

Lista 4
Data da entrega 15/10

Exercício 1 (Regra do quociente):

7. Calcule $F'(x)$ onde $F(x)$ é igual a

a) $\frac{x}{x^2 + 1}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$

c) $\frac{3x^2 + 3}{5x - 3}$

d) $\frac{\sqrt{x}}{x + 1}$

e) $5x + \frac{x}{x - 1}$

f) $\sqrt{x} + \frac{3}{x^3 + 2}$

g) $\frac{\sqrt[3]{x} + x}{\sqrt{x}}$

h) $\frac{x + \sqrt[4]{x}}{x^2 + 3}$

Resposta:

a) $\frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$ b) $\frac{x^2 + 2x + 1}{(x + 1)^2}$ c) $\frac{15x^2 - 18x - 15}{(5x - 3)^2}$

d) $\frac{1 - x}{2\sqrt{x}(x + 1)^2}$ e) $5 - \frac{1}{(x - 1)^2}$ f) $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{9x^2}{(x^3 + 2)^2}$

g) $\frac{3x - \sqrt[3]{x}}{6x\sqrt{x}}$ h) $\frac{4\sqrt[4]{x^3}(3 - x^2) - 7x^2 + 3}{4\sqrt[4]{x^3}(x^2 + 3)^2}$

Exercício 2 (Regra do produto):

9. Calcule $f'(x)$ onde $f(x)$ é igual a

a) $3x^2 + 5 \cos x$

b) $\frac{\cos x}{x^2 + 1}$

c) $x \sin x$

d) $x^2 \operatorname{tg} x$

j) $3 \cos x + 5 \sec x$

q) $\frac{x}{\operatorname{cosec} x}$

m) $4 \sec x + \operatorname{cotg} x$

Resposta:

a) $6x - 5 \sin x$ b) $-\frac{(x^2 + 1) \sin x + 2x \cos x}{(x^2 + 1)^2}$ c) $\sin x + x \cos x$

d) $x [2 \operatorname{tg} x + x \sec^2 x]$ e) $\frac{\operatorname{tg} x - (x + 1) \sec^2 x}{\operatorname{tg}^2 x}$ f) $\frac{-3(\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$

g) $\frac{\sec x [3x \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{tg} x - 3]}{(3x + 2)^2}$ h) $\sin x [2x - 1] + \cos x [x^2 + 1]$

i) $\frac{\sec x [1 + 2x \operatorname{tg} x]}{2\sqrt{x}}$ j) $-3 \sin x + 5 \sec x \operatorname{tg} x$ l) $\operatorname{cotg} x - x \operatorname{cosec}^2 x$

m) $4 \sec x \operatorname{tg} x - \operatorname{cosec}^2 x$ n) $2x + 3 \operatorname{tg} x + 3x \sec^2 x$ o) $\frac{2x - (x^2 + 1) \operatorname{tg} x}{\sec x}$

p) $-\frac{x(x + 1) \cos x + \sin x}{x^2 \sin^2 x}$

q) $\frac{1 + x \operatorname{cotg} x}{\operatorname{cosec} x}$

Exercício 3 :12. Calcule $f'(x)$.

a) $f(x) = x^2 e^x$

b) $f(x) = 3x + 5 \ln x$

c) $f(x) = e^x \cos x$

d) $f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$

Resposta:

a) $x e^x [2 + x]$ b) $3 + \frac{5}{x}$ c) $e^x [\cos x - \operatorname{sen} x]$ d) $\frac{2e^x}{[1 - e^x]^2}$

e) $2x \ln x + x + 2e^x$ f) $\frac{-x - \ln x - 1}{[x \ln x]^2}$ g) $5x [1 + 2 \ln x]$

h) $\frac{e^x [x - 1]^2}{(x^2 + 1)^2}$ i) $\frac{1 - \ln x}{x^2}$ j) $\frac{x e^x}{(x + 1)^2}$

Exercício 4: Determine f' , f'' e f''' .

a) $f(x) = 4x^4 + 2x$

b) $f(x) = \frac{1}{x}$

c) $f(x) = 5x^2 - \frac{1}{x^3}$

d) $f(x) = 3x^3 - 6x + 1$

Resposta:

a) $f'(x) = 16x^3 + 2, f''(x) = 48x^2$ e $f'''(x) = 96x$

b) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}, f''(x) = \frac{2}{x^3}$ e $f'''(x) = -\frac{6}{x^4}$

c) $f'(x) = 10x + \frac{3}{x^4}, f''(x) = 10 - \frac{12}{x^5}$ e $f'''(x) = 60x^{-6}$

d) $f'(x) = 9x^2 - 6, f''(x) = 18x$ e $f'''(x) = 18$

Exercício 5 (Composição de funções): Expresse cada uma das funções abaixo como a composta de duas funções $f(x)$ e $g(x)$.

