IDENTIFICAÇÃO DE FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO SISTEMA: TANQUES DRENADOS POR GRAVIDADE UTILIZANDO O SOFTWARE CONTROL STATION®

Isaac Conceição Silva Paixão [1]
Luana Nascimento Silva [2]
Samuel Brito Ferreira Santos [3]
Tamires dos Santos Pereira [4]
Laercio Gomes de Oliveira [5]

RESUMO

Aprimorando as habilidades de modelagem de sistemas e identificação de parâmetros de uma função de transferência do sistema de tanques drenados por gravidade, fez-se uso do software Control Station®, simulando as diferentes curvas de resposta para cada uma das variações no distúrbio inserido no sistema. Uma análise comparativa entre os resultados obtidos no software foi feita a fim de identificar as condições de não-linearidade do sistema para que a função de transferência e seus parâmetros mais adequados fossem propostos. Sendo observado que quanto menor a constante de tempo, mais rapidamente a função chegava ao valor unitário, assim otimizando a resposta de um sistema de primeira ordem diminuindo a sua constante de tempo.

Palavras-chave: Função de transferência, Sistema, Distúrbio.

INTRODUÇÃO

A busca por um modelo matemático que represente sistemas e fenômenos observados é um antigo desafio do homem. Mesmo considerando-se as novas técnicas de modelagem, o desafio de tal busca continua (AGUIRRE, 2000).

Em sistemas de controle industrial, conhecer a função de transferência de uma planta, pode ser a pedra fundamental para se obter um bom ajuste dos compensadores da malha de controle. Em diversos tipos de malha de controle, tal função de transferência não é conhecida devido as dificuldades de modelagem (BONFIM JUNIOR, 2017).

[1] Graduado pelo Curso de Engenharia de Controle e Automação de Processos da Universidade Federal da Bahia - BA, isaacpaixao@hotail.com;
[2] Graduanda do Curso de Engenharia Química da Universidade Federal de Campina Grande - PB, luana.nascimento25@hotmail.com;
[3] Graduando do Curso de Engenharia Química da Universidade Federal de Campina Grande- PB, samuelbritof@gmail.com;
[4] Doutoranda pelo Programa de Pós Graduação em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande - PB, tsantosp16@gmail.com;
[5] Professor orientador: Doutor, Unidade Acadêmica de Engenharia Quimica - PB, laercio.gomes@ufcg.edu.br .

Atualmente, existem diversos modos de estimar a função de transferência de um sistema, visto que, na maioria dos métodos existentes, aproxima-se para uma função de primeira ordem com retardo. Desta forma, mesmo se o sistema for de segunda ou de terceira ordem, será reduzido para um sistema de primeira ordem com retardo.

METODOLOGIA

O presente trabalho tem por objetivo identificar os parâmetros de uma função de transferência do sistema de tanques drenados por gravidade e relacioná-lo com um processo de primeira ordem ou de segunda ordem. Este artigo optará pela relação do sistema com o processo de primeira ordem, devendo assim identificar os parâmetros τ e K_p(ganho proporcional).

Para as simulações feitas foram consideradas três configurações do sistema proposto. Sendo elas:

I. Configuração 1: Sistema com variável distúrbio constante no valor de 0 litros por minuto.
II. Configuração 2: Sistema com variável distúrbio constante no valor de 2 litros por minuto.
III. Configuração 3: Sistema com variável distúrbio constante no valor de 5 litros por minuto.

Para este processo que relaciona a variável de entrada (vazão de entrada de fluido) com a variável de saída (nível do segundo tanque), foram realizadas para cada configuração variações em degraus na variável de entrada e obtidos dados e gráficos sobre o comportamento da variável de saída no Control Station®. Estes dados serviram como base para análise de faixas de linearidade e não linearidade do processo. A partir do mais acentuado comportamento não linear obtido proporemos a função de transferência mais adequada para esta condição, comparando estes resultados com os obtidos pelo software Control Station®.

DESENVOLVIMENTO

Transformada de Laplace

A transformada de Laplace é um método, que se pode converter muitas funções comuns, como funções senoidais e funções exponenciais, em funções algébricas de uma variável complexas (OGATA, 2003).

