3. Considere os vetores

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(a) Mostre que $\mathbf{x}_1$ e $\mathbf{x}_2$ formam uma base para R^2.
(b) Por que $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ têm que ser linearmente dependentes?
(c) Qual a dimensão de $[\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}]$?

4. Considere os vetores

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Qual a dimensão de $[\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}]$?

5. Considere

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(a) Mostre que $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ são linearmente dependentes.
(b) Mostre que $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ são linearmente independentes.
(c) Qual a dimensão de $[\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}]$?
(d) Descreva geometricamente $[\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}]$.

6. Alguns dos conjuntos no Exercício 2 da Seção 2 formavam subespaços de R^3. Em cada um desses casos, encontre uma base para o subespaço e determine sua dimensão.

7. Encontre uma base para o subespaço S de R^4 formado por todos os vetores da forma $(a + b, a - b + 2c, b, c)^T$, onde a, b e c são números reais. Qual a dimensão de S?

8. Considere os vetores $\mathbf{x}_1 = (1, 1, 1)^T$ e $\mathbf{x}_2 = (3, -1, 4)^T$.
(a) $\mathbf{x}_1$ e $\mathbf{x}_2$ geram R^3? Explique.
(b) Seja $\mathbf{x}_3$ um terceiro vetor em R^3 e defina $X = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}$. Que condição (ou condições) X tem que satisfazer para que $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ formem uma base para R^3?
(c) Encontre um terceiro vetor $\mathbf{x}_3$ que estenda o conjunto $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2\}$ a uma base para R^3.

9. Os vetores

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

geram R^3. Retire algum (ou alguns) elementos de $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4, \mathbf{x}_5\}$ de modo a obter uma base para R^3.

10. Seja S o subespaço de P_3 formado por todos os polinômios da forma $ax^2 + bx + 2a + 3b$. Encontre uma base para S.

11. Alguns dos conjuntos no Exercício 3 da Seção 2 formavam subespaços de $R^{2\times 2}$. Em cada um desses casos, encontre uma base para o subespaço e determine sua dimensão.

12. Encontre a dimensão do espaço gerado por 1, $\cos 2x$, $\cos^2 x$ em $C[-\pi, \pi]$.

13. Encontre a dimensão do subespaço de P_3 gerado pelos vetores dados em cada um dos itens a seguir.

(a) $x, x - 1, x^2 + 1$ (b) $x, x - 1, x^2 + 1, x^2 - 1$
(c) $x^2, x^2 - x - 1, x + 1$ (d) $2x, x - 2$

14. Seja S o subespaço de P_3 formado por todos os polinômios $p(x)$ satisfazendo $p(0) = 0$, e seja T o subespaço de todos os polinômios $q(x)$ tais que $q(1) = 0$. Encontre bases para

(a) S (b) T (c) $S \cap T$

15. Seja U o subespaço de R^4 formado pelos vetores da forma $(u_1, u_2, 0, 0)^T$ e seja V o subespaço de