

Lista 6 de CM300

1. Esboce os gráficos das funções do segundo grau que se seguem. Em seu esboço devem estar representados corretamente o vértice da parábola, as raízes da função (caso existam) e ao menos alguns pontos adicionais sobre o gráfico. Responda: quais as coordenadas do vértice? Em que intervalo cada função é crescente? E decrescente?

(a) $f(x) = x^2 - x - 2$

(b) $g(x) = x^2 - 3$

(c) $h(x) = -2x^2 + 9x - 7$

(d) $w(x) = \frac{x^2}{2} - x + 1$

(e) $v(x) = x^2 - 5x + 6$

(f) $u(x) = -\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 2$

2. Encontre as derivadas das funções abaixo.

(a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

(b) $g(x) = \frac{x^2}{8} + \frac{x}{8} - \frac{1}{8}$

(c) $h(x) = -x^2 - x + 1$

(d) $\alpha(t) = -\frac{3t^2}{2} + 2t + 4$

(e) $\beta(t) = -4t^2 - 9$

(f) $\gamma(t) = 8t + 1$

(g) $u(z) = -3z^2 + 3z - 40000$

(h) $v(z) = 1000z^2 - 999z$

(i) $w(z) = (2z + 3)(2z - 3)$

(j) $\lambda(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

(k) $\mu(x) = (-2x + 1)^2$

(l) $\omega(x) = 3x(1 - 2x)$

3. Encontre a reta tangente ao gráfico de cada função no ponto de abscissa indicada.

(a) $a(x) = 2x^2 - 3x + 1, x = 2$

(b) $b(x) = -x^2 + 2x + 3, x = -1$

(c) $c(x) = x^2 + 2x + 3, x = 0$

(d) $d(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x - 1, x = 2$

(e) $e(x) = 4x^2 - 8x + 3, x = 10$

(f) $f(x) = -3x^2 - 2x + 2, x = -2$

(g) $g(x) = -x^2 - x, x = \frac{1}{2}$

(h) $h(x) = x^2 - 5x, x = 1$

(i) $i(x) = x^2 + 4x - 4, x = -2$

4. Encontre a reta tangente ao gráfico de cada função no ponto de abscissa indicada e represente graficamente no mesmo sistema de coordenadas os gráficos da função e da reta tangente.

(a) $a(x) = x^2 + 2x - 1, x = 1$

(b) $b(x) = -x^2 - x + 4, x = 0$

(c) $c(x) = x^2 - \frac{7x}{2} + 1, x = 2$

(d) $d(x) = -x^2 + 6x - 5, x = 3$

5. A distância de um determinado objeto em relação a um referencial no instante t é dada por $d(t) = 25t^2 - 100t + 125$, onde d é dada em m e t em h para $t \in [0, 3]$. Calcule a distância do objeto d e a velocidade v com que ele se aproxima (velocidade negativa) ou afasta (velocidade positiva) do referencial nos instantes dados.

(a) $t = 0$

(b) $t = 1$

(c) $t = 2$

(d) $t = 3$

(e) $t = 1,5$

6. O volume v de detritos tóxicos em litros que um pequeno processo industrial gera entre os instantes $T = 0$ e $T = t$ é dado por $v(t) = \frac{t^2}{10} + 10t$, com $t \in [0, 60]$ medido em minutos e v em litros. Calcule o volume v de detritos gerado do início do processo até os instantes indicados abaixo, bem como a taxa θ de produção de poluentes nos respectivos instantes.

(a) $t = 0$

(b) $t = 10$

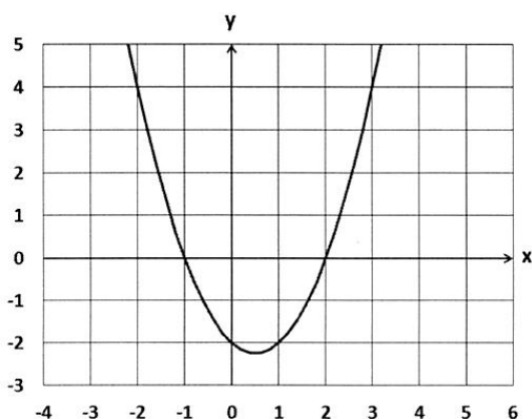
(c) $t = 30$

(d) $t = 60$

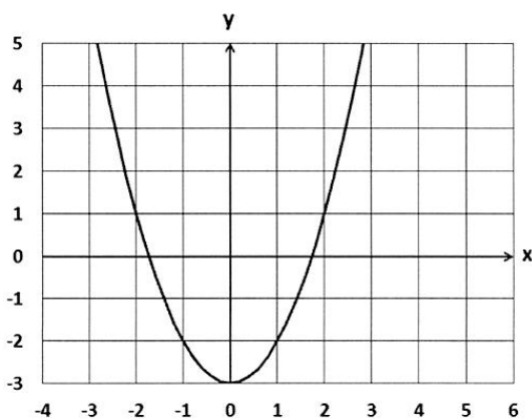
Respostas:

1.

