

# Teste de $\chi^2$

O teste de  $\chi^2$  tem como objetivo verificar se existe associação entre duas, ou mais, variáveis qualitativas. Este teste faz uma comparação entre a frequência observada e a frequência esperada.

Existem dois tipos de testes:

- Teste de  $\chi^2$  para aderência
- Teste de  $\chi^2$  para independência

## Teste de $\chi^2$ para aderência

Um pesquisador pode ter interesse em verificar se a distribuição dos elementos, numa população, está de acordo com uma dada teoria. Por exemplo, vamos utilizar o caso de Mendel, em 1866.

Mendel polinizou 15 plantas de sementes lisas e coloração amarela com plantas de sementes rugosas e coloração verde. As plantas resultantes desse cruzamento tinham sementes lisas e coloração amarela (Amarelo-lisas). Cruzando essas plantas entre si, Mendel obteve 556 sementes, distribuídas conforme a Tabela I:

Tabela I:  
Distribuição das ervilhas em um dos experimentos de Mendel

Sementes	Frequência
Amarelo-lisas	315
Amarelo-rugosas	101
Verde-lisas	108
Verde-rugosas	32
<b>Total</b>	<b>556</b>

A teoria postulada por Mendel estabelece que a segregação, neste caso, deve ocorrer na seguinte proporção:

$$9/16 : 3/16 : 3/16 : 1/16$$

Será que os resultados obtidos experimentalmente por Mendel estão de acordo com a teoria que ele postulava? Para este tipo de experimento utilizamos, então, o teste de  $\chi^2$ . O procedimento para este teste está descrito abaixo:

a) Elaborar as hipóteses

$H_0$ :

$H_1$ :

b) Estabelecer o nível de significância

$\alpha =$

c) Calcular as freqüências esperadas para as sementes resultantes

$$\text{Amarelo-lisas} = 9/16 \times 556 =$$

$$\text{Amarelo-rugosas} =$$

$$\text{Verde-lisas} =$$

$$\text{Verde-rugosas} =$$

d) Tabular todos os valores calculados (vide ítems e, f e g), conforme a Tabela II

e) Calcular as diferenças entre as freqüências observadas e as esperadas

f) Elevar ao quadrado as diferenças entre as freqüências observadas e as esperadas

g) Calcular a relação entre os quadrados das diferenças (freqüências observadas - esperadas) e o valor esperado em questão

Tabela II:

Distribuição dos valores observados e esperados no experimento de Mendel

Sementes	Freqüências observadas ( $O_i$ )	Freqüência esperadas ( $E_i$ )	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2/E_i$
Amarelo-lisas	315				
Amarelo-rugosas	101				
Verde-lisas	108				
Verde-rugosas	32				
<b>Total</b>	<b>556</b>				

O cálculo do  $\chi^2$  é estabelecido através da fórmula:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

que é o somatório dos dados da última coluna da Tabela II. Logo, o

$$\chi^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

h) Por fim, comparar o valor calculado de  $\chi^2$  com o valor da tabela, ao nível de significância estabelecido e com  $r - 1$  ( $r$  é o número de características). Toda vez que o valor calculado de  $\chi^2$  for igual ou maior que o valor da tabela rejeita-se a hipótese de que a distribuição das freqüências observadas está de acordo com a teoria, ao nível de significância estabelecido.

i) Conclusão: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### Teste de $\chi^2$ para independência

Um pesquisador pode ter interesse em verificar se duas populações têm a mesma proporção de indivíduos com determinada característica. Por exemplo, será que a proporção de natimortos é a mesma nos dois sexos?

A Tabela III apresenta a proporção de natimortos, segundo sexo. Será que a diferença das proporções é suficientemente grande para permitir rejeitar a hipótese de que a proporção de natimortos é a mesma nos dois sexos?

Tabela III:  
Recém-nascidos segundo o sexo e a condição de vivo ou natimorto

Sexo	Condição		Proporção de natimortos
	Vivo	Natimorto	
Masculino	1513	37	2.39
Feminino	1451	27	1.83

Fonte: ARENA (1977)

Para este caso, precisamos realizar o teste de  $\chi^2$  para independência. Sendo assim, segue-se os passos:

a) Elaborar as hipóteses

$H_0$ :

$H_1$ :

b) Estabelecer o nível de significância

$\alpha =$

c) Calcular as frequências esperadas

Do total de 3028 recém-nascidos, 2964 nasceram vivos. Então a frequência esperada de meninos nascidos vivos entre os 1550 meninos é  $E_{11}$ , tal que:

3028 recém-nascido  $\rightarrow$  2964 nascidos vivos  
1550 recém-nascido meninos  $\rightarrow E_{11}$  meninos nascidos vivos

$E_{11} =$  \_\_\_\_\_

Calcule, segundo este mesmo raciocínio as frequências esperadas de meninas nascidas vivas ( $E_{21}$ ), meninos nascidos mortos ( $E_{12}$ ) e meninas nascidas mortas ( $E_{22}$ ).

Cáculo:

- d) Tabular todos os valores calculados (vide itens e, f e g), conforme a Tabela IV
- e) Calcular as diferenças entre as frequências observadas e as esperadas
- f) Elevar ao quadrado as diferenças entre as frequências observadas e as esperadas
- g) Calcular a relação entre os quadrados das diferenças (frequências observadas - esperadas) e o valor esperado em questão

Sexo	Condição Observada (O)		Condição esperada (E)		(O - E)		(O-E) <sup>2</sup>		(O-E) <sup>2</sup> /E	
	Vivo	Natimorto	Vivo	Natimorto	Vivo	Natim	Vivo	Natim	Vivo	Nati
Masculino										
Feminino										
Total										

- h) Por fim, comparar o valor calculado de  $\chi^2$  com o valor da tabela, ao nível de significância estabelecido e com  $r - 1$  (r é o número de características). Toda vez que o valor calculado de  $\chi^2$  for igual ou maior que o valor da tabela rejeita-se a hipótese de que a distribuição das frequências observadas está de acordo com a teoria, ao nível de significância estabelecido.

### RESTRICÇÕES AO USO DO TESTE DE $\chi^2$

- Só se deve ser aplicado, quando a amostra tem mais de 20 elementos;
- Quando a amostra tem mais de 20 elementos, mas menos de 40 elementos, só deve ser aplicado se todas as frequências esperadas forem maiores do que 1.

## Exercícios de $\chi^2$

1) Com base na Tabela V, teste a hipótese de que a proporção de recém-nascidos defeituosos é a mesma, qualquer tenha sido a época em que a gestante foi atacada por rubéola.

Tabela V:

Recém-nascidos segundo a época do ataque de rubéola na gestante e a condição

Época do ataque	Condição		Total
	Normal	Defeituoso	
Até o 3º mês	36	14	50
Depois do 3º mês	51	3	54
<b>Total</b>	<b>87</b>	<b>17</b>	<b>104</b>

2) Com base na Tabela VI, proceda ao teste de  $\chi^2$ , ao nível de significância de 1%, para testar a hipótese de que o tipo sanguíneo independe da origem do indivíduo.

Tabela VI:

Indivíduos segundo a origem e o tipo sanguíneo

Origem	Tipo sanguíneo				Total
	O	A	B	AB	
Árabe	130	149	29	8	316
Não-árabe	417	292	94	17	820
<b>Total</b>	<b>547</b>	<b>441</b>	<b>123</b>	<b>25</b>	<b>1136</b>