1.3 EXERCÍCIOS

Nos Exercícios 1 e 2, calcule $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ e $\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$.

1. $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

2. $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$

Nos Exercícios 3 e 4, represente graficamente os seguintes vetores no plano-xy: $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $-\mathbf{v}$, $-2\mathbf{v}$, $\mathbf{u} + \mathbf{v}$, $\mathbf{u} - \mathbf{v}$, e $\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$. Observe que $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ é o vértice de um paralelogramo cujos outros vértices são $\mathbf{u}$, $\mathbf{0}$ e $-\mathbf{v}$.

3. $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são como no Exemplo 1.

4. $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são como no Exemplo 2.

Nos Exercícios 5 e 6, obtenha um sistema de equações que seja equivalente à equação vetorial dada.

5. $x_1 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -6 \\ 3 \end{bmatrix}$

6. $x_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} -7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Use a Fig. 12 para escrever cada vetor, nos Exercícios 7 e 8, como combinação linear de $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Todo vetor do $\mathbb{R}^2$ é combinação linear de $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$?

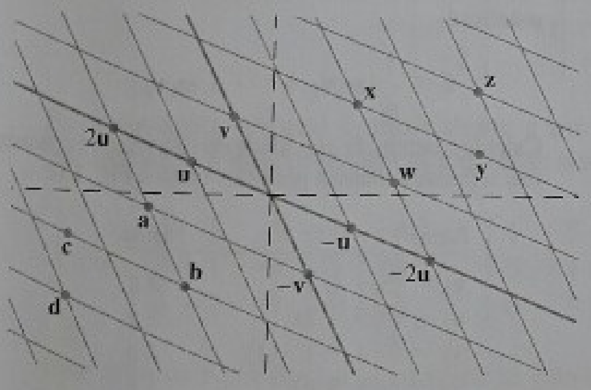


Fig. 12

7. Os vetores $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ e $\mathbf{d}$.

8. Os vetores $\mathbf{w}$, $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}$.

Nos Exercícios 9 e 10, escreva uma equação vetorial que seja equivalente ao sistema de equações dado.

9. $$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 5x_3 &= 3 \\ x_1 - 8x_2 + 2x_3 &= 5 \\ 4x_2 - 4x_3 &= 5 \end{aligned}$$

10. $$\begin{aligned} x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 5 \\ 5x_1 \qquad - 6x_3 &= 7 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 &= -1 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 11 e 12, determine se $\mathbf{b}$ é combinação linear de $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, e $\mathbf{a}_3$.

11. $\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix},$
$\mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 11 \\ -5 \\ 9 \end{bmatrix}$

12. $\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix},$
$\mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \\ -3 \end{bmatrix}$

Nos Exercícios 13 e 14, determine se $\mathbf{b}$ é combinação linear dos vetores formados pelas colunas da matriz A.

13. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 5 & 0 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ 11 \\ -7 \end{bmatrix}$

14. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -6 \\ 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}$

Nos Exercícios 15-18, liste sete vetores de Span$\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$. Para cada vetor, mostre os pesos usados em $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ para gerá-lo e dê suas três componentes. Não é preciso fazer sua representação geométrica.

15. $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$

16. $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

17. $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -9 \\ 6 \end{bmatrix}$

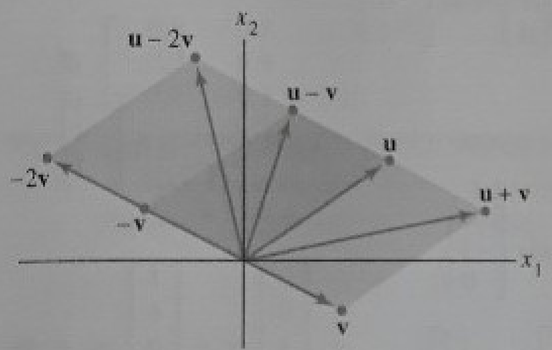
18. [M] $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -3{,}7 \\ -0{,}4 \\ 11{,}2 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 5{,}8 \\ 2{,}1 \\ 5{,}3 \end{bmatrix}$

19. Faça uma descrição geométrica de Span$\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ para os vetores do Exercício 17.

