Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática - Departamento de Matemática

Cálculo II-A (MAT 042) – 1ª Lista de Exercícios
Última atualização: 26/05/04

I) Resolva as integrais usando substituição de variável:

1) $\int \text{sen}(2x)dx$ — Resp.: $-\dfrac{\cos(2x)}{2} + C$

2) $\int \dfrac{dx}{\text{sen}^2(3x-1)}$ — Resp.: $-\dfrac{\cot g(3x-1)}{3} + C$

3) $\int \dfrac{dx}{3x-7}$ — Resp.: $\dfrac{1}{3}\ln|3x-7| + C$

4) $\int tg(2x)dx$ — Resp.: $-\dfrac{1}{2}\ln|\cos 2x| + C$

5) $\int (\cot g(e^x)e^x dx$ — Resp.: $\ln|\text{sen}(e^x)| + C$

6) $\int \sqrt{x^2+1}.xdx$ — Resp.: $\dfrac{1}{3}\sqrt{(x^2+1)^3} + C$

7) $\int \dfrac{dx}{\cos^2(x)\sqrt{tg(x)-1}}$ — Resp.: $2\sqrt{tg(x)-1} + C$

8) $\int \dfrac{\cos(x)dx}{\sqrt{2\,\text{sen}(x)+1}}$ — Resp.: $\sqrt{2\,\text{sen}(x)+1} + C$

9) $\int \dfrac{\text{sen}(2x)dx}{\sqrt{1+\text{sen}^2(x)}}$ — Resp.: $2\sqrt{1+\text{sen}^2(x)} + C$

10) $\int \dfrac{\text{arcsen}(x)dx}{\sqrt{1-x^2}}$ — Resp.: $\dfrac{\text{arcsen}^2(x)}{2} + C$

11) $\int \dfrac{\text{arctg}^2(x)dx}{1+x^2}$ — Resp.: $\dfrac{\text{arctg}^3(x)}{3} + C$

12) $\int \frac{dx}{x\ln x}$ Resp.: $\ln|\ln x| + C$

13) $\int 3^{x^2+4x+3}(x+2)dx$ Resp. $\frac{3^{x^2+4x+3}}{2.\ln(3)} + C$

14) $\int \frac{dx}{\sqrt{16-9x^2}}$ Resp. $\frac{1}{3}\text{arcsen}\left(\frac{3x}{4}\right) + C$

15) $\int \frac{dx}{4-9x^2}$ Resp. $\frac{1}{12}\ln\left|\frac{2+3x}{2-3x}\right| + C$

16) $\int \frac{\arccos(x) - x}{\sqrt{1-x^2}}dx$ Resp.: $-\frac{1}{2}\arccos^2(x) + \sqrt{1-x^2} + C$

II) Use integração por partes para resolver as integrais:

1) $\int (x^2 + 2x)e^x dx$ Resp.: $x^2 e^x + C$

2) $\int (16x^3 + 4x + 1)\ln(x)dx$ Resp.: $\ln(x).(4x^4+2x^2+x) - (x^4+x^2+x) + C$

3) $\int (x^2 + 1)\text{sen}(x)dx$ Resp.: $-(x^2-1)\cos(x) + 2x\text{sen}(x) + C$

4) $\int \text{arctg}(3x)dx$ Resp.: $x.\text{arctg}(3x) - \frac{1}{6}\ln(9x^2+1) + C$

5) $\int \text{arcsen}(x-2)dx$ Resp.: $(x-2)\text{arcsen}(x-2) + \sqrt{-x^2+4x-3} + C$

6) $\int \frac{x}{\text{sen}^2(x)}dx$ Resp.: $-x\cot g(x) + \ln|\text{sen}(x)| + C$

7) $\int 3x^8.\cos(x^3)dx$ Resp.: $x^6\text{sen}(x^3) + 2x^3\cos(x^3) - 2\text{sen}(x^3) + C$

8) $\int x^5(1+4e^{x^3})dx$ Resp.: $e^{x^3}\left(\frac{4x^3-4}{3}\right) + \frac{x^6}{6} + C$

