CM201 - Cálculo Diferencial e Integral I
Lista de Exercícios 4

1. Calcule as expressões abaixo:

   (a) $(-25)^1$ (b) $(-25)^0$ (c) $25^{-\frac{1}{2}}$ (d) 25^{-2} (e) $(-25)^2$ (f) $(-25)^{-\frac{1}{2}}$

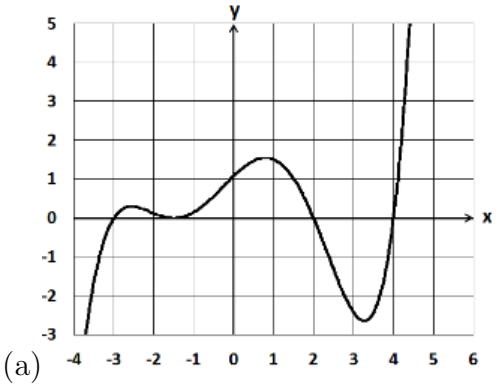
   (g) $\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$ (h) $8^{-\frac{1}{3}}$ (i) $(8^{-1})^{-2}$ (j) $\left(\frac{16}{49}\right)^{-\frac{1}{2}}$ (k) $16^{\frac{1}{3}}$ (l) 0^{-1} (m) $(-1)^0$

   (n) $\left(-\frac{8}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$ (o) $\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{3}{2}}$ (p) $(-25)^{-\frac{2}{3}}$ (q) $36^{\frac{1}{2}}9^{\frac{1}{2}}$ (r) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ (s) $(8^{\frac{2}{5}})^3$

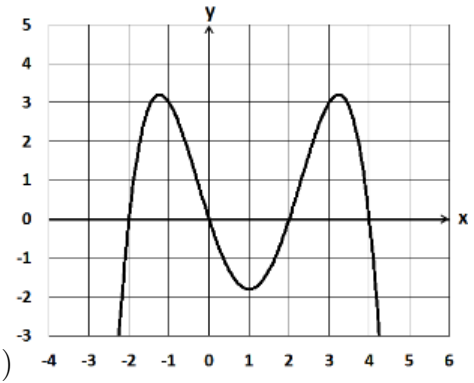
2. Simplifique as expressões abaixo.

   (a) $\frac{x^3y^5}{x^4y^2}$ (b) $\frac{x^{-5}y^{-2}}{x^5y^2}$ (c) $\frac{2y^0y^2}{y^3y^4}$ (d) $\frac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{2}{3}}y^3}$

3. Em cada item há o esboço do gráfico de uma função polinomial. Quais são as raízes? Indique, aproximadamente, para quais valores de x a função é crescente ou decrescente.



(a)



(b)

4. Dadas as raízes $r_1, \ldots, r_n$ a seguir, escreva a função polinomial $f(x)$ nas formas $f(x) = (x - r_1)\ldots(x - r_n)$ e $f(x) = a_nx^n + \ldots + a_1x + a_0$, faça o gráfico aproximado de $f(x)$, e indique se $f(x)$ é par, ímpar, ou nem par nem ímpar.

   (a) $r_1 = -1, r_2 = 0, r_3 = 0, r_4 = 1$ (b) $r_1 = -1, r_2 = 0, r_3 = 2$

   (c) $r_1 = 0, r_2 = 0, r_3 = 0, r_4 = 0$ (d) $r_1 = 0, r_2 = 0, r_3 = 0, r_4 = 0, r_5 = 0$

5. Determine uma fórmula para $f^{-1}(x)$ e verifique, em cada caso, se $f(f^{-1}(x)) = x$:

   (a) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ (b) $f(x) = x^3 - 1$ (c) $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ (d) $f(x) = x^2 - 2x + 1 \quad (x \geq 1)$

6. Sejam $f(x) = x - 3$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x^3$ e $j(x) = 2x$. Expresse cada função abaixo como uma função composta envolvendo uma ou mais funções f, g, h e j.

   (a) $q(x) = \sqrt{x} - 3$ (b) $q(x) = \sqrt{(x-3)^3}$ (c) $q(x) = \sqrt{x^3 - 3}$

7. Avalie cada expressão abaixo utilizando a tabela de valores ao lado:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	1	0	-2	1	2
$g(x)$	2	1	0	-1	0

   (a) $f(g(-1))$ (b) $f(f(-1))$ (c) $g(f(-2))$
   (d) $g(f(0))$ (e) $g(g(2))$ (f) $f(g(1))$

Respostas:

1. (a) -25 (b) 1 (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{625}$ (e) 625 (f) $(-25)^{-\frac{1}{2}} \notin \mathbb{R}$ (g) $-\frac{3}{2}$ (h) $\frac{1}{2}$ (i) 64 (j) $\frac{7}{4}$ (k) $2\sqrt[3]{2}$ (l) $0^{-1} \notin \mathbb{R}$ (m) 1 (n) $\frac{4}{\sqrt[3]{9}}$ (o) 125 (p) $\frac{1}{5\sqrt[3]{5}}$ (q) 18 (r) $\frac{1}{2}$ (s) $8\sqrt[5]{8}$

2. (a) $\frac{y^3}{x}$ (b) $\frac{1}{x^{10}y^4}$ (c) $\frac{2}{y^5}$ (d) $x^{\frac{4}{3}}y^{-\frac{8}{3}}$

3. (a) Raízes: -3; $-1,5$; 2 e 4.; Crescente para $x \leq -2,6$, $-1,5 \leq x \leq 0,7$ e $x \geq 3,3$; Decrescente para $-2,6 \leq x \leq -1,5$ e $0,7 \leq x \leq 3,3$.

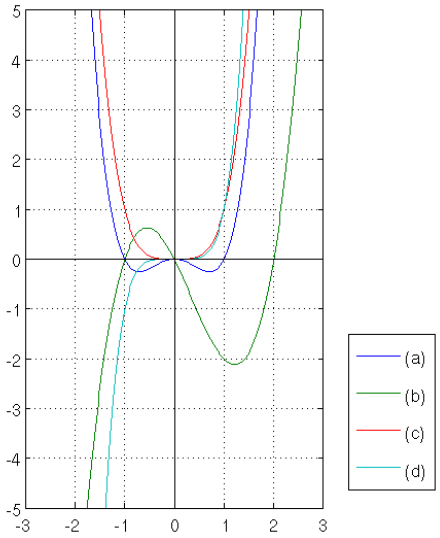
   (b) Raízes: -2; 0; 2 e 4.; Crescente para $x \leq -1,2$ e $1 \leq x \leq 3,2$; Decrescente para $-1,2 \leq x \leq 1$ e $x \geq 3,2$.

4. (a) $f(x) = (x-(-1))(x-0)(x-0)(x-1)$; $f(x) = x^4 - x^2$; par.

   (b) $f(x) = (x-(-1))(x-0)(x-2)$; $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$; nem par nem ímpar.

   (c) $f(x) = (x-0)(x-0)(x-0)(x-0)$; $f(x) = x^4$; par.

   (d) $f(x) = (x-0)(x-0)(x-0)(x-0)(x-0)$; $f(x) = x^5$; ímpar.



5. (a) $f^{-1}(x) = 2x+7$ (b) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1}$ (c) $f^{-1}(x) = \frac{3+2x}{x-1}$ (d) $f^{-1}(x) = 1+\sqrt{x}$ $(x \geq 0)$

6. (a) $q(x) = f(g(x))$ (b) $q(x) = g(h(f(x)))$ (c) $q(x) = g(f(h(x)))$

7. (a) 1 (b) -2 (c) -1 (d) 2 (e) 0 (f) 0