UNIVERSIDADE PAULISTA

DAVID LUNA SANTOS

ANÁLISE DE FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DE MALHA FECHADA COM MATLAB

São Paulo

2012

RESUMO

Sistemas de controle com realimentação são sistemas que estabelecem uma relação de comparação entre a saída e a entrada de referencia, utilizando a diferença entre ambos como meio de controle.

Estes sistemas são frequentemente também chamados de sistemas de controle de malha fechada. Neles, o sinal de erro atuante, que é a diferença entre a entrada e a saída esperada, realimenta o controlador com objetivo de acertar a saída do sistema atingindo assim o resultado desejado.

Para caracterizar as relações de entrada e saída de sistemas de controle são utilizadas funções de transferência, onde é possível representar a dinâmica de um sistema por meio de uma equação algébrica em *s*.

Com auxílio do MATLAB é possível analisar a estabilidade de sistemas de controle de forma fácil e rápida. As ferramentas matemáticas podem ser facilmente manipuladas no ambiente do software, sendo possível ainda obter gráficos da variação do sistema e do lugar das raízes.

Palavras-chaves: Malha fechada. Lugar das raízes. MATLAB.

1 INTRODUÇÃO

Ao estudar sistemas de controle e servomecanismos deve-se adquirir a capacidade de modelar sistemas dinâmicos em termos matemáticos e analisar suas características dinâmicas. O conjunto de equações que forma o modelo matemático de um sistema dinâmico deve representar a dinâmica do sistema com precisão ou pelo menos aproximar-se de forma razoável ao seu comportamento.

A parte mais importante da análise de sistemas de controle como um todo é a construção de modelos matemáticos adequados, estabelecendo uma conciliação entre a precisão dos resultados da analise e a simplicidade do modelo.

Outro fator de grande importância na analise é o distúrbio imposto na entrada do sistema. Sabe-se que alterando o distúrbio altera-se a resposta do sistema. Por isso a necessidade do conhecimento dos tipos de sistemas e do tipo de distúrbio que valem a pena ser testados em cada sistema de forma a obter valores realmente significativos para analise da estabilidade e da configuração da modelagem matemática.

É importante salientar que na pratica, o sinal de entrada de um sistema de controle não é previamente conhecido, ele é de caráter aleatório e seus valores não podem ser expressos de maneira analítica. Somente em alguns casos o sinal é conhecido e pode ser expresso por meio de curvas. Devemos ter uma base de comparação do desempenho de vários sistemas de controle e assim detalhar estes sinais entrada para utilizá-los em testes específicos, comparando as respostas dos vários tipos de sistemas com estes sinais.

Quando duas entradas estão presentes em um sistema linear invariante no tempo (o distúrbio e a entrada de referencia), cada entrada pode ser tratada independentemente da outra e as saídas que correspondem a cada entrada individual podem ser somadas para resultar na saída completa.

Com auxílio do MATLAB vamos analisar sistemas que fornecem respostas diferentes e vamos submetê-los a distúrbios diferentes para assim analisar os comportamentos e demonstrar as conclusões teóricas.

2 DESENVOLVIMENTO

Vamos agora analisar o comportamento de alguns sistemas, aplicando variadas entradas e observando a programação executada em MATLAB.

Para a função de transferência de malha fechada abaixo, nomeada como *G(s),* foi inserida uma entrada a degrau unitário conforme pode ser visto na figura 1:

$$G(s) = \frac{12}{s^2 + 8s + 15}$$

A Figura 1 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a degrau unitário.

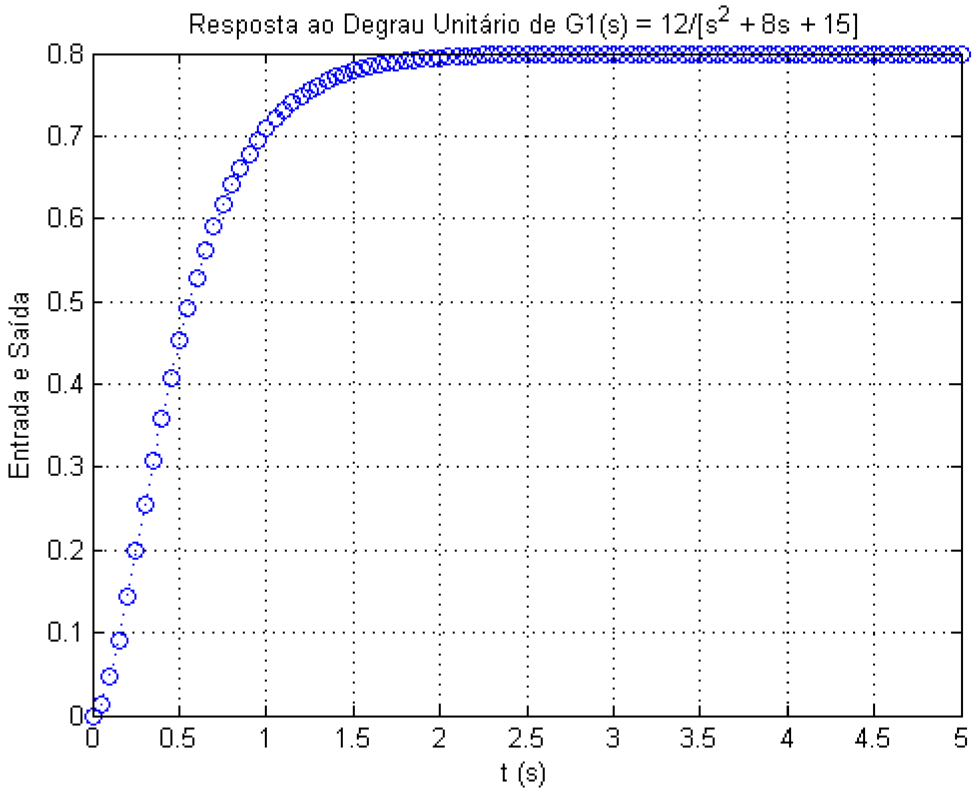

Figura 1 – Resposta do sistema ao distúrbio à degrau unitário

Pode ser observado que o sistema estabiliza em aproximadamente 2,5s. Com relação ao tipo de sistema, iremos defini-lo com exatidão após ser traçado o caminho do lugar das raízes, mas a princípio já pode ser observado que não se trata de um sistema marginalmente estável e também não se trata de um sistema sub-amortecido já que o gráfico não demonstra sobressalto na resposta e também demonstra estabilidade após certo tempo. Estes são argumentos validos, mas não suficientes para definir o tipo de sistema. Logo devemos traçar o caminho do lugar das raízes, de onde pode ser obtida a frequência natural de oscilação w_n, o grau de amortecimento ζ e a porcentagem do "*overshoot".* Porém, antes iremos inserir outros tipos de distúrbios na entrada para verificar o comportamento do sistema.

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 1.0 abaixo:

Programa 1.0 em MATLAB

```
%Programa 1.0 com resposta para entrada ao Degrau Unitário
num = [12];
den = [1 8 15];
t = 0:0.05:5;
y = step(num,den,t);
plot(t,y,'o:b');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta ao Degrau Unitário de G1(s) = 12/[s^2 + 8s + 15]')
```

Para programação foram utilizados conceitos apresentados em sala de aula, como por exemplo, a utilização do comando step e plot, que neste caso, foram utilizados no mesmo programa. Isto devido à utilização da configuração do tempo t. O tempo foi configurado de modo a obter a melhor visualização da reação do sistema à entrada, sem com isso perder o que o sistema demonstraria automaticamente. Com o comando tempo é possível alterar a quantidade de pontos que serão exibidos por subdivisão da grade no gráfico. Isso pode auxiliar (como neste caso) a identificar o espaçamento da trajetória do sistema graficamente.

A Figura 2 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a rampa unitária.

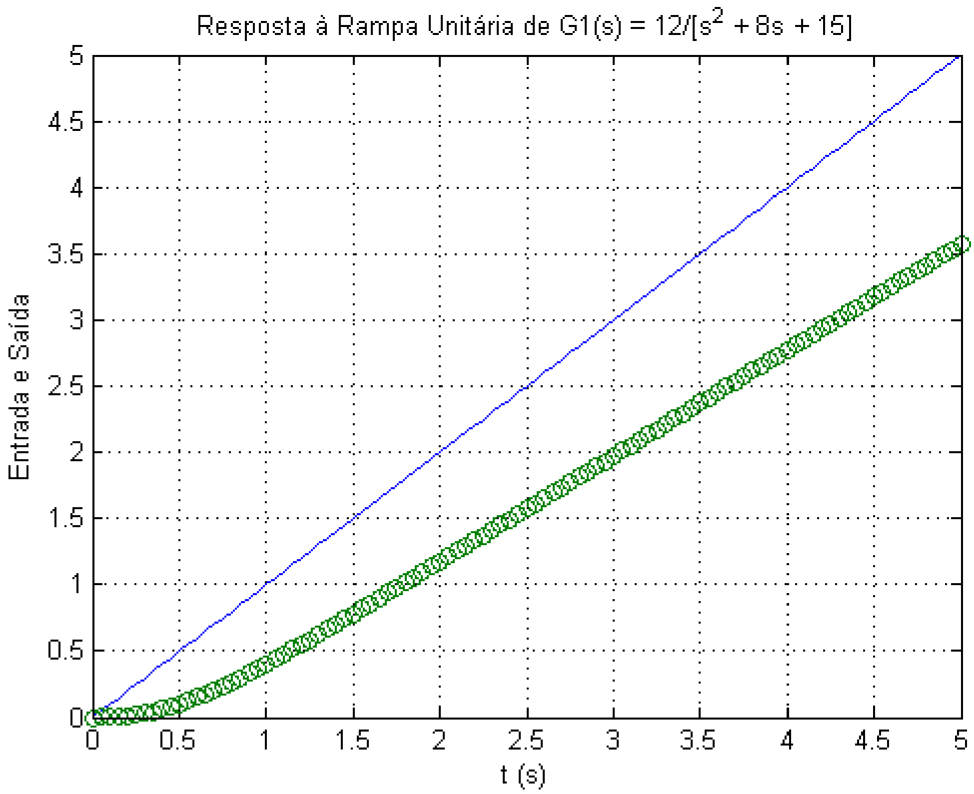

Figura 2 - Resposta do sistema ao distúrbio à Rampa Unitária

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 1.1 abaixo:

Programa 1.1 em MATLAB

```
%Programa 1.1 com resposta para entrada a Rampa Unitária
num = [12];
den = [1 8 15];
t = 0:0.05:5;
r = t;
y = lsim(num,den,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta à Rampa Unitária de G1(s) = 12/[s^2 + 8s + 15]')
```

Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação ao gráfico da Figura 1 demonstrando a dinâmica da resposta do sistema.

