

CM201 - Cálculo Diferencial e Integral I
Lista de Exercícios 5

1. Faça o gráfico da função $f(x) = 1/(x - 1)^2$ e identifique para quais valores de x a função $f(x)$ é crescente, e para quais valores $f(x)$ é decrescente.
2. Encontre o domínio de cada uma das funções abaixo. Lembre-se que só existe raiz quadrada real de números maiores ou iguais a zero e que não existe divisão por zero.

$$(a) g(x) = \frac{1}{2x + 5} \quad (b) \beta(x) = \frac{13}{x^2 - 2x - 8} \quad (c) k(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \quad (d) \lambda(z) = \frac{1}{\sqrt{z}(z + 2)}$$

3. Determine, a partir do gráfico, se as seguintes funções são injetoras e/ou contínuas:

$$(a) f(x) = \begin{cases} 2x + 6, & x \leq -3 \\ x + 4, & x > -3 \end{cases} \quad (b) f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$$

4. Expresse $\ln(3\sqrt{2})$ e $\ln(4/9)$ em função de $\ln 2$ e $\ln 3$.

5. Use as propriedades dos logaritmos para simplificar as seguintes expressões:

$$(a) \ln(3x^2 - 9x) + \ln\left(\frac{1}{3x}\right) \quad (b) e^{\ln(x^2 + y^2)} \quad (c) e^{\ln(\pi x) - \ln 2} \quad (d) \ln(e^{2 \ln x})$$

6. Sabendo que $\ln(y - 1) - \ln 2 = x + \ln x$, encontre y em função de x .

7. Sem o uso de calculadora, encontre o valor dos logaritmos abaixo.

$$(a) \log_2 8 \quad (b) \log_2 \frac{1}{4} \quad (c) \log_{\frac{1}{3}} 9 \quad (d) \log_{\frac{1}{4}} 2 \quad (e) \log_{16} 2 \quad (f) \log_8 32$$

$$(g) \log_8 \frac{1}{4} \quad (h) \log_9 \frac{1}{27} \quad (i) \log_5 \frac{1}{125} \quad (j) \log_{125} \frac{1}{5} \quad (k) \log_{16} 64 \quad (l) \log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{3}$$

8. Utilizando uma calculadora, encontre o valor aproximado dos logaritmos abaixo com 3 casas decimais.

$$(a) \log_3 5 \quad (b) \log_3 \frac{1}{5} \quad (c) \log_{\frac{1}{3}} 5 \quad (d) \log_5 3 \quad (e) \log_2 10 \quad (f) \ln 5 \quad (g) \ln \frac{1}{2}$$

9. Encontre as soluções das equações abaixo.

$$(a) 2^x = 16 \quad (b) 2^{2x+1} = 16 \quad (c) 2 \cdot 3^{x+5} = 5 \quad (d) 5^{2x+1} = 2^x \quad (e) 4^{3x-2} = 2^{3x}$$

$$(f) 2 \cdot 3^x = 3 \cdot 2^x \quad (g) 2 \cdot 3^x = 3 \cdot 2^{x+1} \quad (h) 2^{x^2} = 2^x \quad (i) 2^{x^2} = 3 \quad (j) 5^{3+x} = \frac{1}{125}$$

10. A população de uma cidade é de 375.000 habitantes, e cresce exponencialmente à taxa de 2,25% ao ano. Após quantos anos a população chegará a um milhão ?

11. O pH de um líquido é dado pela fórmula

$$\text{pH} = -\log_{10}(x),$$

sendo x a concentração do íon hidrônio $[\text{H}_3\text{O}^+]$ em mol/l.

- (a) A concentração de $[\text{H}_3\text{O}^+]$ em água destilada é de 10^{-7} mol/l. Calcule o pH da água destilada. **OBS:** concentrações acima e abaixo deste valor são denominadas *alcalinas* e *ácidas*, respectivamente.

(b) Sabendo que o pH do sangue humano varia de 7.37 a 7.44, encontre as quantidades mínima e máxima esperadas de $[H_3O^+]$ no sangue humano.