45. $F(x) = (x^2 + 1)^{10}$

47. $G(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$

49. $u(t) = \sqrt{\cos t}$

Respostas:

45. $g(x) = x^2 + 1, f(x) = x^{10}$

47. $g(x) = x^2, f(x) = x/(x + 4)$

49. $g(t) = \cos t, f(t) = \sqrt{t}$

Exercício 6 (Composição de funções): Expresse cada uma das funções abaixo como a composta de três funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$.

51. $H(x) = 1 - 3^{x^2}$

53. $H(x) = \sec^4(\sqrt{x})$

Respostas:

51. $h(x) = x^2, g(x) = 3^x, f(x) = 1 - x$

53. $h(x) = \sqrt{x}, g(x) = \sec x, f(x) = x^4$

Exercício 7 (Regra da cadeia): Determine a derivada das funções:

a) $y = xe^{3x}$

e) $f(x) = e^{-x^2} + \ln(2x + 1)$

c) $y = e^{-x} \sin x$

f) $g(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}$

d) $y = e^{-2t} \sin 3t$

n) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

o) $y = \sqrt{x^2 + e^{\sqrt{x}}}$

p) $y = x \ln(2x + 1)$

Respostas:

a) $e^{3x}(1 + 3x)$ c) $e^{-x}(\cos x - \sin x)$

d) $e^{-2t}(3 \cos 3t - 2 \sin 3t)$ e) $-2xe^{-x^2} + \frac{2}{2x + 1}$ f) $\frac{4}{(e^t + e^{-t})^2}$

n) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ o) $\frac{4x\sqrt{x} + e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x^3 + xe^{\sqrt{x}}}}$ p) $\ln(2x + 1) + \frac{2x}{2x + 1}$

Exercício 8 (Regra da Cadeia envolvendo funções trigonométricas):

Ache $\frac{dy}{dx}$ se

- a) $y = \operatorname{tg} 3x$
 c) $y = \operatorname{cotg} x^2$
 e) $y = \sec x^3$
 g) $y = \operatorname{cosec} 2x$
 i) $y = \ln (\sec 3x + \operatorname{tg} 3x)$
 l) $y = (x^2 + \operatorname{cotg} x^2)^3$

Resposta:

- a) $3 \sec^2 3x$ b) $4 \sec 4x \operatorname{tg} 4x$ c) $-2x \operatorname{cosec}^2 x^2$
 d) $\sec^2 x \sec (\operatorname{tg} x) \operatorname{tg} (\operatorname{tg} x)$ e) $3x^2 \sec x^3 \operatorname{tg} x^3$ f) $2x \sec^2 x^2 e^{\operatorname{tg} x^2}$
 g) $-2 \operatorname{cosec} 2x \operatorname{cotg} 2x$ h) $x^2 [3 \operatorname{tg} 4x + 4x \sec^2 4x]$ i) $3 \sec 3x$
 j) $-e^{-x} \sec x^2 [1 - 2x \operatorname{tg} x^2]$ l) $6x (x^2 + \operatorname{cotg} x^2)^2 (1 - \operatorname{cosec}^2 x^2)$
 m) $2x [\operatorname{tg} 2x + x \sec^2 2x]$

Exercício 9: (Derivada implícita)

4. Expresse $\frac{dy}{dx}$ em termos de x e de y , onde $y = f(x)$ é uma função diferenciável dada implicitamente pela equação

- a) $x^2 - y^2 = 4$ j) $y + \ln (x^2 + y^2) = 4$
 c) $xy^2 + 2y = 3$ m) $2y + \operatorname{sen} y = x$
 i) $xe^y + xy = 3$
 l) $5y + \cos y = xy$

Resposta:

- a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ b) $\frac{dy}{dx} = -\frac{2xy - 1}{3y^2 + x^2}$ c) $\frac{dy}{dx} = -\frac{y^2}{2xy + 2}$
 d) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + 5y^4}$ e) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{4y}$ f) $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - y}{x + 3y^2}$
 g) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y + 1}$ h) $\frac{dy}{dx} = -\frac{2xy^3 + y}{3x^2y^2 + x}$ i) $\frac{dy}{dx} = -\frac{y + e^y}{xe^y + x}$
 j) $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{x^2 + y^2 + 2y}$ l) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{5 - \operatorname{sen} y - x}$ m) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2 + \cos y}$