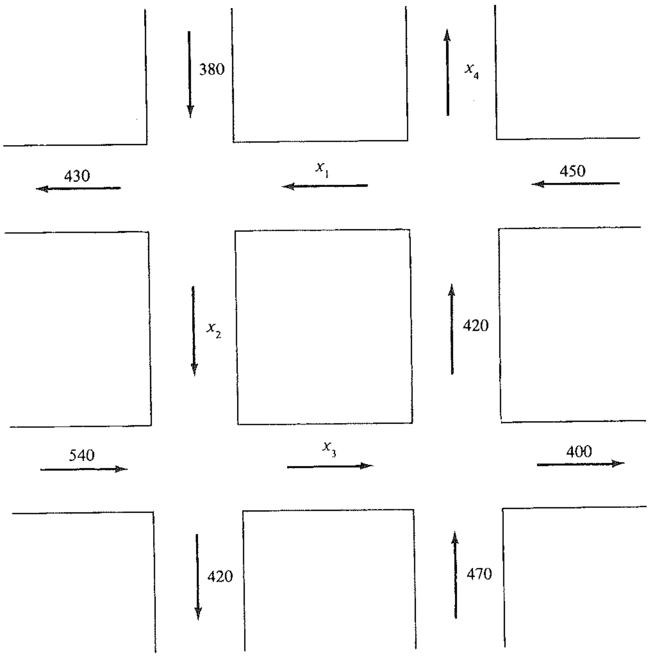
resolva simultaneamente ambos os sistemas colocando em forma escada a matriz aumentada $(A|B)$ e usando substituição duas vezes.

11. Seja (c_1, c_2) um solução do sistema 2×2

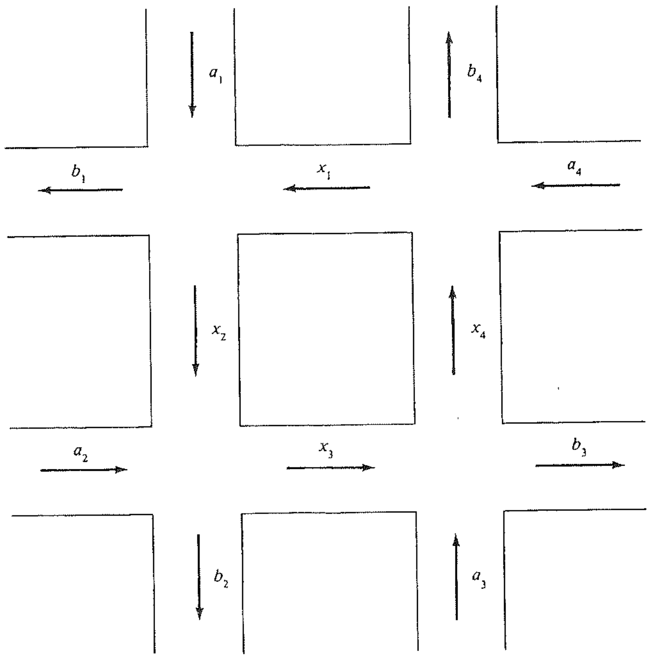
$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Mostre que, qualquer que seja o número real α, o par ordenado $(\alpha c_1, \alpha c_2)$ é também uma solução.

12. Determine os valores de x_1, x_2, x_3, x_4 para o seguinte diagrama de fluxo de tráfego:



13. Considere o seguinte diagrama de fluxo de tráfego:



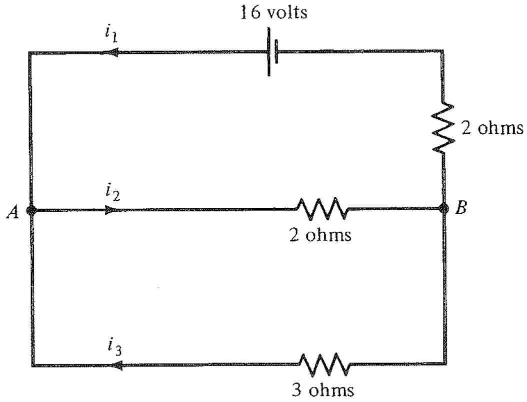
onde a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4 são inteiros positivos fixos. Escreva um sistema linear com as incógnitas x_1, x_2, x_3, x_4 e mostre que o sistema é compatível se e somente se

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4$$

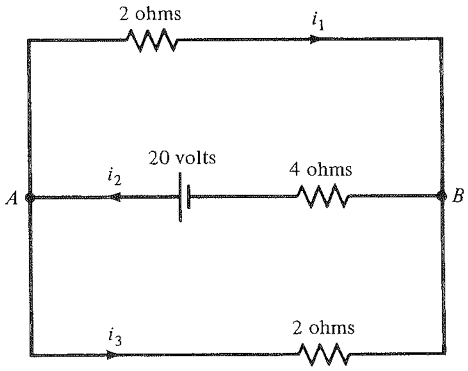
O que você pode concluir sobre o número de veículos que entram e saem da seção ilustrada no diagrama?

14. Determine a corrente em cada um dos trechos dos circuitos ilustrados a seguir.

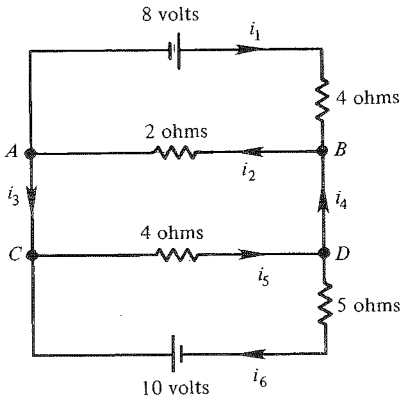
(a)



(b)



(c)



3 ÁLGEBRA MATRICIAL

Nesta seção, vamos definir as operações aritméticas de matrizes e estabelecer algumas de suas propriedades algébricas. Matrizes estão entre as ferramentas mais poderosas da matemática. Para utilizar eficientemente as matrizes, precisamos conhecer a aritmética matricial.