9) $\int e^{\sqrt{2x+1}}.dx$ Resp.: $(\sqrt{2x+1}-1)e^{\sqrt{2x+1}}+C$

10) $\int \frac{x.arctg(x)}{\sqrt{1+x^2}}dx$ Resp.: $\sqrt{1+x^2}arctg(x)-\ln\left|x+\sqrt{1+x^2}\right|+C$

III) Resolva as integrais contendo um trinômio $ax^2 + bx + c$:

1) $\int \frac{dx}{x^2+2x+5}$ Resp.: $\frac{1}{2}arctg\frac{x+1}{2}+C$

2) $\int \frac{dx}{x^2-6x+5}$ Resp.: $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-5}{x-1}\right|+C$

3) $\int \frac{(x+5)dx}{2x^2+4x+3}$ Resp.: $\frac{1}{4}\ln|2x^2+4x+3|+2\sqrt{2}.arctg[\sqrt{2}(x+1)]+C$

4) $\int \frac{x+3}{\sqrt{3+4x-4x^2}}dx$ Resp.: $-\frac{1}{4}\sqrt{3+4x-4x^2}+\frac{7}{4}arcsen\frac{2x-1}{2}+C$

5) $\int \frac{(x+5)dx}{\sqrt{2x^2+4x+3}}$ Resp.: $\frac{1}{2}\sqrt{2x^2+4x+3}+2\sqrt{2}\ln|\sqrt{2x^2+4x+3}+\sqrt{2}(x+1)|+C$

6) $\int \frac{3x+5}{\sqrt{x(2x-1)}}dx$ Resp.: $\frac{3}{2}\sqrt{2x^2-x}+\frac{23}{4\sqrt{2}}\ln\left|4x-1+\sqrt{8(2x^2-x)}\right|+C$

IV) Classifique as funções em racional (r) ou não racional (n); racional própria (p) ou racional imprópria (i)

1) $f(x)=\frac{\sqrt{2}.x+1}{x^2-tg(3)}$

2) $f(x)=\frac{\sqrt{2x+1}}{x^2+tg(3)}$

3) $f(x)=\frac{sen(7)x^4+1}{x^3+2x+1}$

4) $f(x)=\frac{\ln(x^2+9)}{x^4-x^2}$

5) $f(x)=\frac{1+3x^2}{(x-1)(x^2-5x+6)}$

6) $f(x)=\frac{\ln(2).(x+1)}{(x^3-1)(x^2-1)}$

7) $f(x)=\dfrac{(e.x)^2+1}{(x^2+x+3)^2(x^2-6x+9)}$

8) $f(x)=\dfrac{x^2+3x+1}{x^2-6x+8}$

9) $f(x)=\dfrac{(4x^2-8x)}{(x-1)^2(x^2+1)^2}$

Resp.1) (r); (p). 2) (n). 3) (r); (i). 4) (n). 5) (r); (p). 6) (r); (p). 7) (r); (p). 8) (r); (i). 9) (r); (p).

V) No exercício anterior, apresente uma forma de decomposição em frações parciais para cada uma das funções racionais próprias.

Resp.

1) $f(x)=\dfrac{A}{\left(x-\sqrt{tg(3)}\right)}+\dfrac{B}{\left(x+\sqrt{tg(3)}\right)}$

5) $f(x)=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2}+\dfrac{C}{x-3}$

6) $f(x)=\dfrac{A}{(x+1)}+\dfrac{B}{(x-1)}+\dfrac{C}{(x-1)^2}+\dfrac{Dx+E}{x^2+x+1}$

7) $f(x)=\dfrac{A}{x-3}+\dfrac{B}{(x-3)^2}+\dfrac{Cx+D}{x^2+x+3}+\dfrac{Ex+F}{(x^2+x+3)^2}$

9) $f(x)=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{(x-1)^2}+\dfrac{Cx+D}{x^2+1}+\dfrac{Ex+F}{(x^2+1)^2}$

VI) Resolva as integrais das funções racionais:

1) $\displaystyle\int\frac{x+1}{2x+1}dx$ Resp. $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}\ln|2x+1|+C$

2) $\displaystyle\int\frac{xdx}{(x+1)(x+3)(x+5)}$ Resp. $\dfrac{1}{8}\ln\left|\dfrac{(x+3)^6}{(x+5)^5(x+1)}\right|+C$

3) $\displaystyle\int\frac{dx}{(x-1)^2(x-2)}$ Resp. $\dfrac{1}{x-1}+\ln\left|\dfrac{x-2}{x-1}\right|+C$

4) $\int \frac{x-8}{x^3-4x^2+4x}dx$ Resp. $\frac{3}{x-2}+\ln\left(\frac{x-2}{x}\right)^2+C$

5) $\int \frac{x^3+1}{4x^3-x}dx$ Resp.: $\frac{x}{4}-\ln|x|+\frac{1}{16}[9\ln|2x-1|+7\ln|2x+1|]+C$

6) $\int \frac{2x^2-3x-3}{(x-1)(x^2-2x+5)}dx$ Resp.: $\ln\left|\frac{(x^2-2x+5)^{\frac{3}{2}}}{x-1}\right|+\frac{1}{2}\text{arctg}\left(\frac{x-1}{2}\right)+C$

7) $\int \frac{x^3-6}{x^4+6x^2+8}dx$ Resp.: $\ln\left|\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+2}}\right|+\frac{3}{2}\text{artg}\left(\frac{x}{2}\right)-\frac{3}{\sqrt{2}}\text{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)+C$

8) $\int \frac{3x-7}{x^3+x^2+4x+4}dx$ Resp.: $\ln\left|\frac{x^2+4}{(x+1)^2}\right|+\frac{1}{2}\text{arctg}(x/2)+C$

9) $\int \frac{8x-16}{16-x^4}dx$ Resp.: $\ln\sqrt{4+x^2}-\ln|2+x|-\text{arctg}\left(\frac{x}{2}\right)+C$

10) $\int \frac{(x^2-2x+3)dx}{(x^2+1)(x-1)^2}$ Resp: $\text{arctg}x+\ln\sqrt{x^2+1}-\ln|x-1|+\frac{1}{1-x}+C$

11) $\int \frac{(5x^3+12)dx}{x^3-5x^2+4x}$ Resp.: $5x+3\ln x-\frac{17}{3}\ln|x-1|+\frac{83}{3}\ln|x-4|+C$

VII) Resolva as integrais das funções irracionais:

1) $\int \frac{(x+3)dx}{x(x-2\sqrt{x}+3)}$ Resp.: $2\ln\sqrt{x}+2\sqrt{2}\cdot\text{arctg}\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{2}}\right)+C$

2) $\int \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt[3]{x}}{6\sqrt[4]{x}}dx$ Resp.: $\frac{2}{27}\sqrt[4]{x^9}-\frac{2}{13}\sqrt[12]{x^{13}}+C$

3) $\int \frac{dx}{\sqrt[6]{(x-2)^5}\left(\sqrt[3]{(x-2)^2}-1\right)}$ Resp.: $\frac{3}{2}\ln\left|\frac{\sqrt[6]{x-2}-1}{\sqrt[6]{x-2}+1}\right|-3\text{arctg}\sqrt[6]{x-2}+C$

4) $\int x.(1+x)^{\frac{2}{3}}dx$ Resp.: $\frac{3}{8}(1+x)^{8/3}-\frac{3}{5}(1+x)^{5/3}+C$

5) $\int \frac{dx}{2\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}$ Resp.: $2\sqrt{x}-6\sqrt[3]{x}+24\sqrt[6]{x}-48\ln(2+\sqrt[6]{x})+C$

6) $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\frac{dx}{x^2}$ Resp.: $\ln\left|\frac{\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}\right|-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}+C$

7) $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\frac{dx}{x}$ Resp.: $2\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}+\ln\left|\frac{\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}\right|+C$

VIII) Resolva as integrais das funções trigonométricas:

1) $\int sen^3(x)dx$ Resp: $\frac{1}{3}\cos^3(x)-\cos(x)+C$

2) $\int sen^2(x)\cos^3(x)dx$ Resp: $\frac{1}{3}sen^3(x)-\frac{1}{5}sen^5(x)+C$

3) $\int \frac{\cos^3(x)}{sen^4(x)}dx$ Resp: $\csc(x)-\frac{1}{3}\csc^3(x)+C$

4) $\int \sec(2x)dx$ Resp: $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{1+sen(2x)}{1-sen(2x)}\right|+C$

5) $\int \frac{sen^3(x)dx}{\sqrt[3]{\cos^4(x)}}$ Resp.: $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\cos^5(x)}+\frac{3}{\sqrt[3]{\cos(x)}}+C$

6) $\int sen^2(3x)dx$ Resp.: $\frac{x}{2}-\frac{sen(6x)}{12}+C$

7) $\int sen^2(x).\cos^2(x)(dx$ Resp.: $\frac{x}{8}-\frac{sen(4x)}{32}+C$

8) $\int tg^3(x)\,dx$ Resp.: $\frac{tg^2(x)}{2}+\ln|\cos(x)|+C$

9) $\int \frac{dx}{tg(x)-1}$ Resp.: $\frac{\ln|tg(x)-1|}{2}-\frac{\ln(tg^2(x)+1)}{4}-\frac{x}{2}+C$

10) $\int \text{sen}(5x).\text{sen}(3x).dx$ Resp.: $\frac{1}{4}\left(\text{sen}(2x) - \frac{\text{sen}(8x)}{4}\right) + C$

11) $\int \text{sen}(x).\cos(5x).dx$ Resp.: $-\frac{\cos(6x)}{12} + \frac{\cos(4x)}{8} + C$

IX) Resolva as integrais das funções trigonométricas usando a Substituição Universal $t = tg(x/2)$ e as as fórmulas

$$\text{sen}(x) = \frac{2tg(x/2)}{tg^2(x/2)+1} \quad \text{e} \quad \cos(x) = \frac{1 - tg^2(x/2)}{tg^2(x/2)+1}$$

1) $\int \frac{\text{sen}(x)dx}{1+\text{sen}\,x}$ Resp.: $\frac{2}{1+tg\left(\frac{x}{2}\right)} + x + C$

2) $\int \frac{dx}{1-\text{sen}(x)+\cos(x)}$ Resp.: $-\ln\left|1 - tg(x/2)\right| + C$

3) $\int \frac{dx}{\text{sen}(x)-\cos(x)}$ Resp.: $\frac{\sqrt{2}}{2}\ln\left|\frac{tg\frac{x}{2}+1-\sqrt{2}}{tg\frac{x}{2}+1+\sqrt{2}}\right| + C$

4) $\int \frac{\cos(x).dx}{1-\text{sen}(x)+\cos(x)}$ Resp.: $\ln\left|\sec\frac{x}{2}\right| + \frac{x}{2} + C$

X) Resolva as integrais usando substituição trigonométrica:

1) $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2}dx$ Resp.: $-\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x} - \text{arcsen}\frac{x}{a} + C$

2) $\int x^2\sqrt{4-x^2}dx$ Resp.: $2\,\text{arcsen}\frac{x}{2} - \frac{1}{2}x\sqrt{4-x^2} + \frac{1}{4}x^3\sqrt{4-x^2} + C$

3) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$ Resp.: $-\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C$

4) $\int \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x}dx$ Resp.: $\sqrt{x^2-a^2} - a.\arccos\left(\frac{a}{x}\right) + C$

5) $\int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^5}}$ Resp.: $\frac{1}{16}\left(\frac{x}{\sqrt{4+x^2}} - \frac{x^3}{3(4+x^2)\sqrt{4+x^2}}\right) + C$

6) $\int \frac{dx}{(x+1)^4 .\sqrt{x^2+2x+10}}$ Resp.: $\frac{\sqrt{9+(x+1)^2}}{3^4(x+1)} - \frac{\sqrt{[9+(x+1)^2]^3}}{3^5(x+1)^3} + C$