A Figura 3 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a parábola. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação aos gráficos das Figuras 1 e 2.

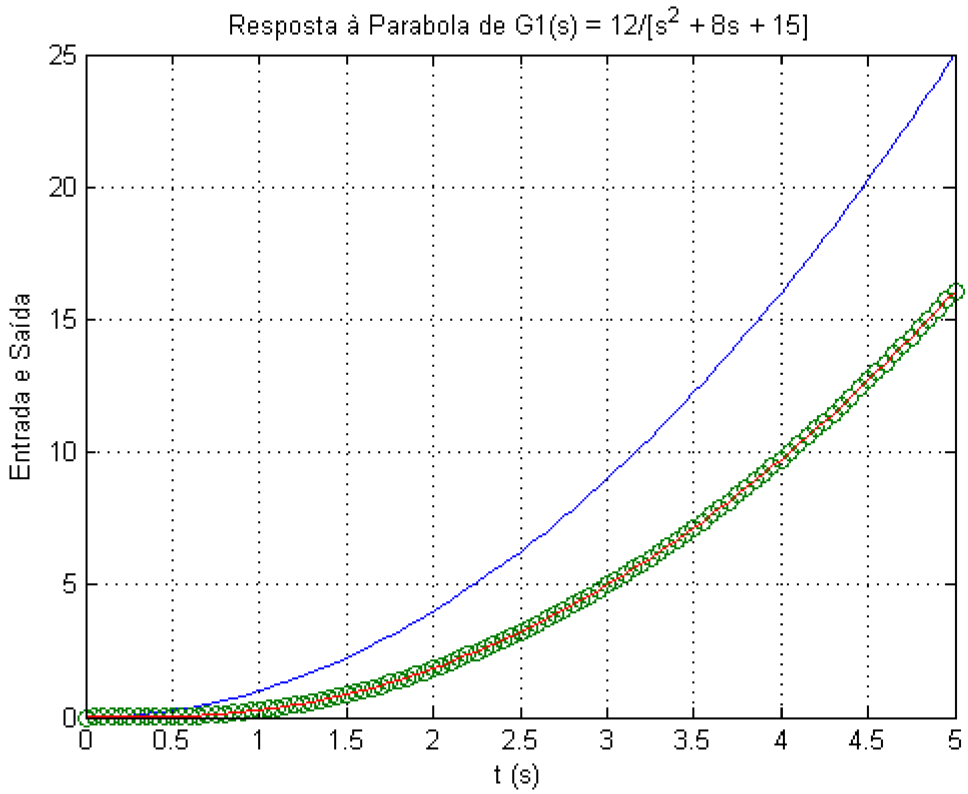

Figura 3 - Resposta do sistema ao distúrbio da Parábola

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 1.2 abaixo:

Programa 1.2 em MATLAB

```
%Programa 1.2 com resposta para entrada a Parabola
num = [12];
den = [1 8 15];
t = 0:0.05:5;
r = t.^2;
y = lsim(num,den,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o',t,y,'-');
```

```
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta à Parabola de G1(s) = 12/[s^2 + 8s + 15]')
```

A Figura 4 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada de excitação exponencial. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação ao gráfico das Figuras 1, 2 e 3.

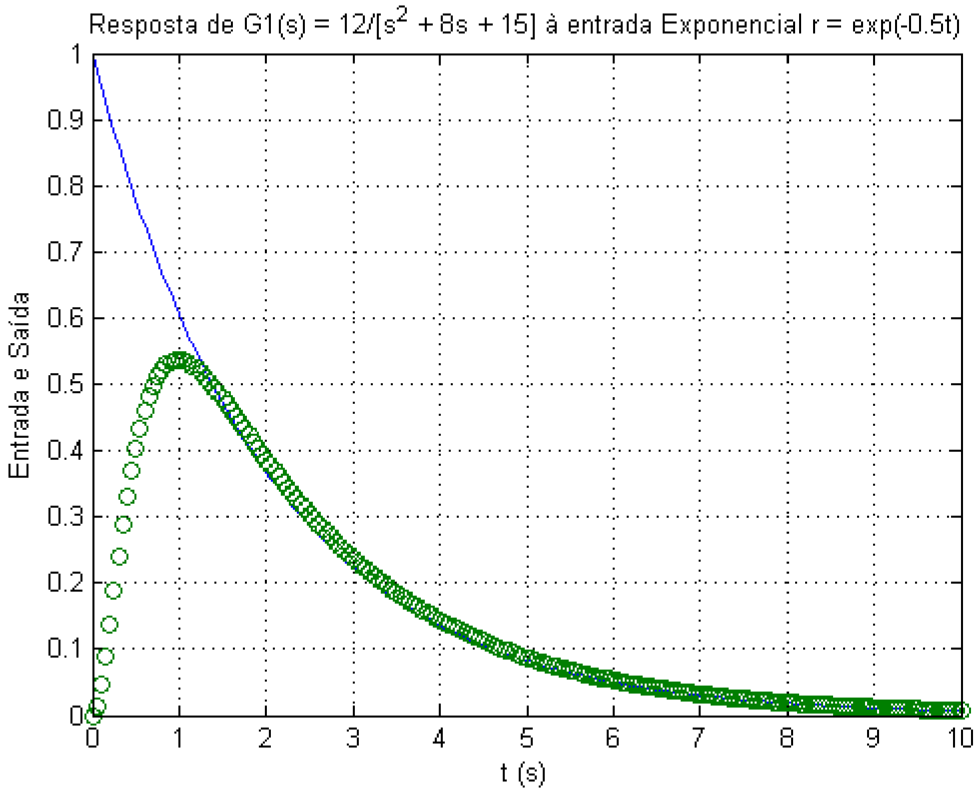

Figura 4 – Resposta do sistema à entrada Exponencial de r = $e^{-0,5t}$

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 1.3:

Programa 1.3 em MATLAB

```
%Programa 1.3 com resposta para entrada Exponencial
num = [12];
den = [1 8 15];
t = 0:0.05:10;
```

```
r = exp(-0.5*t);
y = lsim(num,den,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta de G1(s) = 12/[s^2 + 8s + 15] à entrada Exponencial r = exp(0.5t)')
```

A Figura 5 mostra o caminho do lugar das raízes da primeira função de malha fechada estudada.

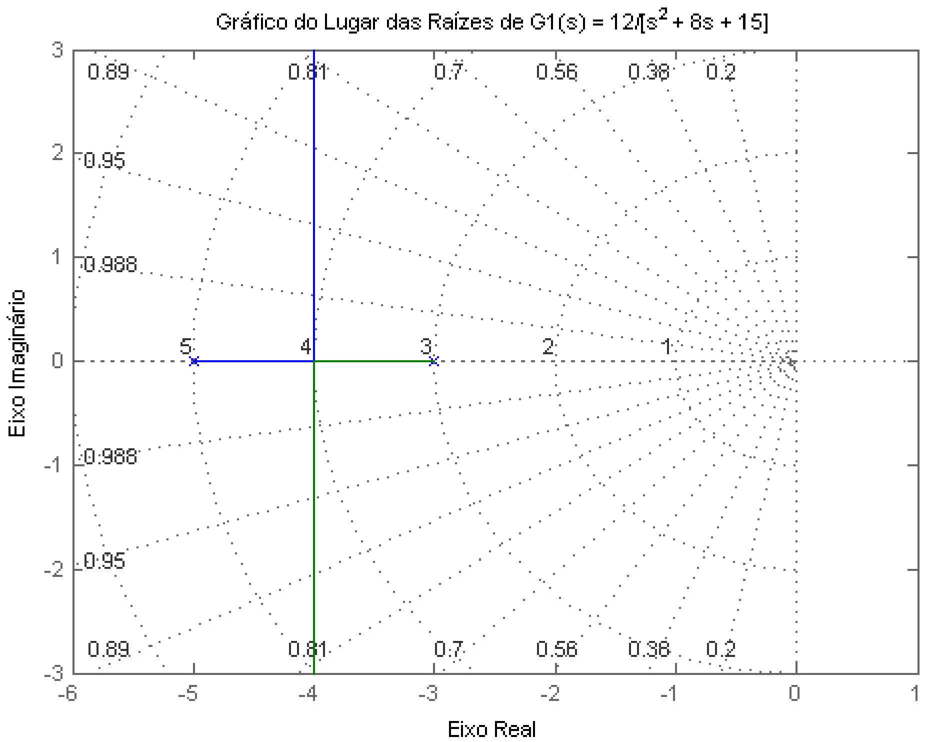

Figura 5 – Gráfico do caminho do Lugar das Raízes

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 1.4 abaixo:

Programa 1.4 em MATLAB
%Programa 1.4 Gráfico do Caminho do Lugar das Raízes num = [12];

```
den = [1 8 15];
rlocus(num,den);
grid;
xlabel('Eixo Real')
ylabel('Eixo Imaginário')
title('Gráfico do Lugar das Raízes de G1(s) = 12/[s^2 + 8s + 15]')
```

Através do gráfico do caminho do lugar das raízes, além de poder observar a posição dos polos e zeros nos semiplanos também é possível obter o ganho que rege o sistema, a porcentagem de "*overshoot*", a frequência de oscilação do sistema e o coeficiente de amortecimento que pode ser utilizado para determinar enfim o tipo de sistema.