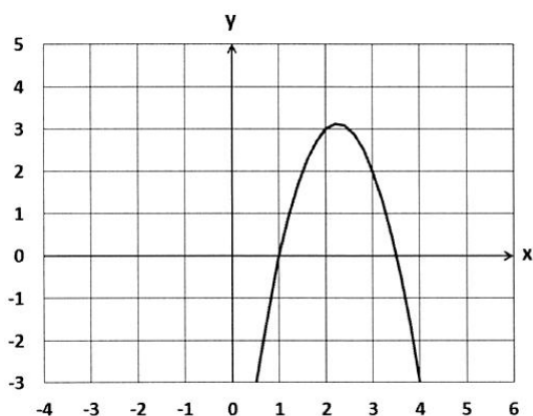
(a) Vértice: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$. Função crescente para $x \in \left]\frac{1}{2}, \infty\right[$, decrescente para $x \in \left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$.



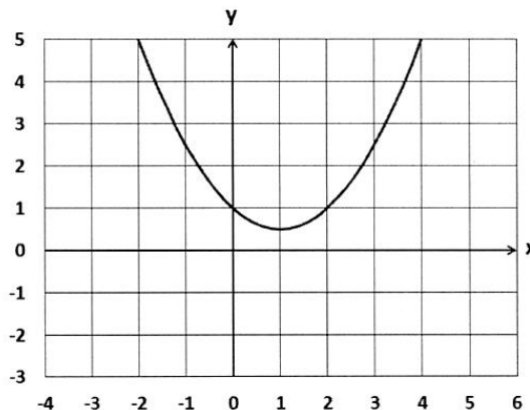
(b) Vértice: $(0, -3)$. Função crescente para $x \in]0, \infty[$, decrescente para $x \in]-\infty, 0[$.



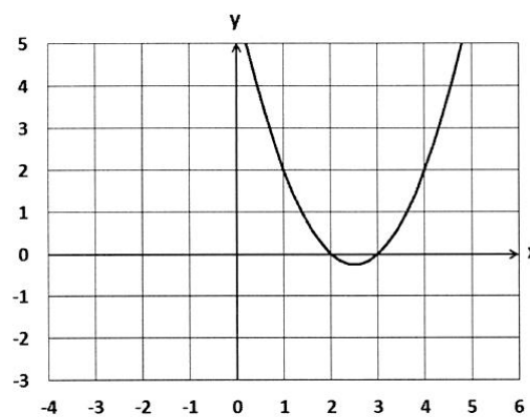
(c) Vértice: $\left(\frac{9}{4}, \frac{25}{8}\right)$. Função crescente para $x \in \left]-\infty, \frac{9}{4}\right[$, decrescente para $x \in \left]\frac{9}{4}, \infty\right[$.



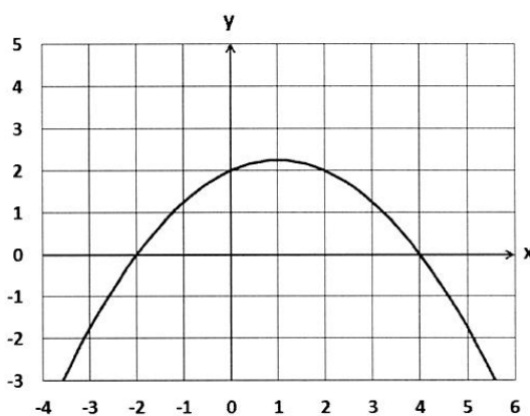
(d) Vértice: $\left(1, \frac{1}{2}\right)$. Função crescente para $x \in]1, \infty[$, decrescente para $x \in]-\infty, 1[$.



(e) Vértice: $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$. Função crescente para $x \in \left]\frac{5}{2}, \infty\right[$ e decrescente para $x \in \left]-\infty, \frac{5}{2}\right[$.



(f) Vértice: $\left(1, \frac{9}{4}\right)$. Função crescente para $x \in]-\infty, 1[$, decrescente para $x \in]1, \infty[$.