7) $\int \sqrt{4+x^2}dx$ Resp.: $2\ln\left(\sqrt{4+x^2}+x\right) + \frac{x}{2}\sqrt{4+x^2} + C$

8) $\int \frac{dx}{(x+1)^2\sqrt{x^2+2x+2}}$ Resp.: $-\frac{\sqrt{x^2+2x+2}}{x+1} + C$

9) $\int \frac{dx}{(x^2+9)^2}$ Resp. $\frac{x}{18(x^2+9)} + \frac{1}{54}\text{arctg}\left(\frac{x}{3}\right) + C$

10) $\int \frac{(x+1)dx}{(x^2+9)^2}$ Resp. $\frac{x-9}{18(x^2+9)} + \frac{1}{54}\text{arctg}\left(\frac{x}{3}\right) + C$

11) $\int \frac{(2x+3)dx}{(x^2+2x+10)^2}$ Resp. $\frac{x-17}{18(x^2+2x+10)} + \frac{1}{54}\text{arctg}\left(\frac{x+1}{3}\right) + C$

XI) Resolver as seguintes integrais usando métodos adequados:

1) $\int x.\ln(1+\frac{1}{x}).dx$ Resp.: $\frac{x^2}{2}\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \frac{x}{2} - \ln\sqrt{x+1} + C$

2) $\int \cos^4(2x).dx$ Resp.: $\frac{1}{8}\left(3x + \text{sen}(4x) + \frac{\text{sen}(8x)}{8}\right) + C$

3) $\int (3x^2+6x+5)\text{arctg}(x).dx$ Resp.: $(x^3+3x^2+5x)\text{arctg}(x) - \frac{x^2}{2} - 3x - 2\ln|1+x^2| + 3\text{arctg}(x) + C$

4) $\int \frac{2x-9}{6x-5-x^2}dx$ Resp.: $-\ln|6x-x^2-5| + \frac{3}{4}\ln\left|\frac{x-5}{x-1}\right| + C$

5) $\int \frac{2x-9}{\sqrt{6x-5-x^2}}dx$ Resp.: $-2\sqrt{6x-5-x^2} - 3\,\text{arcsen}\left(\frac{x-3}{2}\right) + C$

6) $\int \frac{(\sqrt{x+2}+3).dx}{[x+2+\sqrt{x+2}](x+5)}$ Resp.: $\frac{1}{2}\left(\ln|\sqrt{x+2}+1| - \ln\sqrt{x+5} + \sqrt{3}\text{arctg}\sqrt{\frac{x+2}{3}}\right) + C$

7) $\int tg^3(x).\sec^4(x).dx$ Resp.: $\frac{1}{6}\sec^6(x) - \frac{1}{4}\sec^4(x) + C$

8) $\int \frac{(x-1)^2\sqrt{2x-x^2+8}}{9-(x-1)^2}.dx$ Resp.: $\frac{9}{2}\left[\text{arcsen}\left(\frac{x-1}{3}\right)-\frac{(x-1)\sqrt{2x-x^2+8}}{9}\right]+C$

9) $\int \text{cosec}(x).dx$ Resp.: $\ln|\text{cossec}(x)-\cot g(x)|+C$

10) $\int \frac{4.e^{3x}.dx}{(e^{2x}+2)(e^{2x}-2e^x+1)}$ Resp.: $\frac{4}{9}\left(\sqrt{2}\text{arctg}\left(\frac{\sqrt{2}e^x}{2}\right)-\ln(e^{2x}+2)^2+\ln(e^x-1)^4-\frac{3}{(e^x-1)}\right)+C$

11) $\int tg^3x.\cos x.dx$ Resp.: $\cos(x)+\sec(x)+C$

12) $\int \frac{\ln x.dx}{x\sqrt{1-\ln x-\ln^2 x}}$ Resp.: $-\sqrt{1-\ln x-(\ln x)^2}-\frac{1}{2}\text{arcsen}\left(\frac{2(\ln x)+1}{\sqrt{5}}\right)+C$

