CM201 - Cálculo Diferencial e Integral I
Lista de Exercícios 7

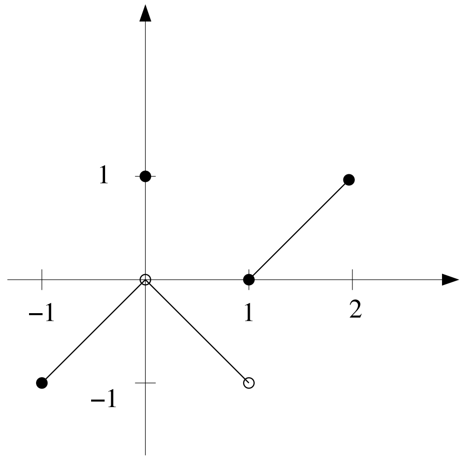
1. Calcule os cinco primeiros termos (começando de $n = 0$), o centésimo termo, e indique o limite das seguintes sequências:

(a) $a_n = \dfrac{n}{n+1}$ (b) $a_n = \dfrac{n+2}{n+1}$ (c) $a_n = \dfrac{1}{n+1} - n$

2. Sabendo que $a_n \to L$ e $a_{n-1} \to L$ com $L > 0$, indique o limite L da sequência

$$a_n = \frac{2a_{n-1}}{3} + \frac{1}{a_{n-1}} \qquad (a_0 = 1).$$

3. Considere a função $f(x)$ dada pela figura a seguir:



Quais das afirmações a seguir são verdadeiras ?

(a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ existe (b) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$ (c) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 1$

(d) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ existe (e) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -1$ (f) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 0$

4. Determine os limites a seguir:

(a) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x-5}{x^2-25}$ (b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-5}{x^2-25}$ (c) $\lim\limits_{t\to -1} \dfrac{t^2+3t+2}{t^2-t-2}$ (d) $\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{5y^3+8y^2}{3y^4-16y^2}$

5. Determine a taxa de variação média de cada função a seguir nos intervalos dados:

(a) $f(t) = t^3 + 1$, $[2, 3]$ (ou seja, $t_0 = 2$ e $t_0 + \Delta t = 3$)
(b) $f(t) = 2 + \cos(t)$, $[0, \pi]$
(c) $f(t) = \sqrt{4t+1}$, $[0, 2]$

6. Encontre a a taxa de variação instantânea de cada função no ponto de abscissa indicada.

(a) $f(t) = 2t^2 - 3t + 1$, $t_0 = 2$ (b) $f(t) = -t^2 + 2t + 3$, $t_0 = -1$

(c) $f(t) = -\dfrac{t^2}{2} + 2t - 1$, $t_0 = 2$ (d) $f(t) = t^2 + 2t + 3$, $t_0 = 0$

(e) $f(t) = 4t^2 - 8t + 3$, $t_0 = 10$ (f) $f(t) = -3t^2 - 2t + 2$, $t_0 = -2$

(g) $f(t) = t^2 + 4t - 4$, $t_0 = -2$ (h) $f(t) = -t^2 - t$, $t_0 = \dfrac{1}{2}$

(i) $f(t) = t^2 - 5t$, $t_0 = 1$

7. Encontre as retas tangentes à função $f(t)$ no ponto t_0 para os itens do exercício acima. Para o item (a), represente graficamente no mesmo sistema de coordenadas os gráficos de $f(t)$ e da reta tangente.

8. Em um experimento de metabolismo, a massa $M(t)$ de glucose descresce de acordo com a fórmula $M(t) = 4.5 - (0.03)t^2$, com t medido em horas. Encontre a taxa de reação média entre 0 e duas horas, e as taxas de reação instantâneas em $t = 0$ e $t = 2$.

9. Seja $M(t) = 28/(t+2)$ a massa de uma proteína (que se decompõe em aminoácidos) após t horas. Encontre a taxa de reação média entre 0 e 2 horas. Usando uma calculadora, estime a taxa de reação instantânea em $t = 0$ e $t = 2$.

Respostas:

1. (a) $\left\{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}\right\}$, $a_{100} = \frac{100}{101} = 0,\overline{9900}$, $\quad a_n \to 1.$

   (b) $\left\{2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}\right\}$, $a_{100} = \frac{102}{101} = 1,\overline{0099}$, $\quad a_n \to 1.$

   (c) $\left\{1, \frac{1}{2}, -\frac{5}{3}, -\frac{11}{4}, -\frac{19}{5}\right\}$, $a_{100} = -\frac{10099}{101} = -99,\overline{9900}$, $\quad a_n \to -\infty.$

2. $L = \sqrt{3}$

3. (a) e (b)

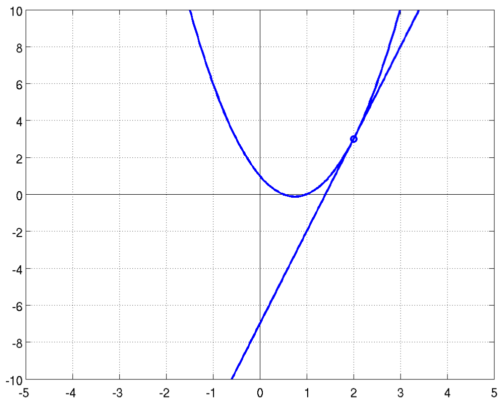
4. (a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $-\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{2}$

5. (a) 19 (b) $-\frac{2}{\pi}$ (c) 1

6. (a) $f'(2) = 5$ (b) $f'(-1) = 4$ (c) $f'(2) = 0$ (d) $f'(0) = 2$

   (e) $f'(10) = 72$ (f) $f'(-2) = 10$ (g) $f'(-2) = 0$

   (h) $f'(1/2) = -2$ (i) $f'(1) = -3$



7. (a) $r(t) = 5t - 7$ (b) $r(t) = 4t + 4$ (c) $r(t) = 1$ (d) $r(t) = 2t + 3$

   (e) $r(t) = 72t - 397$ (f) $r(t) = 10t + 14$ (g) $r(t) = -8$

   (h) $r(t) = -2t + \dfrac{1}{4}$ (i) $r(t) = -3t - 1$

8. $\Delta M/\Delta t = -0,06$, $M'(0) = 0$, e $M'(2) = -0,12$.

9. $\Delta M/\Delta t = -3,5$, $M'(0) = -7$, e $M'(2) = -1,75$.