A transformada de Laplace é definida por:

$$F(s) = L[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t).e^{-st}.dt \qquad (1)$$

Sendo:

$f(t)$: uma função no tempo tal que $f(t) = 0$ para $t < 0$;

s: uma variável complexa ($s \epsilon C$);

$F(s)$: Transformada de Laplace $f(t)$

A transformada para uma função $f(t)$ existe se $f(t)$ é seccionalmente contínua em todo intervalo finito na região $t > 0$ e se a função for da ordem exponencial quando t tende a infinito (MAYA, P.A. et al, 2011).

Função degrau

Esse tipo de função é muito usado em sistemas de controle para a obtenção da função de transferência, colocando a planta em malha aberta e aplicando um degrau unitário de amplitude 1 em sua entrada. Como qualquer função multiplicada por 1 é igual a ela mesma, temos então que a curva de reposta ao degrau na saída corresponde à função de transferência procurada (OGATA, 2003).

Considere a seguinte função degrau:

$$f(t) = k.u(t) \Leftrightarrow F(s) = \frac{k}{s} \qquad (2)$$

Onde:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

(83) 3322.3222
contato@conapesc.com.br
www.conapesc.com.br

Ao fazer a integração concluímos que a transformada de Laplace é válida em todo plano 's' exceto no pólo $s = 0$. Fisicamente, uma função degrau ocorrendo em $t = 0$ corresponde a um sinal constante inserido subitamente na entrada do sistema, no instante t igual a zero (OGATA, 2003).

Função de Transferência

Uma função de transferência relaciona duas variáveis em um processo físico: uma delas é a causa (função perturbação ou variável de entrada), e a outra é o efeito (resposta ou variável de saída) (COUGHANOWR; KOPPEL, 1986). Esta é definida como a relação entre a transformada de Laplace da saída pela transformada de Laplace da entrada, admitindo condições iniciais nulas.

Função de Transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \tag{3}$$

Onde:

$G(s)$ = símbolo para função de transferência;

$X(s)$= transformada da função perturbação ou entrada, em forma de desvio;

$Y(s)$= transformada da resposta ou entrada, em forma de desvio

A função de transferência descreve de modo completo as características dinâmicas do sistema. Se adotarmos uma variação especifica na entrada $X(t)$ cuja transformada é $X(s)$, a resposta do sistema é simplesmente

$$Y(s) = G(s)X(s) \tag{4}$$

Obtendo a inversa de $Y(s)$, temos o valor de $Y(t)$, que é a resposta do sistema. A função de transferência origina-se de uma equação diferencial linear: deste modo, o princípio da superposição é aplicável. Isto significa que a resposta transformada de um sistema com função transferência $G(s)$ a uma função perturbação

$$X(s) = a_1X_1(s) + a_2X_2(s) \tag{5}$$

onde X_1 e X_2 são funções perturbações especificas e a_1 e a_2 são constantes, é

$$Y(s) = G(s)X(s)$$
$$Y(s) = a_1 G(s) X_1(s) + a_2 G(s) X_2(s)$$
$$Y(s) = a_1 Y_1(s) + a_2 Y_2(s) \tag{6}$$

As variáveis $Y_1(s)$ e $Y_2(s)$ são as respostas às perturbações X_1 e X_2, respectivamente.

Processos de primeira ordem

Processo de primeira ordem é aquele cujo modelo matemático é descrito por uma equação diferencial de primeira ordem, quando submetido a uma condição inicial ou a um sinal de teste conhecido. Vários sistemas elétricos, hidráulicos, pneumáticos e térmicos podem ser modelados por esse tipo de equação. Há, também, certo interesse matemático quando sistemas mais complexos podem ser formulados em termos de sistemas de primeira ordem.Um sistema de primeira ordem tem a seguinte função transferência genérico:

$$G(s) = \frac{1}{\tau . s + 1} \tag{7}$$

A resposta a um degrau unitário de um sistema de primeira ordem é expressa matematicamente por:

$$u(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}},\ t \geq 0 \tag{8}$$

τ é a constante de tempo que determina a velocidade de resposta do sistema. Quanto menor a constante de tempo, mais rapidamente a função chega ao valor unitário, assim melhoramos a resposta de um sistema de primeira ordem diminuindo a sua constante de tempo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Configuração 1: Sistema com variável distúrbio constante no valor de 0 litros por minuto.