20. Faça uma descrição geométrica de Span$\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ para os vetores do Exercício 16.

Seção 1.3

1. $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$



5. $\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 &= 8 \\ x_1 \quad\quad &= -6 \\ -5x_1 + 4x_2 &= 3 \end{aligned}$

7. $\mathbf{a} = 2\mathbf{u} - \mathbf{v}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$, $\mathbf{c} = 3.5\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$, $\mathbf{d} = 4\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$

9. $x_1\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + x_2\begin{bmatrix} -1 \\ -8 \\ 4 \end{bmatrix} + x_3\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$

11. Sim **13.** Não

15. É claro que coeficientes não-inteiros são aceitáveis, mas algumas escolhas simples são $0\cdot\mathbf{v}_1 + 0\cdot\mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$ e

$$1\cdot\mathbf{v}_1 + 0\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad 0\cdot\mathbf{v}_1 + 1\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$2\cdot\mathbf{v}_1 + 0\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 10 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad 0\cdot\mathbf{v}_1 + 2\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -10 \end{bmatrix}$$

$$1\cdot\mathbf{v}_1 + 1\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad 2\cdot\mathbf{v}_1 + 2\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

17. Algumas escolhas possíveis são $0\cdot\mathbf{v}_1 + 0\cdot\mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$ e

$$1\cdot\mathbf{v}_1 + 0\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad 0\cdot\mathbf{v}_1 + 1\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -9 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$2\cdot\mathbf{v}_1 + 0\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ -8 \end{bmatrix}, \quad 0\cdot\mathbf{v}_1 + 2\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -6 \\ -18 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$1\cdot\mathbf{v}_1 + 1\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad 2\cdot\mathbf{v}_1 + 2\cdot\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

19. *Sugestão:* Compare com cuidado as componentes de $\mathbf{v}_1$ com as de $\mathbf{v}_2$.

21. $h = 3$.

23. *Sugestão:* Mostre que $\begin{bmatrix} 2 & 2 & h \\ -1 & 1 & k \end{bmatrix}$ é possível para todo h e k. Explique o que esse cálculo mostra sobre Span{$\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$}.

25. **a.** Não, três. **b.** Sim, uma infinidade.

c. $\mathbf{a}_1 = 1\cdot\mathbf{a}_1 + 0\cdot\mathbf{a}_2 + 0\cdot\mathbf{a}_3$

27. **a.** $5\mathbf{v}_1$ é a produção de 5 dias de funcionamento da mina #1.

b. A produção total é $x_1\mathbf{v}_1 + x_2\mathbf{v}_2$, logo x_1 e x_2 deveriam satisfazer

$$x_1\mathbf{v}_1 + x_2\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 150 \\ 2825 \end{bmatrix}$$

c. [M] 1,5 dia para a mina #1 e 4 dias para a mina #2.

29. (1,3, 0,9, 0).

31. Leia a seção inteira com cuidado. Preste bastante atenção às definições e aos enunciados dos teoremas, e note quaisquer observações precedendo-os ou logo após cada um deles.

Seção 1.4

1. $A\mathbf{x} = 5\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -12 \\ -15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ e

$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2\cdot 5 + 4\cdot(-3) \\ 3\cdot 5 + 5\cdot(-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$. Mostre os detalhes aqui e nos Exercícios de 2 a 6, mas depois faça os cálculos mentalmente.

3. $A\mathbf{x} = 1\cdot\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix} + 1\cdot\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} + 1\cdot\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}$, e

$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5\cdot 1 + 2\cdot 1 + 1\cdot 1 \\ -4\cdot 1 + 4\cdot 1 + 7\cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}$

5. O produto não está definido.