2. (a) $f'(x) = 6x - 2$

(b) $g'(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{8}$

(c) $h'(x) = -2x - 1$

(d) $\alpha'(t) = -3t + 2$

(e) $\beta'(t) = -8t$

(f) $\gamma'(t) = 8$

(g) $u'(z) = -6z + 3$

(h) $v'(z) = 2000z - 999$

(i) $w'(z) = 8z$

(j) $\lambda'(x) = 2x + 1$

(k) $\mu'(x) = 8x - 4$

(l) $\omega'(x) = -12x + 3$

3. (a) $y = 5x - 7$

(d) $y = 1$

(g) $y = -2x + \frac{1}{4}$

(b) $y = 4x + 4$

(e) $y = 72x - 397$

(h) $y = -3x - 1$

(c) $y = 2x - 3$

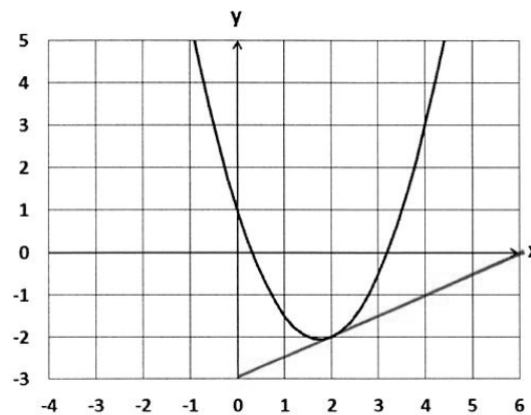
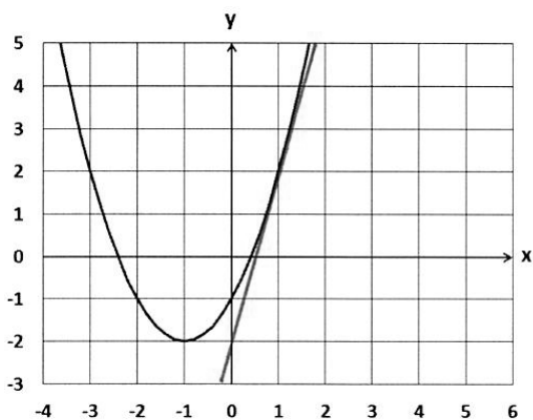
(f) $y = 10x + 14$

(i) $y = -8$

(a) $y = 4x - 2$

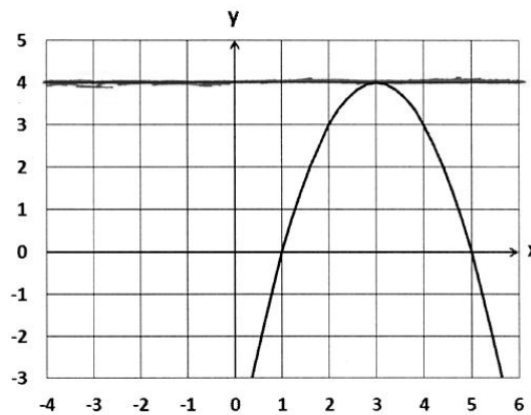
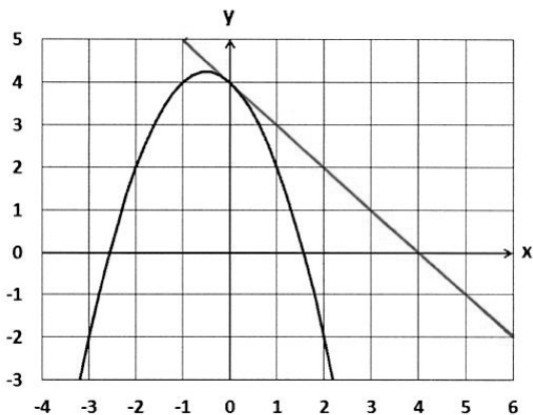
(c) $y = \frac{x}{2} - 3$

4.



(b) $y = 4 - x$

(d) $y = 4$



5. (a) $d(0) = 125m, v(0) = 100m/h.$

(b) $d(1) = 50m, v(1) = -50m/h.$

(c) $d(2) = 25m, v(2) = 0m/h.$

(d) $d(3) = 50m, v(3) = 50m/h.$

(e) $d(1, 5) = 31, 25m, v(1, 5) = -25m/h.$

6. (a) $v(0) = 0l, \theta(0) = 10l/min.$

(b) $v(10) = 110l, \theta(10) = 12l/min.$

(c) $v(30) = 390l, \theta(30) = 16l/min.$

(d) $v(60) = 960l, \theta(60) = 22l/min.$