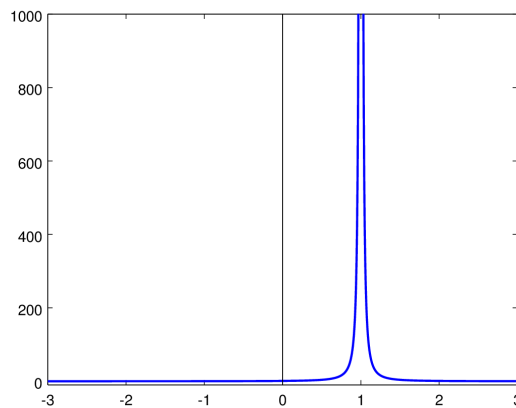
12. A taxa de reprodução da mosca *Drosophila melanogaster* cai drasticamente quando a densidade populacional aumenta. Se x é o número de moscas em uma garrafa e y é a prole por fêmea por dia, foi verificado empiricamente (Strehler, 1963, p. 74) que

$$y = 34.53e^{-0,018x}x^{-0,658}$$

Calcule a prole y quando o número de moscas na garrafa for $x = 4$ e $x = 30$.

Respostas:

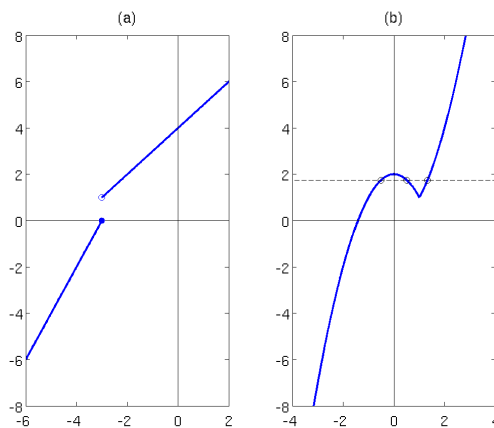
1. Crescente para $x < 1$ e decrescente para $x > 1$.



2. (a) $D(g) = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq -\frac{5}{2} \right\}$ (b) $D(\beta) = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2 \text{ e } x \neq 4 \right\}$

(c) $D(k) = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0 \text{ e } x \neq 1 \right\}$ (d) $D(\lambda) =]0, \infty[$

3. (a): é injetora, não é contínua; (b): não é injetora, é contínua.



4. (a) $\ln 3 + \frac{1}{2} \ln 2$ (b) $2 \ln 2 - 2 \ln 3$

5. (a) $\ln(x - 3)$ (b) $x^2 + y^2$ (c) $\pi x/2$ (d) $2 \ln x$

6. $y = 2xe^x + 1$

7. (a) 3 (b) -2 (c) -2 (d) $-\frac{1}{2}$ (e) $\frac{1}{4}$ (f) $\frac{5}{3}$ (g) $-\frac{2}{3}$ (h) $-\frac{3}{2}$
(i) -3 (j) $-\frac{1}{3}$ (k) $\frac{3}{2}$ (l) $\frac{1}{2}$

8. (a) 1,465 (b) -1,465 (c) -1,465 (d) 0,683 (e) 3,322 (f) 1,609 (g) -0,693

9. (a) $x = 4$ (b) $x = \frac{3}{2}$ (c) $x = \log_3 \left(\frac{5}{2} \right) - 5$ (d) $x = \frac{1}{\log_5 2 - 2}$ (e) $x = \frac{4}{3}$
(f) $x = 1$ (g) $x = \frac{1}{1 - \log_3 2}$ (h) $x = 0$ ou $x = 1$ (i) $x = \pm \sqrt{\log_2 3}$ (j) $x = -6$

10. $t = \frac{\ln(1000/375)}{\ln(1,0225)} \approx 44,1$ anos.

11. (a) pH = 7 (b) máxima: $10^{-7,37} \approx 4,3 \times 10^{-8}$ mol/L; mínima: $10^{-7,44} \approx 3,6 \times 10^{-8}$ mol/L

12. Se $x = 4$, $y = 12,905 \dots \approx 13$; se $x = 30$, $y = 4,146 \dots \approx 2$