

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
Lista de exercícios de Otimização II (PPGMA)  
Professor : Luiz Carlos Matioli

1. Considere  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup +\{\infty\}$  uma função convexa. Defina a conjugada da função  $f$ .
2. Determine as conjugadas das seguintes funções:
  - (a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup +\{\infty\}$  dada por  $f(x) = \begin{cases} -\log(1-x), & \text{se } x < 1 \\ +\infty, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$
  - (b)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup +\{\infty\}$  dada por  $f(x) = e^x - 1$ .
  - (c)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup +\{\infty\}$  dada por  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$ .

Para os exercícios seguintes, considere  $p$  uma penalidade da família  $\mathcal{P}$  e  $\theta$  a função utilizada para construir penalidades da família  $\mathcal{P}$ , com as propriedades definidas em sala. Além disso, considere as seguintes metodologias:

MET 1:  $(y, \mu) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{++} \mapsto p(y, \mu) = \theta(\mu y)$ .

MET 2:  $(y, \mu) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{++} \mapsto p(y, \mu) = \mu\theta(y)$ .

3. Escreva as conjugadas de  $p$  para ambas metodologias (use as propriedades da conjugada - xerox passado em sala)
4. Considere  $p \in \mathcal{P}$  e  $D$  uma quase-distância definida como

$$s \in \bar{S}, \mu \in S \mapsto D(s, \mu) = \sum_{i=1}^n p^*(s_i, \mu_i),$$

expresse a função  $D$  para ambas metodologias e usando as conjugadas dos itens (a), (b) e (c) do exercício 2. Cuidado, são seis funções  $D$  diferentes, 3 para cada uma das metodologias.