Resumo

Quádricas: São superfícies no espaço tridimensional cujas equações algébricas são:

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz + gx + hy + iz + j = 0$$

onde $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ são números reais constantes.

Na forma matricial que pode ser escrita como $X^tAX + BX + jI_1 = 0$ temos

$$[x \quad y \quad z] \cdot \begin{bmatrix} a & d/2 & e/2 \\ d/2 & b & f/2 \\ e/2 & f/2 & c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + [g \quad h \quad i] \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + [j] = [0].$$

Equações algébricas da quádricas cilíndricas:

- **Cilindros parabólicos:** $y = ax^2 + bx + c$
- **Cilindros elípticos:** $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$
- **Cilindros hiperbólicos:** $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

Classificação das quádricas cilíndricas: Se uma superfície cilíndrica tem uma forma diagonalizada D, então ela pode ser classificada da seguinte maneira:

$$D = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (cilindro\ parabólico)$$

$$D = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (cilindro\ elíptico)$$

$$D = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & -b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (cilindro\ hiperbólico)$$

A ordem em que os termos aparecem nas matrizes diagonalizadas pode variar. De forma geral, um superfície cilíndrica que tenha uma forma quadrática X^tAX será um

- **Cilindro parabólico:** se a matriz A tiver dois autovalores nulos.

- **Cilindro elíptico:** se a matriz A tiver dois autovalores positivos e um nulo.

- **Cilindro hiperbólico:** se a matriz A tiver um autovalor positivo, um autovalor negativo e um autovalor nulo.

Resumo

Quádricas: São superfícies no espaço tridimensional cujas equações algébricas são:

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz + gx + hy + iz + j = 0$$

onde $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ são números reais constantes. Esta equação pode ser escrita na forma matricial por $X^tAX + BX + C = 0$ onde o termo X^tAX é denominado forma quadrática, o termo BX é chamado de forma linear e C é o termo constante.

Equações algébricas das superfícies quádricas não cilíndricas:

- **Parabolóides Elípticos :** $c(z - z_0) = \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2}$
- **Parabolóides Hiperbólicos :** $c(z - z_0) = \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2}$
- **Esferas:** $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$
- **Elipsóides :** $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1$
- **Hiperbolóides de uma folha:** $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1$
- **Hiperbolóides de duas folhas:** $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1$
- **Cones:** $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 0$

Classificação das quádricas não cilíndricas: Se uma superfície quádrica tem uma forma quadrática X^tAX, onde a matriz A tem forma diagonalizada D

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

onde $\lambda_1, \lambda_2 \; e \; \lambda_3$ são os autovetores da matriz A. Esses autovalores podem ocorrer em qualquer ordem ao longo da diagonal principal de D.

- **cilindro parabólico** (ou sua forma degenerada): Se $\lambda_1 \neq 0$ e $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
- **cilindro elíptico ou parabolóide elíptico** (ou suas formas degeneradas): Se $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$ e $\lambda_3 = 0$
- **cilindro hiperbólico ou parabolóide hiperbólico** (ou suas formas degeneradas): Se $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$ e $\lambda_3 = 0$ com sinais opostos em D
- **elipsóide** (ou sua forma degenerada): Se λ_1 , λ_2, λ_3 são todos positivos
- **hiperbolóide** (ou sua forma degenerada: um **cone**): Se λ_1 e λ_2 têm o mesmo sinal e λ_3 tem sinal oposto a eles.