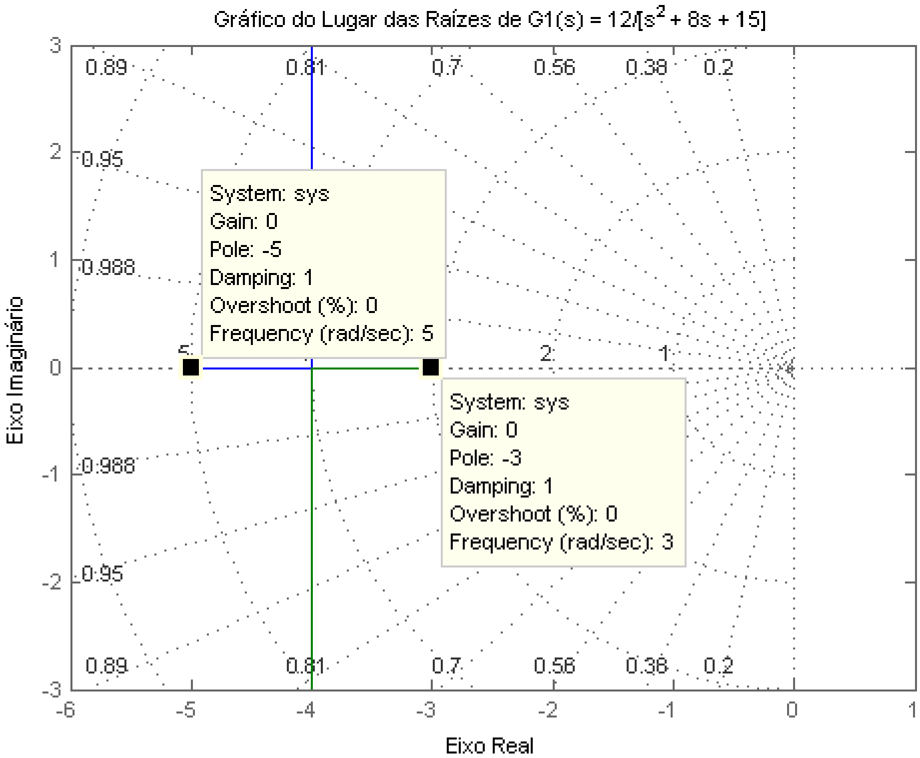

Figura 6 - Gráfico com os dados referentes ao sistema e ao seu tipo

Como pode ser observado, o sistema possui ganho zero, os seu polos estão localizados em -5 e -3 e o coeficiente de amortecimento é 1, logo podemos classificar o sistema como superamortecido. Isto se lembrando da classificação do coeficiente de amortecimento que diz que um sistema com ganho zero e amortecimento critico maior que 1 é super amortecido.

Vamos agora analisar a segunda função de transferência de malha fechada, nomeada como *G2(s)*:

$$G2(s) = \frac{10}{s^2 + 6s + 9}$$

A Figura 7 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a degrau unitário.

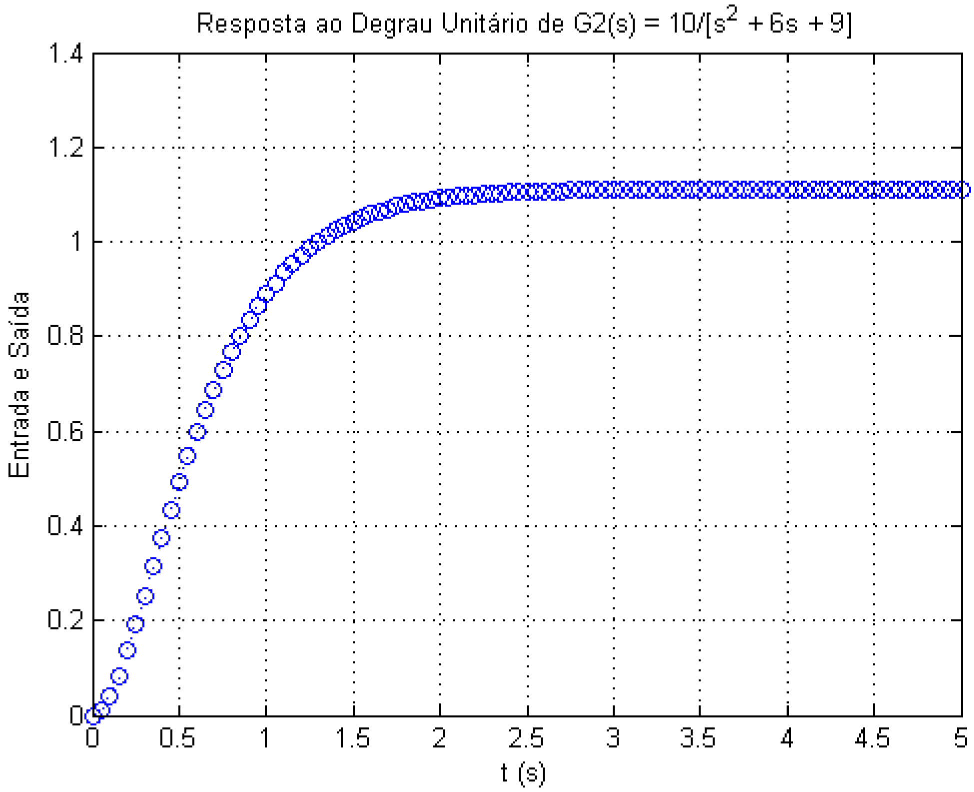

Figura 7 – Resposta do sistema ao Degrau Unitário

Pode ser observado que o sistema estabiliza em aproximadamente 3,5s. Com relação ao tipo de sistema, iremos defini-lo com exatidão após ser traçado o caminho do lugar das raízes, mas a princípio já pode ser observado que não se trata de um sistema marginalmente estável e também não se trata de um sistema sub-amortecido já que o gráfico não demonstra sobressalto na resposta e também demonstra estabilidade após certo tempo. Semelhantemente ao estudo do primeiro caso estes são argumentos validos, mas não suficientes para definir o tipo de sistema. Logo devemos traçar o caminho do lugar das raízes, de onde pode ser obtida a frequência natural de oscilação w_{n}, o grau de amortecimento ζ e a porcentagem do "*overshoot*". Porém, antes iremos inserir outros tipos de distúrbios na entrada para verificar o comportamento do sistema.

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 2.0 abaixo:

Programa 2.0 em MATLAB

```
%Programa 2.0 com resposta para entrada ao Degrau Unitário
num2 = [10];
den2 = [1 6 9];
t = 0:0.05:5;
y = step(num2,den2,t);
plot(t,y,'o:b');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta ao Degrau Unitário de G2(s) = 10/[s^2 + 6s + 9]')
```

A Figura 8 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a rampa unitária. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação ao gráfico da Figura 7.

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 2.1 abaixo:

Programa 2.1 em MATLAB

```
%Programa 2.1 com resposta para entrada a Rampa Unitária
num2 = [10];
den2 = [1 6 9];
t = 0:0.05:5;
r = t;
y = lsim(num2,den2,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o');
grid;
```

```
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta à Rampa Unitária de G2(s) = 10/[s^2 + 6s + 9]')
```

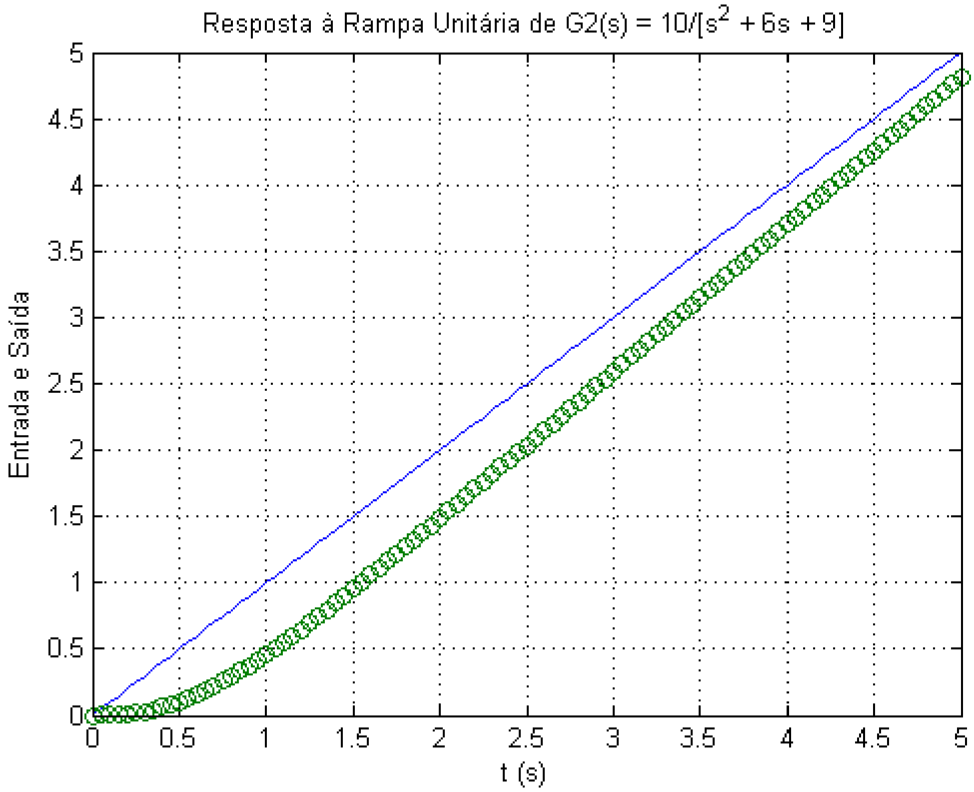

Figura 8 – Resposta do sistema à entrada de Rampa Unitária

A Figura 9 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a parábola. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação aos gráficos das Figuras 7 e 8.