13) $\int \frac{xdx}{(x+2)[\sqrt{x+2}+\sqrt[3]{x+2}]}$ Resp.: $6\ln\left(\sqrt[6]{x+2}+1\right)-12\ln\sqrt[6]{x+2}+2\sqrt{x+2}-3\sqrt[3]{x+2}+6\sqrt[6]{x+2}-\frac{12}{\sqrt[6]{x+2}}+\frac{6}{\sqrt[3]{x+2}}+C$

14) $\int \text{sen}^2(x).\cos^5(x).dx$ Resp.: $\frac{\text{sen}^3 x}{3}-\frac{2\,\text{sen}^5 x}{5}+\frac{\text{sen}^7 x}{7}+C$

15) $\int \sqrt{16-x^2}$ Resp.: $8\,\text{arcsen}\left(\frac{x}{4}\right)+\left(\frac{x}{2}\right)\sqrt{16-x^2}+C$

16) $\int \frac{\sqrt{16-e^{2x}}}{e^x}dx$ Resp.: $-\frac{\sqrt{16-e^{2x}}}{e^x}-\text{arcsen}\left(\frac{e^x}{4}\right)+C$

17) $\int \frac{\ln^3 x}{x.\sqrt{\ln^2 x-4}}dx$ Resp.: $4\sqrt{\ln^2 x-4}+\frac{1}{3}\left(\sqrt{\ln^2 x-4}\right)^3+C$

18) $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+2x+5)^3}}$ Resp.: $\frac{x+1}{4\sqrt{x^2+2x+5}}+C$

19) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$ Resp.: $2\text{arctg}(\sqrt{x+1})+C$

20) $\int x^2\ln(\sqrt{1-x}).dx$ Resp.: $\frac{x^3}{3}.\ln\sqrt{1-x}-\frac{1}{6}\ln|x-1|-\frac{x^3}{18}-\frac{x^2}{12}-\frac{x}{6}+C$

22) $\int \frac{x^5dx}{\sqrt{1-x^2}}$ Resp.: $-\sqrt{1-x^2}\left[1-\frac{2(1-x^2)}{3}+\frac{(1-x^2)^2}{5}\right]+C$

23) $\int \text{sen}^5(x).\sqrt[3]{\cos(x)}$ Resp.: $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{\cos^4 x}+\frac{3}{5}\sqrt[3]{\cos^{10} x}-\frac{3}{16}\sqrt[3]{\cos^{16} x}+C$

24) $\int [tg^3(\frac{x}{3})+tg^4(\frac{x}{3})].dx$ Resp.: $\frac{3}{2}tg^2\left(\frac{x}{3}\right)+tg^3\left(\frac{x}{3}\right)-3tg\left(\frac{x}{3}\right)+3\ln\left|\cos\left(\frac{x}{3}\right)\right|+x+C$

25) $\int \frac{\sqrt{\frac{4x}{x+1}}}{x}.dx$ Resp.: $-2\ln\left|\frac{\sqrt{4x}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt{4x}+2\sqrt{x+1}}\right|+C$

XII) Encontrar a primitiva F(x), para a função f(x), tal que:

1) $f(x) = x.\text{sen}(x^2)$ e $F(0) = 1$ Resp.: $F(x) = -\frac{1}{2}\cos(x)^2 + \frac{3}{2}$

2) $f(x) = \frac{x^2}{9+x^6}$ e $F(\sqrt[3]{3}) = \frac{\pi}{4}$ Resp.: $F(x) = \frac{1}{9}\text{arctg}(\frac{x^3}{3}) + \frac{2\pi}{9}$

3) $f(x) = x^3.\cos(x^2)$ e $F(0) = \frac{3}{2}$ Resp.: $F(x) = \frac{x^2.\text{sen}\, x^2}{2} + \frac{\cos x^2}{2} + 1$

XIII) Determinar a função f(x):

1) $\int (x^3 - 4x).f'(x).dx = x^2 + C$ e $f(0) = -2$ Resp.: $f(x) = \ln\sqrt{\frac{x-2}{x+2}} - 2$

2) $\int \sqrt{x^4 - 9}.f'(x).dx = 7x^2 + C$ e $f(\sqrt{3}) = 8\ln 3$. Resp.: $f(x) = 7\ln|x^2 + \sqrt{x^4 - 9}| + \ln 3$

XIV) A equação da reta tangente a uma curva no ponto (0, 2) é y = 3x + 2. Sabendo que em um ponto qualquer (x,y) da curva, $f'(x) = 3x^2 + k$ (k uma constante), encontrar a equação dessa curva.

