Resumo

A equação geral de uma cônica é dada por $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$, onde a, b, c, d, e, f são constantes. Essa cônica pode ser representada matricialmente como

$$[x \quad y]\begin{bmatrix} a & b/2 \\ b/2 & c \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + [d \quad e]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + [f] = [0]$$

isto é,

$$X^t\, A\, X + B\, X + f\, I_1 = 0\, I_1$$

onde

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a & b/2 \\ b/2 & c \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = [d \quad e]$$

O termo $X^t AX$ é chamado forma quadrática e o termo BX é chamado forma linear.

Quando a matriz A de uma forma quadrática $X^t AX$ assume uma forma diagonalizada dada por

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}$$

onde α_1 e α_2 são constantes, então a cônica é alinhada a um dos eixos cartesianos. Caso contrário, ela assume uma posição não alinhada a esses eixos.

Classificação: Dada uma cônica cuja forma quadrática seja escrita como $X^t AX$, onde a matriz A tem uma forma diagonalizada dada por

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

onde λ_1 e λ_2 são os autovalores de A, então podemos classificá-la usando as seguintes regras:

- Se $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 0$ então a equação é de uma parábola ou de sua forma degenerada (uma reta ou duas retas paralelas).
- Se $\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$ então a equação é de uma elipse ou de sua forma degenerada (um ponto ou o vazio).
- Se $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$ então a equação é de uma hipérbole ou de sua forma degenerada (duas retas concorrentes).