Ao se variar a variável de entrada em degraus de 10%, obteve-se os seguintes dados:

Figura 1 – Comportamento da variável de saída do processo devido às variações de entrada em degraus de 10%

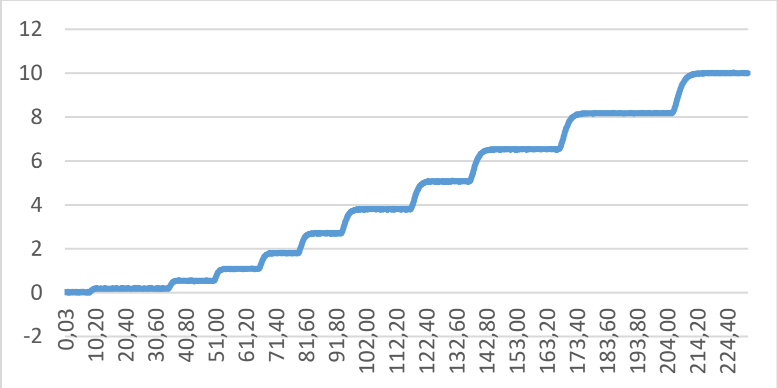


Tabela 1 – Relação de degraus gerados na entrada e o K_p, na configuração 1.

Degrau	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
K_p	0,2	0,3	0,5	1	1	1	1	1,5	1,5	2

Logo, a partir das diversas relações de degrau e K_p e do comportamento do processo, conclui-se que há um estado de maior linearidade no range de 30% a 70% e um estado de não linearidade no range de 0% a 30% e de 70% a 100%.

Configuração 2: Sistema com variável distúrbio constante no valor de 2 litros por minuto

Ao se variar a variável de entrada em degraus de 10%, obteve-se os seguintes dados

Figura 2 – Comportamento da variável de saída do processo devido às variações de entrada em degraus de 10%

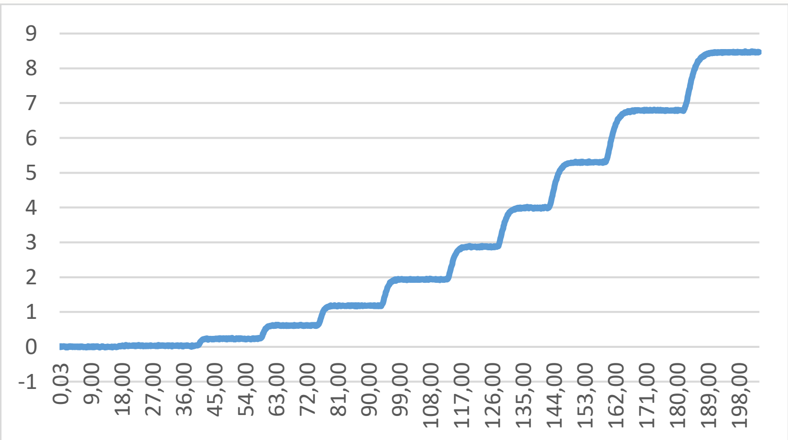


Tabela 2 – Relação de degraus gerados na entrada e o K_p, na configuração 2.

Degrau	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
K_p	0	0,2	0,4	0,4	1	1	1	1	1	1,5

Logo, a partir das diversas relações de degrau e K_p e do comportamento do processo, conclui-se que há um estado de maior linearidade no range de 40% a 90% e um estado de não linearidade no range de 0% a 10% e de 90% a 100%.