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 2.2 abaixo:

Programa 2.2 em MATLAB

```
%Programa 2.2 com resposta para entrada a Parabola
num2 = [10];
den2 = [1 6 9];
```

```
t = 0:0.05:5;
r = t.^2;
y = lsim(num2,den2,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o',t,y,'-');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta à Parabola de G2(s) = 10/[s^2 + 6s + 9]')
```

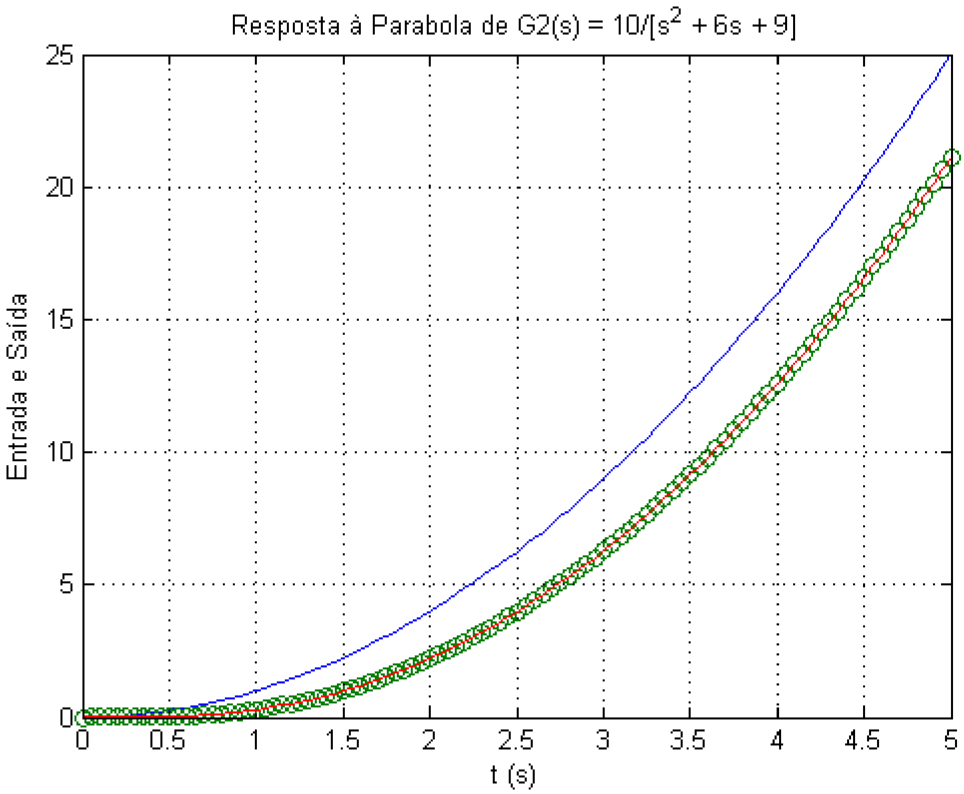

Figura 9 – Resposta do sistema à entrada a Parábola

A Figura 10 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada de excitação exponencial. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação ao gráfico das Figuras 7, 8 e 9.

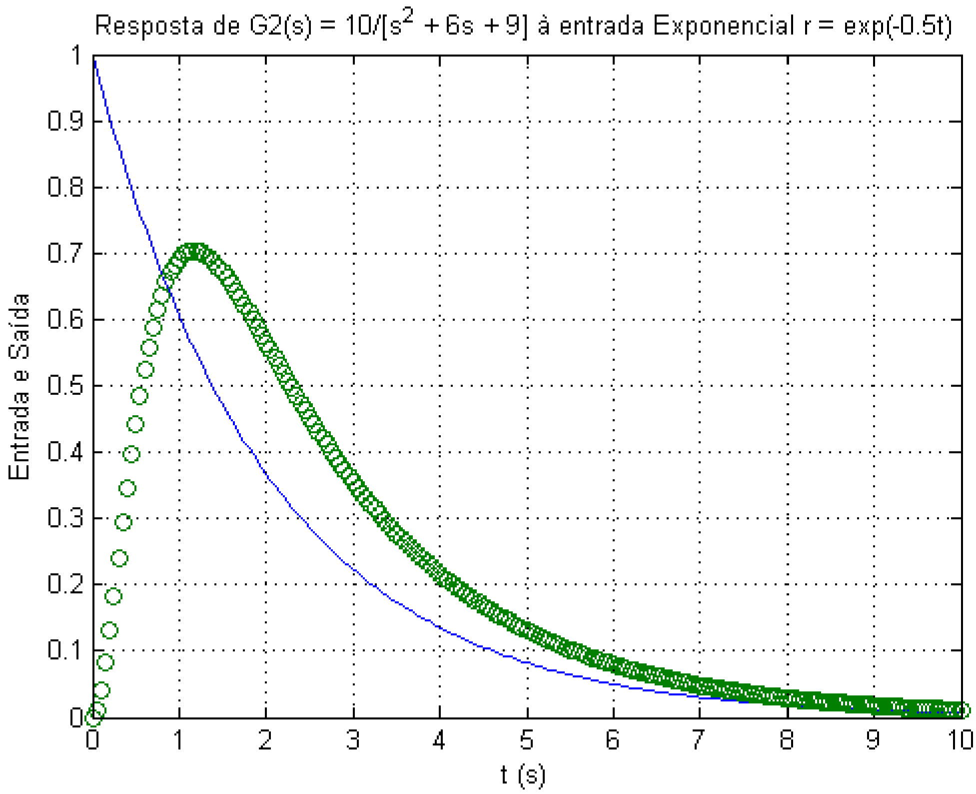

Figura 10 – Resposta do sistema à entrada Exponencial de r = $e^{-0,5t}$

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 2.3 abaixo:

Programa 2.3 em MATLAB

```
%Programa 2.3 com resposta para entrada Exponencial
num2 = [10];
den2 = [1 6 9];
t = 0:0.05:10;
r = exp(-0.5*t);
y = lsim(num2,den2,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta de G2(s) = 10/[s^2 + 6s + 9] à entrada Exponencial r = exp(-0.5t)')
```

A Figura 10 mostra o caminho do lugar das raízes da segunda função de malha fechada estudada.

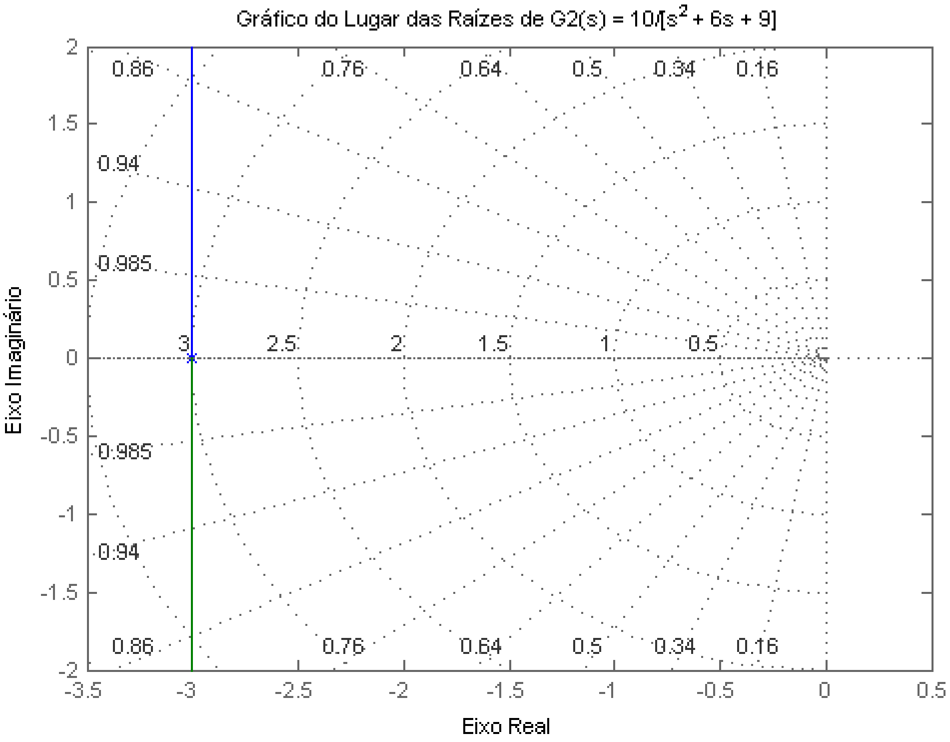

Figura 11 – Gráfico do Caminho do Lugar das Raízes

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 2.4 abaixo:

Programa 2.4 em MATLAB

```
%Programa 2.4 Gráfico do Caminho do Lugar das Raízes
num2 = [10];
den2 = [1 6 9];
rlocus(num2,den2);
grid;
xlabel('Eixo Real')
ylabel('Eixo Imaginário')
title('Gráfico do Lugar das Raízes de G2(s) = 10/[s^2 + 6s + 9]')
```

Através do gráfico do caminho do lugar das raízes, além de poder observar a posição dos polos e zeros nos semiplanos também é possível obter o ganho que rege o sistema, a porcentagem de "*overshoot*", a frequência de oscilação do sistema e o coeficiente de amortecimento que pode ser utilizado para determinar enfim o tipo de sistema.

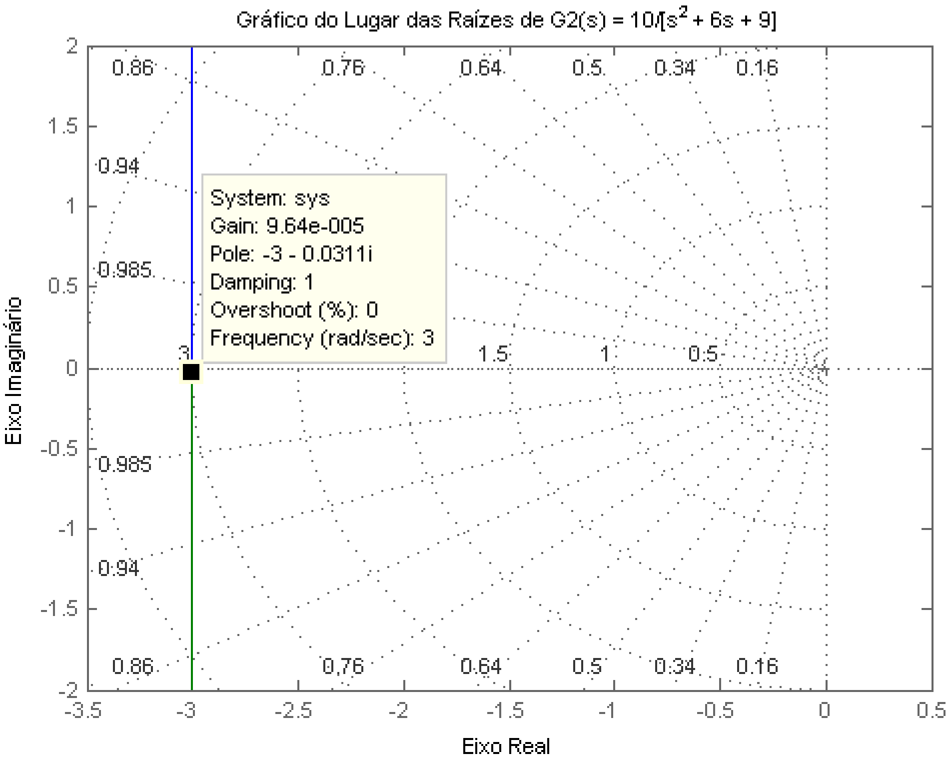

Figura 12 - Gráfico com os dados referentes ao sistema e ao seu tipo

Como pode ser observado, o sistema possui ganho significativamente pequeno em $9{,}64^{-005}$, os seu polos estão localizados em -3 - 0,0311i e o coeficiente de amortecimento é 1, logo podemos classificar o sistema como amortecimento crítico. Isto se lembrando da classificação do coeficiente de amortecimento que diz que um sistema com coeficiente de amortecimento igual a 1 é amortecido criticamente.

