

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA  
DISCIPLINA DE ESTATÍSTICA INFERENCIAL  
1ª PROVA - 25/03/2014

1. Determine a estatística suficiente para os parâmetros  $\theta$  e  $\alpha$  considerando uma a. a.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  da distribuição Beta ( $\theta, \alpha$ )

$$f_x(x) = \frac{1}{B(\theta, \alpha)} x^{\theta-1} (1-x)^{\alpha-1} I_{(0,1)}(x), \quad \theta, \alpha > 0$$

2. Considere uma a.a. de tamanho  $n$  extraída de uma população com a seguinte densidade:

$$f_x(x) = \theta \cdot c^\theta \cdot x^{-(\theta+1)}, \quad c \text{ constante } > 0 \\ \theta > 1 \\ x > c$$

Verifique se o estimador  $\bar{X}$  é não viciado para estimar  $\frac{\theta \cdot c}{\theta - 1}$ .

3. Seja  $X_1, X_2, \dots, X_n$  uma a. a.  $N(\mu, \sigma^2)$ . Indique para que valores de  $a_i$  a estatística  $T = \sum a_i X_i$  é não viciada e consistente.

4. Seja uma a.a.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  da densidade abaixo:

$$f_x(x) = \frac{x^{\theta-1}}{\Gamma(\theta)} \exp\{-x\} I_{(0,\infty)}(x)$$

Identifique a estatística suficiente para estimar o parâmetro  $\theta$ , pelo teorema da fatorização e pelo teorema da família exponencial. Como se deve proceder para escolher o melhor estimador entre os dois?