Resp.: $f(x) = x^3 + 3x + 2$

XV) Em cada ponto da curva y = f(x), tem-se $\frac{d^2y}{dx^2} = \text{tg}^2 x$. Sabendo que a reta tangente a essa curva no ponto (0,1) é paralela ao eixo OX, determinar a equação da mesma.

Resp.: $f(x) = -\ln|\cos(x)| - \frac{x^2}{2} + 1$

XVI) Determine o valor médio de cada função f, abaixo, nos intervalos indicados e o valor de x em que este ocorre.

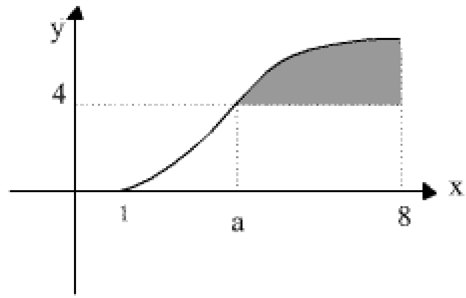
1) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ em $[0, \frac{1}{2}]$. Resp.: $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\sqrt{\pi^2 - 9}}{\pi}$

2) $f(x) = \text{sen}^2(x)$ em $[0, \pi]$. Resp.: $\frac{1}{2}$; $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$

3) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ em [-1, 5] Resp.: 4; -1; 3

XVII) Considere a curva y = f(x) , gráfico a seguir. Sabendo-se que f(a) = 4 é o valor médio de f em [1,8], o valor numérico da área hachurada é de 12 unidades e $\int_1^a f(x).dx = 3$, determine:

1) $\int_a^8 f(x).dx$.



2) O ponto a.

Resp.: 1) 25; 2) 19/4

XVIII) Sejam as funções $F(x) = \int_0^x \text{sen}\left(\frac{\pi t^2}{2}\right)dt$ e $G(x) = \sqrt{x}$

1) Determine $F'(x)$. Resp.: $F'(x) = \text{sen}\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)$

2) Determine os pontos x em que F(x) possui máximos locais Resp.: $x = \pm\sqrt{2k}$, $k \in N$ tal que k é ímpar

3) Determine FoG (x) Resp.: $(F \circ G)(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \text{sen}\left(\frac{\pi t^2}{2}\right)dt$

4) Determine (FoG)´ (x) Resp.: $(F \circ G)'(x) = \frac{1}{2}\text{sen}\left(\frac{\pi x}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{x}}$

XIX) Determine as derivadas das funções dadas a seguir:

1) $F(x) = \int_{tg(x)}^{3} \frac{e^t}{1+t}dt$ Resp.: $F'(x) = -\frac{e^{tg(x)}.\sec^2(x)}{1+tg(x)}$

2) $F(x) = \int_x^{x^3} \sqrt{1+t^5}\,dt$ Resp.: $F'(x) = \sqrt{1+x^{15}}.3x^2 - \sqrt{1+x^5}$

XX) Sendo G definida por $G(x) = \int_3^x \left[\int_2^{t^4} \frac{\text{sen}^3(u)}{u^2}du\right]dt$, determine G´´(x).

Resp.: $G''(x) = 4x^{-5}.\text{sen}^3(x^4)$

XXI) Calcule $\int_0^2 f(x)dx$, sendo:

1) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ \sqrt{x}, & \text{se } 1 \le x \le 2 \end{cases}$ 2) $f(x) = |1-x|$.

