Para determinar os focos precisamos do valor de *c*:

$a^2 = b^2 + c^2$

$9 = 4 + c^2$

$c^2 = 5$

$c = \sqrt{5}$

Portanto, os focos são:

$F_1(1 - \sqrt{5}, 2)$ e $F_2(1 + \sqrt{5}, 2)$

Excentricidade: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

7.2.4 Problemas Propostos

Em cada um dos problemas 1 a 8, determinar os vértices A_1 e A_2, os focos e a excentricidade das elipses dadas. Esboçar o gráfico.

1) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$

2) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$

3) $x^2 + 25y^2 = 25$

4) $9x^2 + 5y^2 - 45 = 0$

5) $4x^2 + 9y^2 = 25$

6) $4x^2 + y^2 = 1$

7) $4x^2 + 25y^2 = 1$

8) $9x^2 + 25y^2 = 25$

Em cada um dos problemas 9 a 22, determinar a equação da elipse que satisfaz as condições dadas.

9) eixo maior mede 10 e focos $(\pm 4{,}0)$.

10) centro $C(0, 0)$, um foco $F(\frac{3}{4}, 0)$ e um vértice $A(1, 0)$.

11) centro $C(0, 0)$, um foco $F(0, -\sqrt{5})$ e eixo menor mede 4.

12) centro $C(0, 0)$, eixo menor mede 6, focos no eixo dos x e passa pelo ponto $P(-2\sqrt{5}, 2)$.

13) centro $C(0, 0)$, focos no eixo dos x, excentricidade $e = \frac{2}{3}$ e passa pelo ponto $P(2, -\frac{5}{3})$.

14) vértices $A(0, \pm 6)$ e passando por $P(3, 2)$.

15) centro $C(2, 4)$, um foco $F(5, 4)$ e excentricidade $\frac{3}{4}$.

16) eixo maior mede 10 e focos $F_1(2, -1)$ e $F_2(2, 5)$.

17) centro $C(-3, 0)$, um foco $F(-1, 0)$ e tangente ao eixo dos y.

18) centro $C(-3, 4)$, semi-eixos de comprimento 4 e 3 e eixo maior paralelo ao eixo dos x.

19) mesmos dados do problema anterior mas com eixo paralelo ao eixo dos y.

20) vértices $A_1(-1, 2)$, $A_2(-7, 2)$ e a medida do eixo menor igual a 2.

21) centro $C(2, -1)$, tangente aos eixos coordenados e eixos de simetria paralelos aos eixos coordenados.

22) vértices $A_1(1, -4)$ e $A_2(1, 8)$, excentricidade $e = \frac{2}{3}$.

Em cada um dos problemas 23 a 28, determinar o centro, os vértices A_1 e A_2, os focos e a excentricidade das elipses dadas. Esboçar o gráfico.

23) $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1$

24) $25x^2 + 16y^2 + 50x + 64y - 311 = 0$

25) $4x^2 + 9y^2 - 24x + 18y + 9 = 0$

26) $16x^2 + y^2 + 64x - 4y + 52 = 0$

27) $16x^2 + 9y^2 - 96x + 72y + 144 = 0$

28) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$

7.2.5.1 *Respostas de problemas propostos*

1) $C(0, 0)$, $A(\pm 10, 0)$, $F(\pm 8, 0)$, $e = \frac{4}{5}$

2) $C(0, 0)$, $A(0, \pm 10)$, $F(0, \pm 8)$, $e = \frac{4}{5}$

3) $C(0, 0)$, $A(\pm 5, 0)$, $F(\pm 2\sqrt{6}, 0)$, $e = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

4) $C(0, 0)$, $A(0, \pm 3)$, $F(0, \pm 2)$, $e = \frac{2}{3}$

5) $C(0, 0)$, $A(\pm\frac{5}{2}, 0)$, $F(\pm \frac{5\sqrt{5}}{6}, 0)$, $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

6) $C(0, 0)$, $A(0, \pm 1)$, $F(0, \pm \frac{\sqrt{3}}{2})$, $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

7) $C(0, 0)$, $A(\pm\frac{1}{2}, 0)$, $F(\pm \frac{\sqrt{21}}{10}, 0)$, $e = \frac{\sqrt{21}}{5}$

8) $C(0, 0)$, $A(\pm\frac{5}{3}, 0)$, $F(\pm\frac{4}{3}, 0)$, $e = \frac{4}{5}$

9) $9x^2 + 25y^2 = 225$

10) $7x^2 + 16y^2 = 7$

11) $9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$

12) $x^2 + 4y^2 - 36 = 0$

13) $5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$

14) $\frac{8x^2}{81} + \frac{y^2}{36} = 1$

15) $7x^2 + 16y^2 - 28x - 128y + 172 = 0$

16) $25x^2 + 16y^2 - 100x - 64y - 236 = 0$

17) $5x^2 + 9y^2 + 30x = 0$

18) $9x^2 + 16y^2 + 54x - 128y + 193 = 0$

19) $16x^2 + 9y^2 + 96x - 72y + 144 = 0$

20) $x^2 + 9y^2 + 8x - 36y + 43 = 0$

21) $x^2 + 4y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$

22) $9x^2 + 5y^2 - 18x - 20y - 151 = 0$

23) $C(2, -3)$, $A_1(-2, -3)$, $A_2(6, -3)$, $F(2 \pm \sqrt{7}, -3)$, $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$

24) $C(-1, -2)$, $A_1(-1, -7)$, $A_2(-1, 3)$, $F_1(-1, -5)$, $F_2(-1, 1)$ $e = \frac{3}{5}$

25) $C(3, -1)$, $A_1(6, -1)$, $A_2(0, -1)$, $F(3 \pm \sqrt{5}, -1)$, $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

26) $C(-2, 2)$, $A_1(-2, -2)$, $A_2(-2, 6)$, $F(-2, 2 \pm \sqrt{15})$, $e = \frac{\sqrt{15}}{4}$

27) $C(3, -4)$, $A_1(3, -8)$, $A_2(3, 0)$, $F(3, -4 \pm \sqrt{7})$, $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$

28) $C(1, 2)$, $A_1(-2, 2)$, $A_2(4, 2)$, $F(1 \pm \sqrt{5}, 2)$, $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

7.3 A Hipérbole

Hipérbole é o lugar geométrico dos pontos de um plano cuja diferença das distâncias, em valor absoluto, a dois pontos fixos desse plano é constante.

Consideremos no plano dois pontos distintos F_1 e F_2 tal que a distância $d(F_1, F_2) = 2c$. Seja um número real a tal que $2a < 2c$.