Vamos agora analisar a terceira função de transferência de malha fechada, nomeada como *G3(s)*:

$$G3(s) = \frac{21}{s^2 + 2s + 10}$$

A Figura 13 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a degrau unitário.

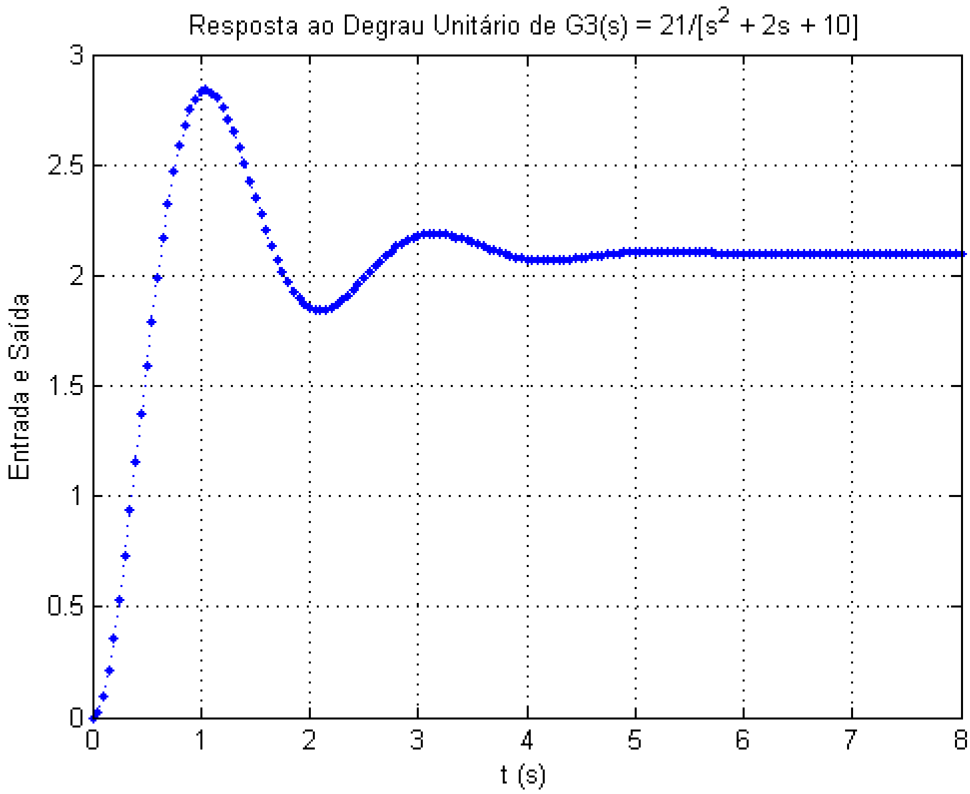

Figura 13 – Resposta do sistema à entrada do Degrau Unitário

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 3.0 abaixo:

Programa 3.0 em MATLAB

%Programa 3.0 com resposta para entrada ao Degrau Unitário
num3 = [21];
den3 = [1 2 10];
t = 0:0.05:8;
y = step(num3,den3,t);
plot(t,y,'.:b');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta ao Degrau Unitário de G3(s) = 21/[s^2 + 2s + 10]')

A Figura 14 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a rampa unitária. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação ao gráfico da Figura 13.

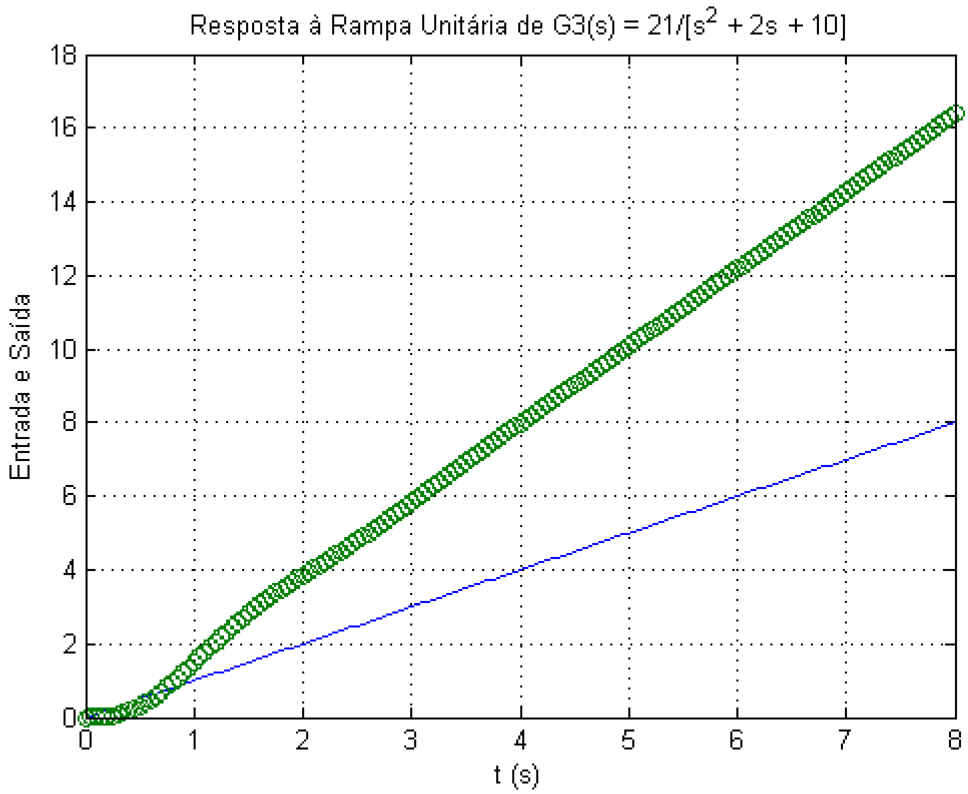

Figura 14 – Resposta do sistema à Rampa Unitária

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 3.1 abaixo:

Programa 3.1 em MATLAB

%Programa 3.1 com resposta para entrada a Rampa Unitária
num3 = [21];
den3 = [1 2 10];
t = 0:0.05:8;
r = t;
y = lsim(num3,den3,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta à Rampa Unitária de G3(s) = 21/[s^2 + 2s + 10]')

A Figura 15 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a parábola. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação aos gráficos das Figuras 13 e 14.

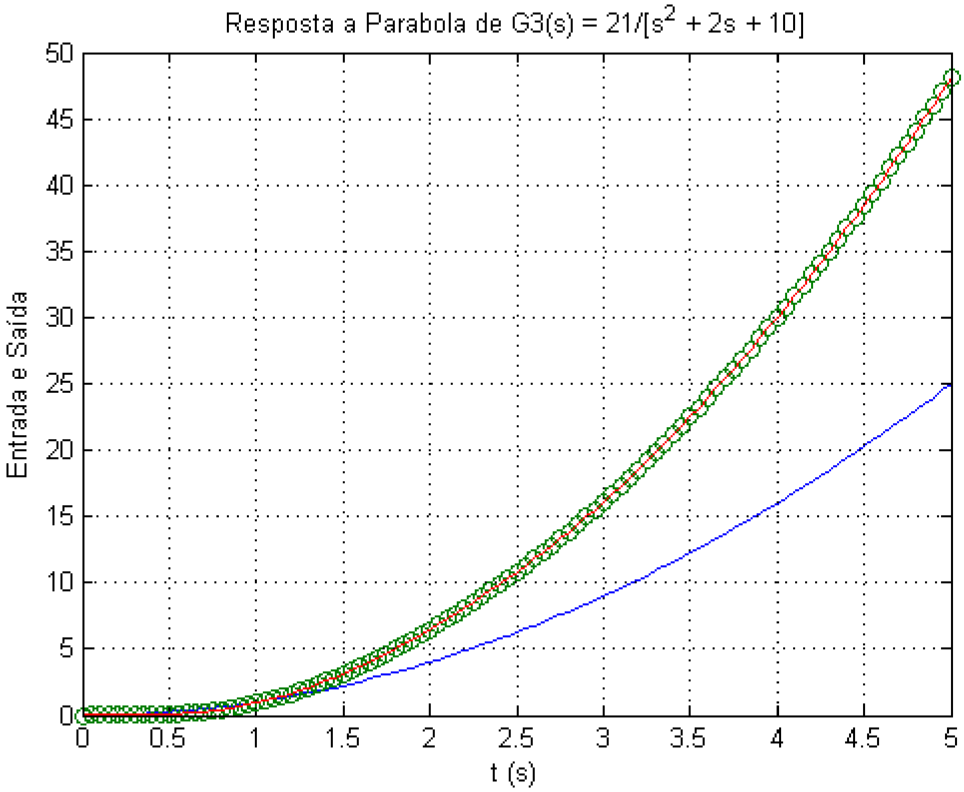

Figura 15 – Resposta do sistema a entrada à Parábola

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 3.2 abaixo:

Programa 3.2 em MATLAB

```
%Programa 3.2 com resposta para entrada a Parabola
num3 = [21];
den3 = [1 2 10];
t = 0:0.05:5;
r = t.^2;
y = lsim(num3,den3,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o',t,y,'-');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta a Parabola de G3(s) = 21/[s^2 + 2s + 10]')
```

A Figura 16 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada de excitação exponencial. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação ao gráfico das Figuras 13, 14 e 15.