Resp.: 1) $\frac{4\sqrt{2}-1}{3}$ 2) 1

XXII) Determine a área da região do plano limitada simultaneamente pelas curvas:

1) $y = \ln(x)$, $x = 2$ e o eixo OX. Resp.: $2.\ln(2) - 1$
.

2) $x = 8 + 2y - y^2$, $y = 1$, $y = 3$ e $x = 0$. Resp.: $\frac{46}{3}$

3) $xy = 4$ e $x + y = 5$. Resp.: $\frac{15}{2} - 8\ln(2)$

4) $y = 2^x$, $y = 2x - x^2$, $x = 0$ e $x = 2$ Resp.: $\frac{3}{\ln(2)} - \frac{4}{3}$

5) $y = 2x$, $y = 1$ e $y = 2/x$ Resp.: $-\frac{3}{4} + 2\ln(2)$

6) $y = x^3 - 3x$, $y = 2x^2$ Resp.: 71/6

7) $y = x^3$, $y = x^2 + 2x$ Resp.: 37/12

08) $y = 9/x$, $y = 9x$, $y = x$ Resp.: 9ln(3)

XXIII) Determine a expressão da integral que permite calcular a área da região do plano:

1) Exterior à parábola $y^2 = 2x$ e interior ao círculo $x^2 + y^2 = 8$.

Resp.: $\int_{-2}^{2}\left(\sqrt{8-y^2} - \frac{y^2}{2}\right)dy + 4\int_{2}^{2\sqrt{2}}\sqrt{8-y^2}\,dy$ ou $2\left[\int_{-2\sqrt{2}}^{0}\sqrt{8-x^2}\,dx + \int_{0}^{2}\left(\sqrt{8-x^2} - \sqrt{2x}\right)dx\right]$

2) Limitada pela hipérbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ e a reta $x = 2a$.

Resp.: $2\int_{0}^{b\sqrt{3}}\left(2a - \frac{a}{b}\sqrt{b^2 + y^2}\right)dy$

3) Comum aos círculos $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 4x$.

Resp.: $2\left(\int_{0}^{1}\sqrt{4x - x^2}\,dx + \int_{1}^{2}\sqrt{4 - x^2}\,dx\right)$

XXIV) Calcule a área da região do plano limitada,

1) pela curva $x + y^2 + 1 = 0$, pela reta tangente à essa curva no ponto $A = (-5, -2)$ e pelo eixo OX.

Resp.: $\frac{8}{3}$

2) pelas curvas $x = y^2 - 3$, $x = |y - 1|$ e acima do eixo OX.

Resp.: $\frac{13}{3}$

3) pelas curvas $x = y^2$ e $x = 2 - |y|$.

Resp.: $\frac{7}{3}$

4) pela curva $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ e pela reta que passa pelos pontos A=(0,2) e $B = (-3,0)$ e situada no 2^o quadrante.

Resp.: $\frac{3\pi}{2} - 3$

XXV) Uma partícula se desloca sobre o eixo 0x com velocidade $v(t) = sen^2(t)$ m/s. Calcule o deslocamento entre os instantes $t = 0$ s e $t = \pi$ s.

Resp.: $\frac{\pi}{2}$ m

XXVI) Sobre uma partícula que se desloca sobre o eixo Ox, entre os pontos x = 1m e x = e m, atua a força $\vec{F}(x) = \ln(x).\vec{i}$, dada em Newton. Determine o trabalho, em joule, realizado por $\vec{F}$.

Resp.: $\int_1^e \ln(x)dx = 1$

XXVII) Sobre uma partícula que se desloca sobre o eixo Ox, entre os pontos x = -1 m e x = 0 m, atua a força $\vec{F}$, que aponta na direção do ponto (0, 1) e cujo módulo, dado em Newton, é igual a $|\vec{F}(x)| = x^2$. Determine:

1) A componente de $\vec{F}$ na direção de Ox.

Resp.: $\frac{-x^3}{\sqrt{1+x^2}}\vec{i}$

2) O trabalho realizado por $\vec{F}$, dado em joule

Resp.: $\int_{-1}^{0} \frac{-x^3 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{2-\sqrt{2}}{3}$