Configuração 3: Sistema com variável distúrbio constante no valor de 5 litros por minuto

Ao se variar a variável de entrada em degraus de 10%, obteve-se os seguintes dados:

Figura 3 – Comportamento da variável de saída do processo devido às variações de entrada em degraus de 10%

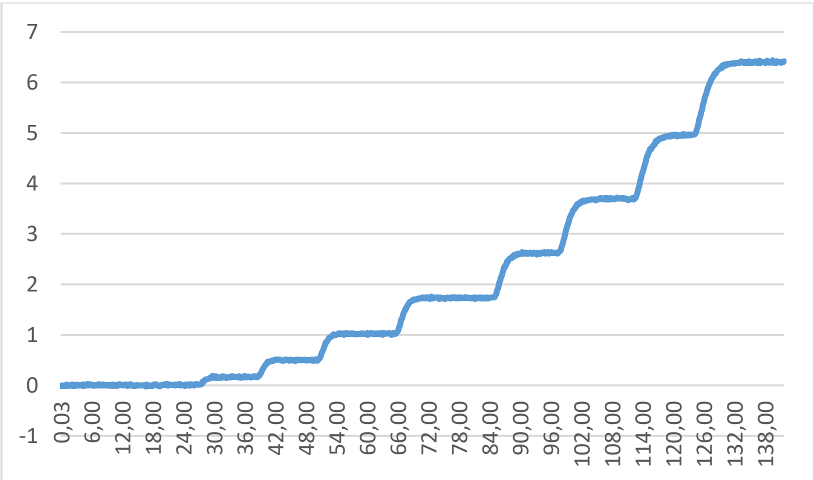


Tabela 3 – Relação de degraus gerados na entrada e o K_p, na configuração 3.

Degrau	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
K_p	0	0	0,1	0,4	0,5	0,7	1	1	1,3	1,4

Logo, a partir das diversas relações de degrau e K_p e do comportamento do processo, conclui-se que há um estado de maior linearidade no range de 60% a 80% e um estado de não linearidade no range de 0% a 60% e de 80% a 100%.

Proposta da função de transferência

Será proposta uma função de transferência e, consequentemente, seus parâmetros para a faixa e condição do sistema que apresente o mais acentuado comportamento de não linearidade.

As equações utilizadas para a geração da função de transferência foram:

$$K_p = \frac{Y_\infty - Y_{ss}}{X_f - X_{ss}} \quad (9)$$

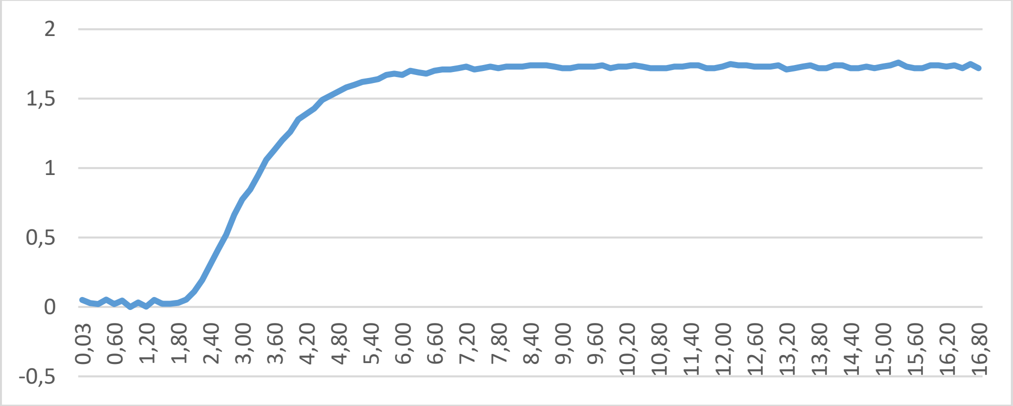
$$Y(t) = AK\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + Y_{ss} \quad (10)$$

$$\frac{\overline{Y(s)}}{\overline{X(s)}} = \frac{K_p}{\tau s + 1} \quad (11)$$

Verificamos que o mais acentuado comportamento não linear desse processo é visto na Configuração 3: Sistema com variável distúrbio constante no valor de 5 litros por minuto, na faixa de trabalho de abertura da válvula de 20% a 60%. E, será nesse trecho que será analisado e proposto a função de transferência mais adequada.