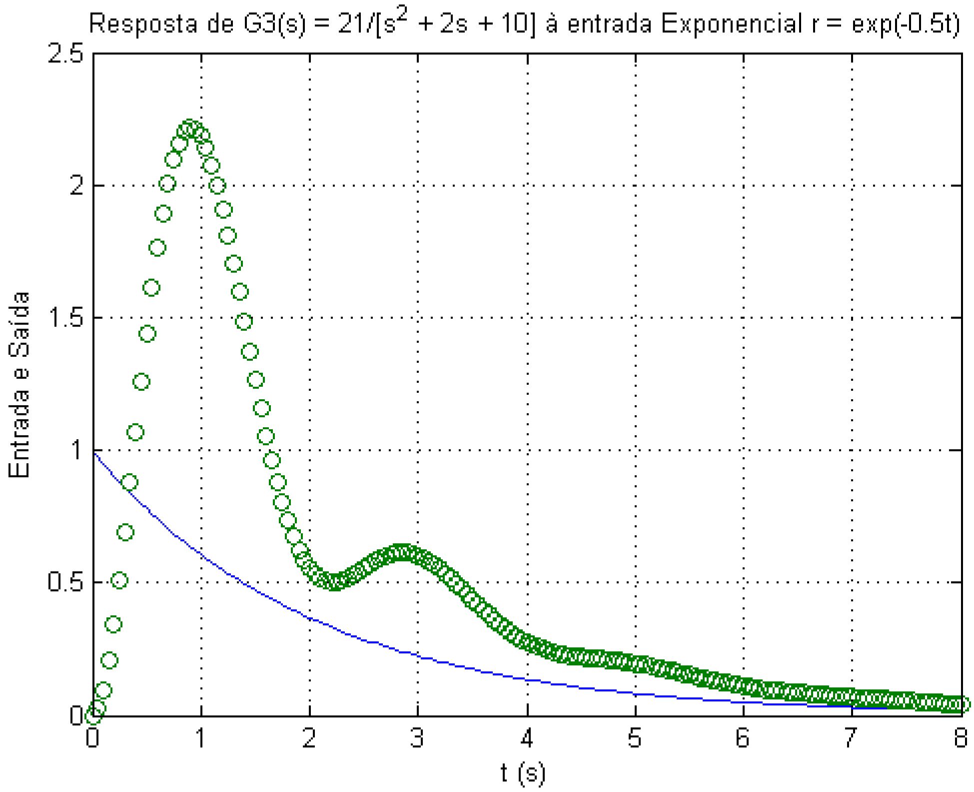

Figura 16 – Resposta do sistema à entrada Exponencial de r = e-0,5t

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 3.3 abaixo:

Programa 3.3 em MATLAB

%Programa 3.3 com resposta para entrada Exponencial
num3 = [21];
den3 = [1 2 10];
t = 0:0.05:8;
r = exp(-0.5*t);
y = lsim(num3,den3,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'o');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta de G3(s) = 21/[s^2 + 2s + 10] à entrada Exponencial r = exp(-0.5t)')

A Figura 17 mostra o caminho do lugar das raízes da terceira função de malha fechada estudada.

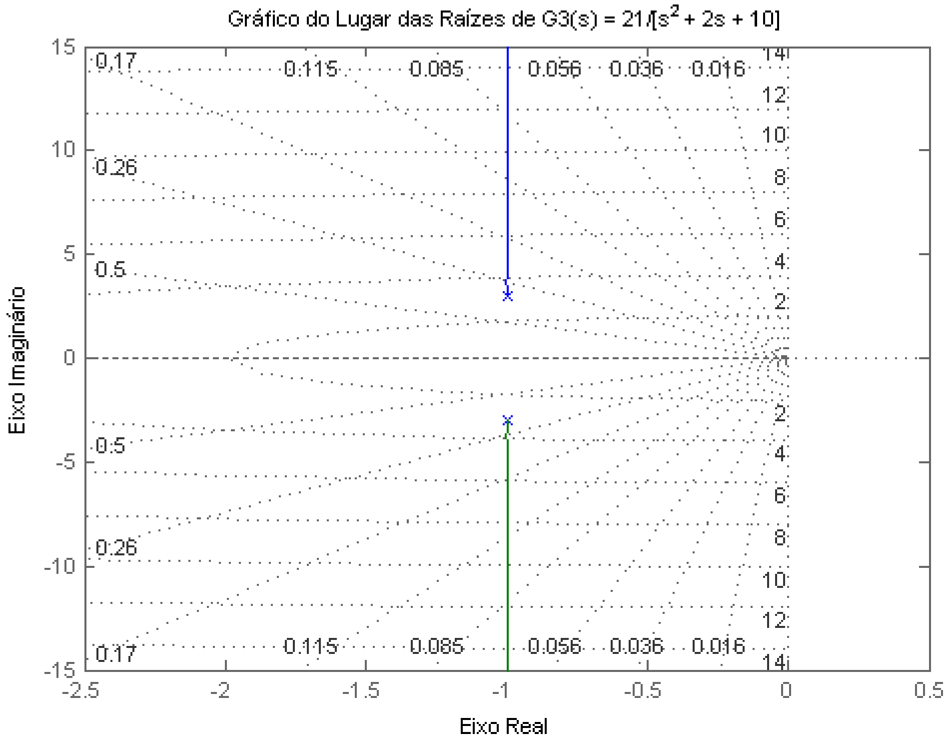

Figura 17 – Gráfico do Caminho do Lugar das Raízes

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 3.4 abaixo:

Programa 3.4 em MATLAB

```
%Programa 3.4 Gráfico do Caminho do Lugar das Raízes
num3 = [21];
den3 = [1 2 10];
rlocus(num3,den3);
grid;
xlabel('Eixo Real')
ylabel('Eixo Imaginário')
title('Gráfico do Lugar das Raízes de G3(s) = 21/[s^2 + 2s + 10]')
```

Através do gráfico do caminho do lugar das raízes, além de poder observar a posição dos polos e zeros nos semiplanos também é possível obter o ganho que rege o sistema, a porcentagem de "*overshoot*", a frequência de oscilação do sistema e o coeficiente de amortecimento que pode ser utilizado para determinar enfim o tipo de sistema.

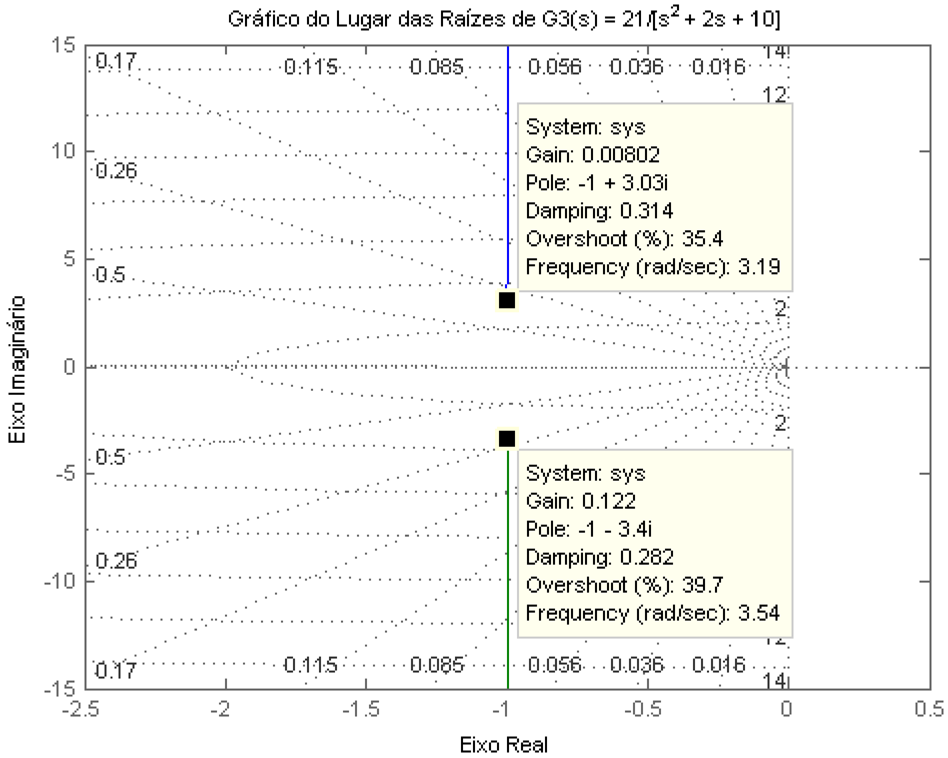

Figura 18 - Gráfico com os dados referentes ao sistema e ao seu tipo

Como pode ser observado, o sistema possui um pequeno ganho de 0,00802 no imaginário positivo e 0,122 no imaginário negativo, os seus polos estão localizados em -1 + 3,03i e -1 – 3,4i, o coeficiente de amortecimento é 0,314 para o plano positivo do imaginário e 0,282 para o plano negativo do imaginário, logo podemos classificar o sistema como sub amortecido. Isto se lembrando da classificação do coeficiente de amortecimento que diz que um sistema com coeficiente de amortecimento maior que zero e menor que 1 é sub amortecido.

Vamos agora analisar a quarta e última função de transferência de malha fechada, nomeada como *G4(s)*:

$$G4(s) = \frac{5}{s^2 + 4}$$

A figura 19 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a degrau unitário.

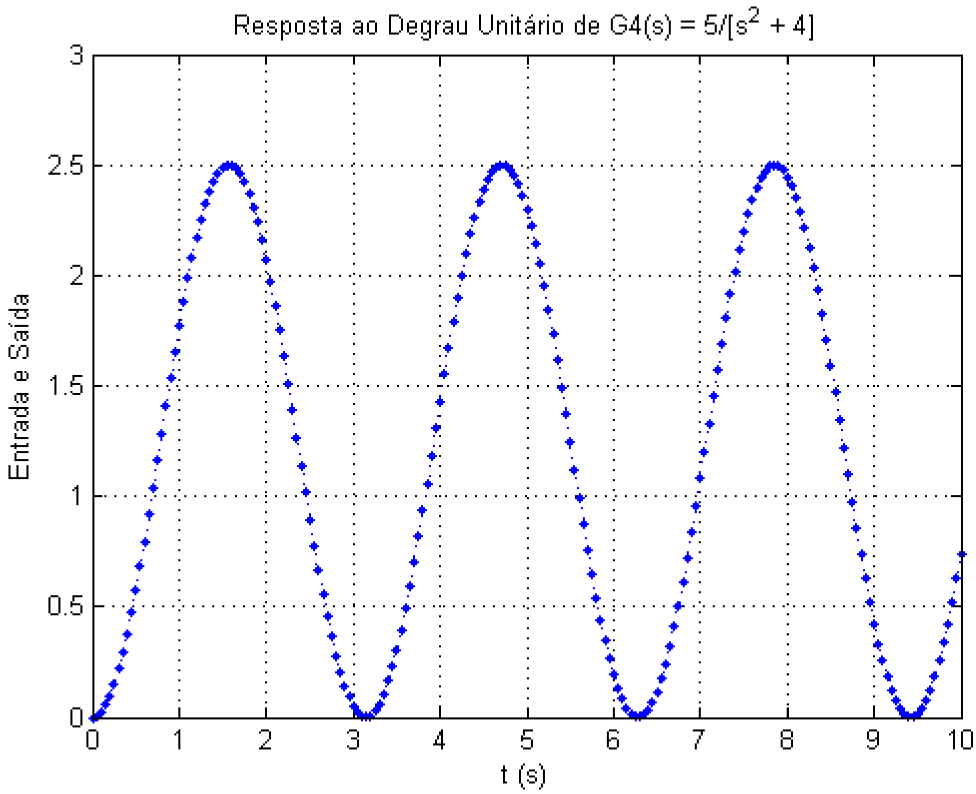

Figura 19 – Resposta do sistema a entrada a Degrau Unitário

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 4.0 abaixo:

Programa 4.0 em MATLAB

%Programa 4.0 com resposta para entrada ao Degrau Unitário
num4 = [5];
den4 = [1 0 4];
t = 0:0.05:10;
y = step(num4,den4,t);
plot(t,y,'.:b');
v = [0 10 0 3]; axis(v);
grid;

```
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta ao Degrau Unitário de G4(s) = 5/[s^2 + 4]')
```

A Figura 20 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a rampa unitária. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação ao gráfico da Figura 19.

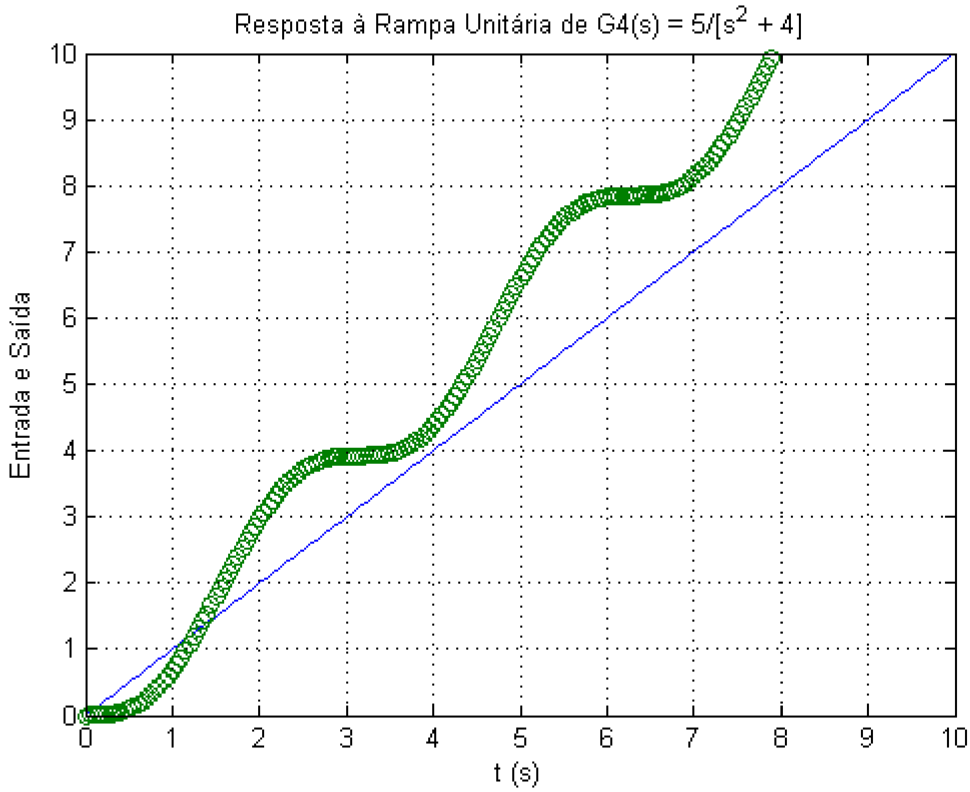

Figura 20 – Resposta do sistema a entrada à Rampa Unitária

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 4.1 abaixo:

Programa 4.1 em MATLAB

```
%Programa 4.1 com resposta para entrada a Rampa Unitária
num4 = [5];
den4 = [1 0 4];
t = 0:0.05:10;
r = t;
y = lsim(num4,den4,r,t);
```

```
plot(t,r,'-',t,y,'o');
v = [0 10 0 10]; axis(v);
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta à Rampa Unitária de G4(s) = 5/[s^2 + 4]')
```

A Figura 21 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada a parábola. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação aos gráficos das Figuras 19 e 20.

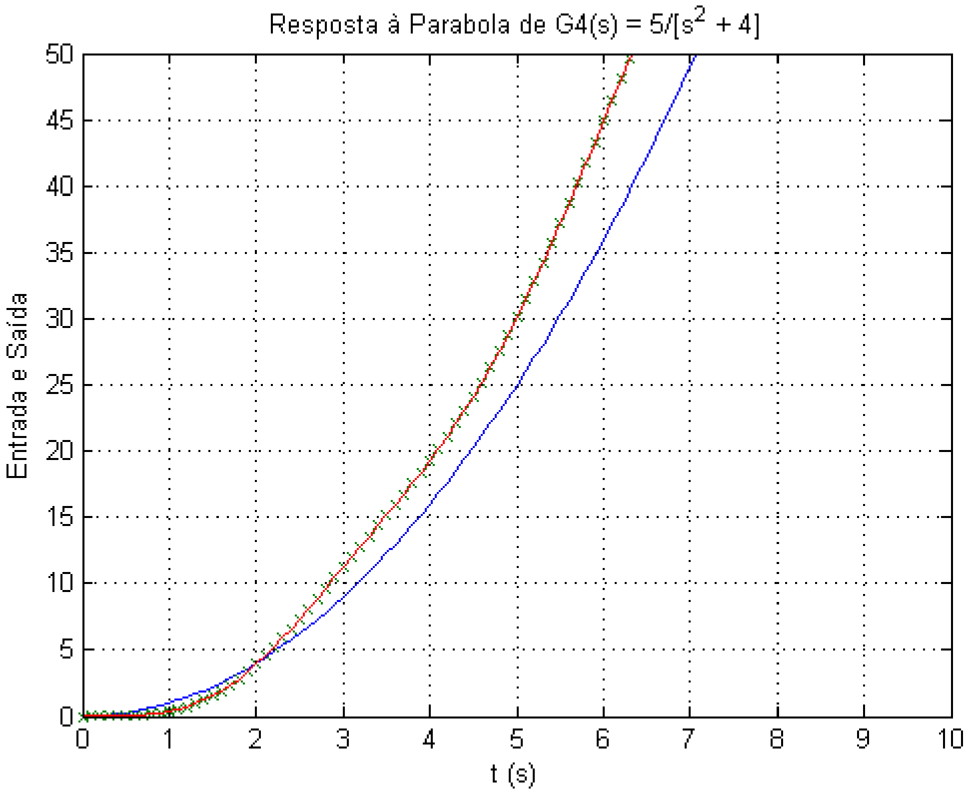

Figura 21 – Resposta do sistema a entrada à Parábola

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 4.2 abaixo:

Programa 4.2 em MATLAB

```
%Programa 4.2 com resposta para entrada a Parabola
num4 = [5];
den4 = [1 0 4];
```

```
t = 0:0.1:50;
r = t.^2;
y = lsim(num4,den4,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,'x',t,y,'-');
v = [0 10 0 50]; axis(v);
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta à Parabola de G4(s) = 5/[s^2 + 4]')
```

A Figura 22 mostra o comportamento do sistema após a inserção da entrada de excitação exponencial. Pode ser observada uma alteração na resposta do sistema com relação ao gráfico das Figuras 19, 20 e 21.

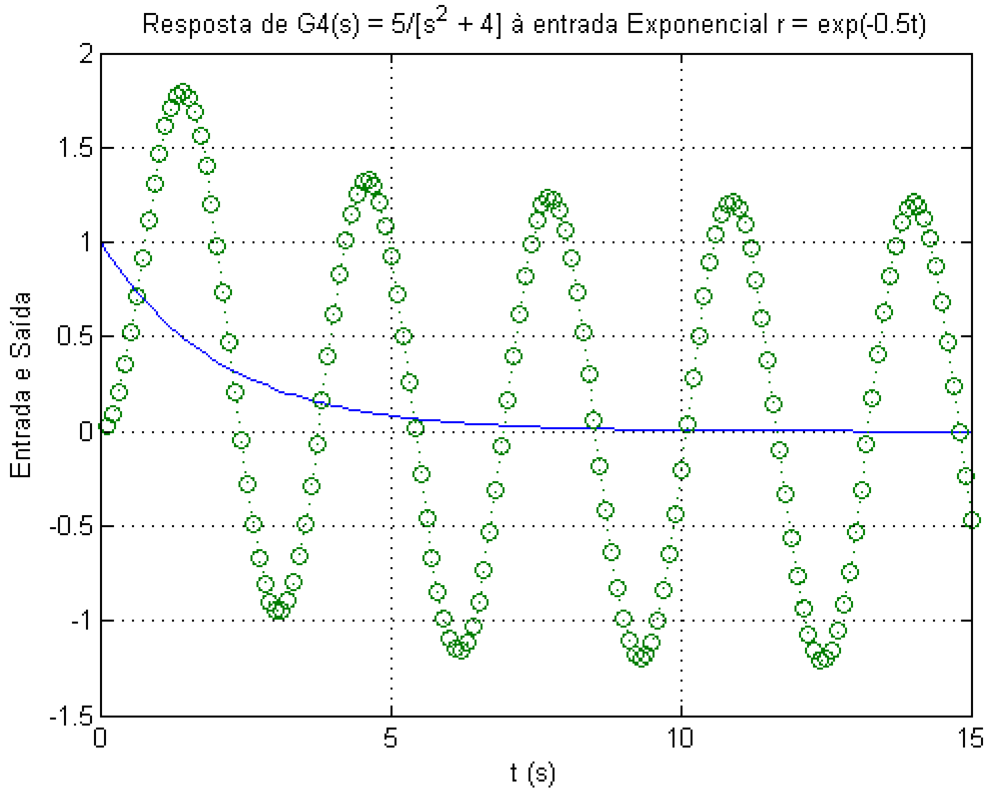

Figura 22 – Resposta do sistema à entrada Exponencial de r = e-0,5t

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 4.3 abaixo:

Programa 4.3 em MATLAB

%Programa 4.3 com resposta para entrada Exponencial
num4 = [5];
den4 = [1 0 4];
t = 0:0.1:15;
r = exp(-0.5*t);
y = lsim(num4,den4,r,t);
plot(t,r,'-',t,y,':o');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entrada e Saída')
title('Resposta de G4(s) = 5/[s^2 + 4] à entrada Exponencial r = exp(-0.5t)')

A Figura 23 mostra o caminho do lugar das raízes da quarta função de malha fechada estudada. .