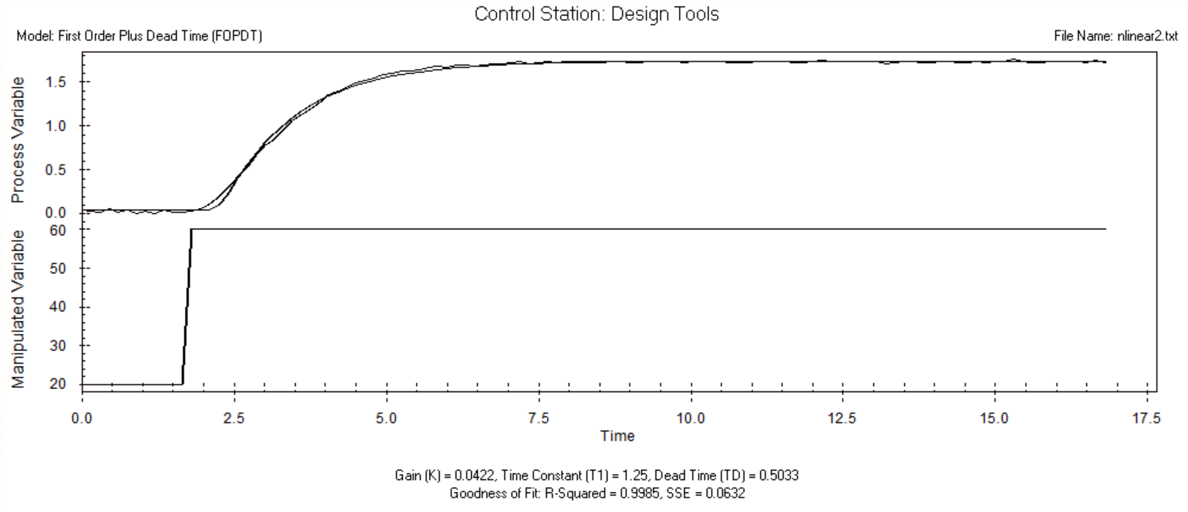
Analisando apenas essa faixa de trabalho de 20% a 60% temos o seguinte comportamento:

Gráfico 4 - Comportamento da variável de saída do processo devido à variação de entrada em degraus de 20% a 60%



Sabendo-se que o degrau dado foi de 20% a 60% e o valor do processo se estabiliza em 1.7, utilizando a Equação (9), o valor do ganho encontrado é de 0.0425 sendo que o valor gerado pelo software Control Station® foi 0.0422, como pode ser visto abaixo. Sabendo-se que, através da Equação (10), a constante de tempo (τ) é igual ao tempo levado para se atingir 63,2% de resposta estabilizada, logo, pela análise do gráfico plotado no Excel, o valor de τ é de 1,65 sendo que o valor gerado pelo software Control Station® foi de 1,25. Percebeu-se que o software Control Station® desconsiderou o “tempo morto” inicial do sistema e o mesmo foi desconsiderado na análise do gráfico do Excel.

Gráfico 5 – Parâmetros de função de transferência gerados pelo software Control Station®.



Por fim, utilizando a Equação (11), a função de transferência e seus respectivos parâmetros para esta situação é:

$$\frac{\overline{Y(s)}}{\overline{X(s)}} = \frac{0.0425}{1.65s + 1} \tag{12}$$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo realizado teve como objetivos aplicar conceitos de função de transferência e comportamento de processos de primeira ordem, além da prática de obtenção de parâmetros a partir de gráficos.

Percebeu-se também a influência da variável distúrbio nos parâmetros da função de transferência. Com o aumento da variável distúrbio, aumentou-se a faixa de não linearidade do processo e diminuiu a sensibilidade da variável de saída em função da variável de entrada, ou seja, quanto maior o valor da variável distúrbio, maior será o valor da vazão de entrada para obter variações de nível no segundo tanque.

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. Belo Horizonte: UFMG, 2000. 554p.

BOMFIM JUNIOR, Florisvaldo Cardozo. **Modelagem de Funções de Transferência de Plantas Industriais em Malha Aberta e Fechada utilizando Algoritmos Genéticos**. 2017. 51 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.

Coughanowr, D.R.; Koppel, L. B. **Análise e Controle de de Processos**. Editora Guanabara S.A, Rio de Janeiro ,1986.

MAYA, Paulo Alvaro, and Fabrizio LEONARDI. "**Controle essencial**."Ed Pearson Prentice Hall (2011). NBR 6023

OGATA, K. **Engenharia de Controle Modern**, 4. ed, São Paulo: Prentice Hall, 2003.