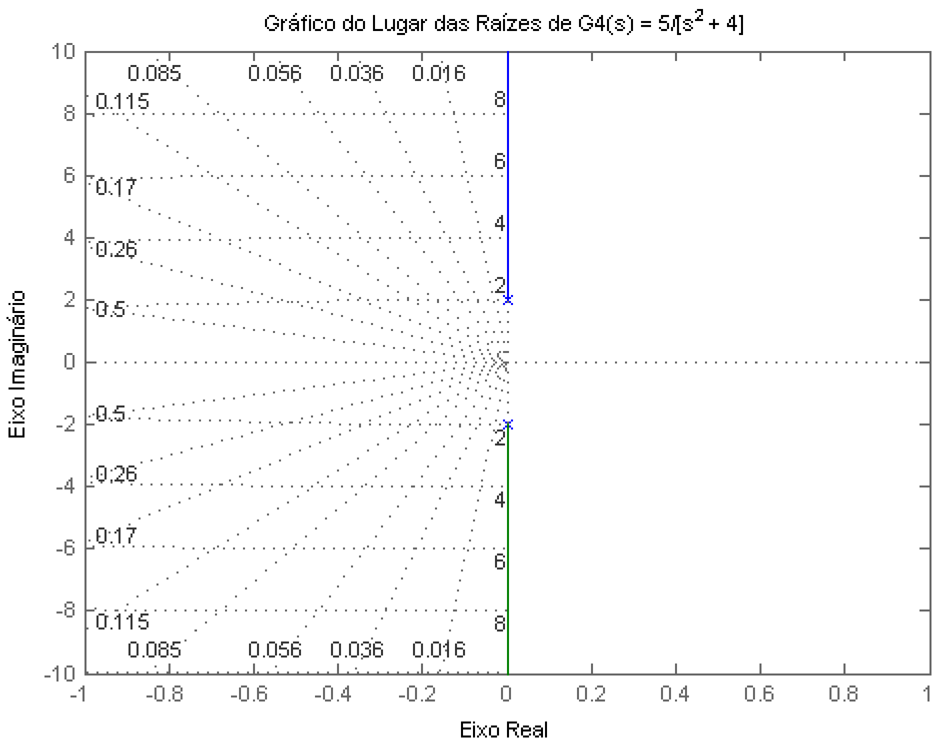

Figura 23 – Gráfico do Caminho do Lugar das Raízes

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 4.4 abaixo:

Programa 4.4 em MATLAB

%Programa 4.4 Gráfico do Caminho do Lugar das Raízes
num4 = [5];
den4 = [1 0 4];
rlocus(num4,den4);
grid;
xlabel('Eixo Real')
ylabel('Eixo Imaginário')
title('Gráfico do Lugar das Raízes de G4(s) = 5/[s^2 + 4]')

Através do gráfico do caminho do lugar das raízes, além de poder observar a posição dos polos e zeros nos semiplanos também é possível obter o ganho que rege o sistema, a porcentagem de "*overshoot*", a frequência de oscilação do sistema e o coeficiente de amortecimento que pode ser utilizado para determinar enfim o tipo de sistema.

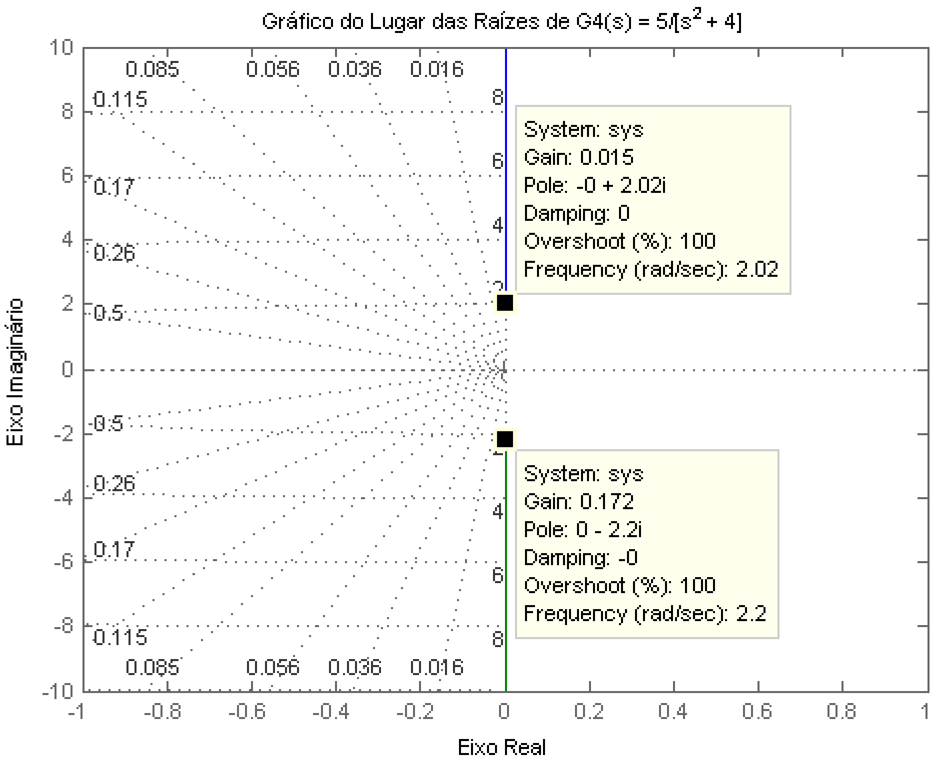

Figura 24 - Gráfico com os dados referentes ao sistema e ao seu tipo

Como pode ser observado, o sistema possui um pequeno ganho de 0,015 no primeiro polo e 0,172 no segundo polo, os seus polos estão localizados em 0 + 2,02i e 0 – 2,2i, o coeficiente de amortecimento é 0 para o plano positivo do imaginário e 0 para o plano negativo do imaginário, logo podemos classificar o sistema como marginalmente estável. Isto se lembrando da classificação do coeficiente de amortecimento que diz que um sistema com coeficiente de amortecimento igual a zero marginalmente estável.

A Figura 24 tem por objetivo representar a diferença entre as quatro funções de transferência, simulando simultaneamente os quatro resultados:

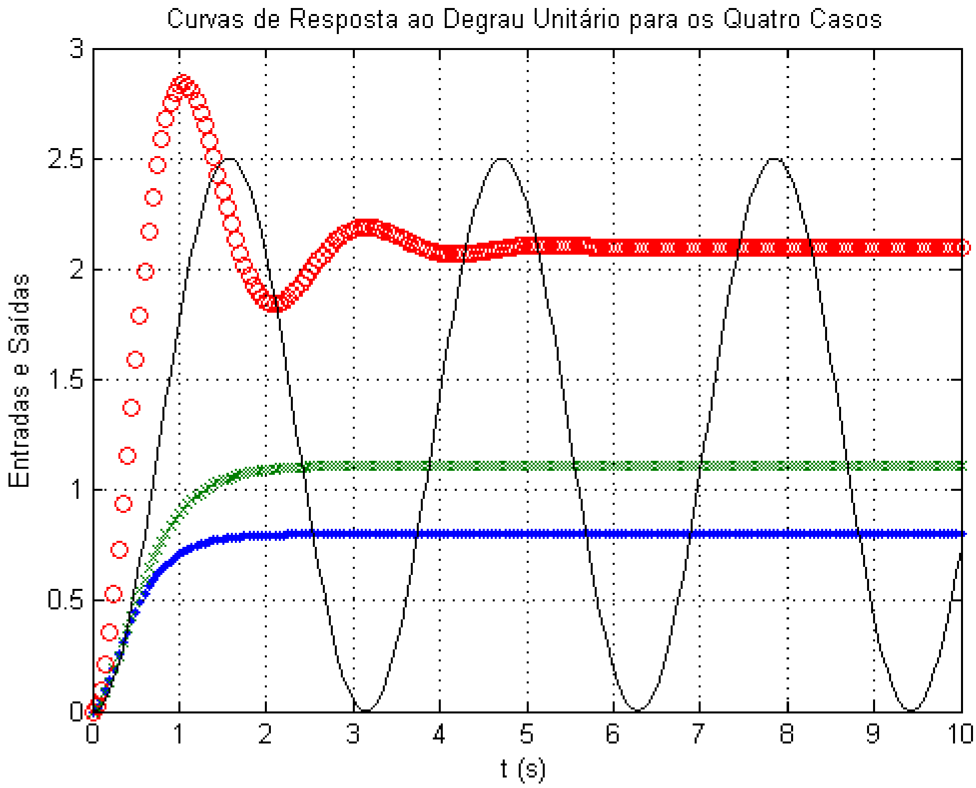

Figura 25 – Gráfico das respostas dos quatro sistemas estudados

Para gerar este gráfico foi inserido o programa 5.0 abaixo:

Programa 5.0 em MATLAB

```
%Programa 5.0 com resposta para entrada a Degrau nos quatro Casos
t = 0:0.05:10;
num = [12];
den = [1 8 15];
m = step(num,den,t);
num2 = [10];
den2 = [1 6 9];
n = step(num2,den2,t);
num3 = [21];
den3 = [1 2 10];
o = step(num3,den3,t);
num4 = [5];
den4 = [1 0 4];
p = step(num4,den4,t);
plot(t,m,'.',t,n,'x',t,o,'o',t,p,'k-');
grid;
xlabel('t (s)')
ylabel('Entradas e Saídas')
title('Curvas de Resposta ao Degrau Unitário para os Quatro Casos')
```