

Lista 8 de Cálculo I
Data da entrega: 03/12/2019

Exercício 1 (Substituição trigonométrica) Calcule:

1. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{4-x^2}}$
3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}$
5. $\int \frac{dx}{x\sqrt{25-x^2}}$
7. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}$
11. $\int \frac{dx}{(4x^2-9)^{3/2}}$
13. $\int \frac{2 dt}{t\sqrt{t^4+25}}$

Respostas:

1. $-\frac{\sqrt{4-x^2}}{4x} + C$
3. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x} \right| + C$
5. $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{5-\sqrt{25-x^2}}{x} \right| + C$
7. $\ln|x + \sqrt{x^2-a^2}| + C$
9. $\frac{1}{4} \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{2}x - \frac{x}{2(x^2+4)} + C$
11. $-\frac{x}{9\sqrt{4x^2-9}} + C$
13. $\frac{1}{5} \ln \left(\frac{\sqrt{t^4+25}-5}{t^2} \right) + C$
15. $\ln|x+2 + \sqrt{4x+x^2}| + C$
17. $\frac{x+2}{9\sqrt{5-4x-x^2}} + C$
19. $\frac{\operatorname{tg} x}{4\sqrt{4-\operatorname{tg}^2 x}} + C$
21. $\frac{1}{3} \sqrt{\ln^2 w - 4(8 + \ln^2 w)} + C$
23. $-\frac{e^t+4}{9\sqrt{e^{2t}+8e^t+7}} + C$

Exercício 2 (Integral definida) Calcule:

25. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$
27. $\int_0^1 \operatorname{sen}^4 \frac{1}{2} \pi x dx$
29. $\int_0^2 x e^{2x} dx$
31. $\int_0^{\pi/4} e^{3x} \operatorname{sen} 4x dx$

Respostas:

25. $\frac{2}{3}$
27. $\frac{3}{8}$
29. $\frac{1}{4}(3e^4 + 1)$
31. $\frac{4}{25}(e^{3\pi/4} + 1)$

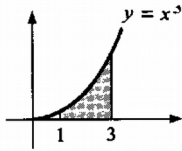
Exercício 3 Nos exercícios a seguir, desenhe o conjunto A e dado e calcule a área.

1. A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 1$, $x = 3$, pelo eixo Ox e pelo gráfico de $y = x^3$.
3. A é o conjunto de todos (x, y) tais que $x^2 - 1 \leq y \leq 0$.
7. A é o conjunto do plano limitado pela reta $y = 0$ e pelo gráfico de $y = 3 - 2x - x^2$, com $-1 \leq x \leq 2$.
9. A é o conjunto do plano limitado pelo eixo Ox , pelo gráfico de $y = x^3 - x$, $-1 \leq x \leq 1$.
12. A é o conjunto de todos (x, y) tais que $x \geq 0$ e $x^3 \leq y \leq x$.
13. A é o conjunto do plano limitado pela reta $y = x$, pelo gráfico de $y = x^3$, com $-1 \leq x \leq 1$.
15. A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ e pelos gráficos de $y = \operatorname{sen} x$ e $y = \cos x$.
17. A é o conjunto de todos os pontos (x, y) tais que $x^2 - 1 \leq y \leq x + 1$.

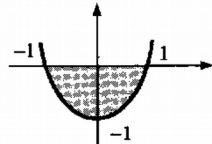
18. A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ e pelos gráficos de $y = \cos x$ e $y = 1 - \cos x$.
19. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0 \text{ e } x^3 - x \leq y \leq -x^2 + 5x\}$.
21. A é o conjunto de todos os pontos (x, y) tais que $x \geq 0$ e $-x \leq y \leq x - x^2$.
22. A é o conjunto de todos (x, y) tais que $x > 0$ e $\frac{1}{x^2} \leq y \leq 5 - 4x^2$.

Respostas:

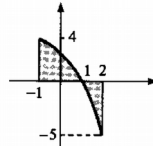
1. Área = 20



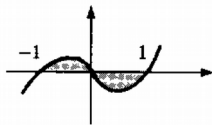
3. Área = $\frac{4}{3}$



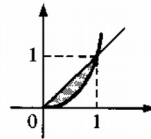
7. Área = $\frac{23}{3}$



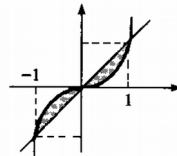
9. Área = $\frac{1}{2}$



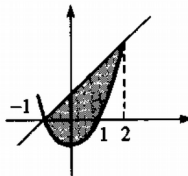
12. Área = $\frac{1}{4}$



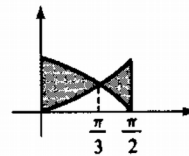
13. Área = $\frac{1}{2}$



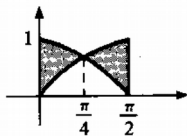
17. Área = $\frac{9}{2}$



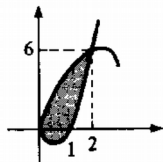
18. Área = $\frac{1}{6} (12\sqrt{3} - \pi - 12)$



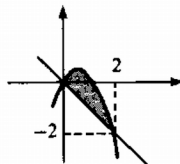
15. Área = $2(\sqrt{2} - 1)$



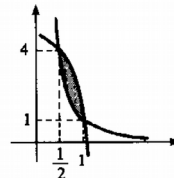
19. Área = $\frac{16}{3}$



21. Área = $\frac{4}{3}$



22. Área = $\frac{1}{3}$



Exercício 4 (Integração por frações parciais) Calcule:

1. $\int \frac{dx}{x^2 - 4}$

3. $\int \frac{5x - 2}{x^2 - 4} dx$

5. $\int \frac{4w - 11}{2w^2 + 7w - 4} dw$

7. $\int \frac{6x^2 - 2x - 1}{4x^3 - x} dx$

9. $\int \frac{dx}{x^3 + 3x^2}$

13. $\int \frac{x^2 - 3x - 7}{(2x + 3)(x + 1)^2} dx$

11. $\int \frac{dx}{x^2(x + 1)^2}$

15. $\int \frac{3z + 1}{(z^2 - 4)^2} dz$

Respostas:

$$\begin{aligned}
& 1. \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C \quad 3. \ln |C(x-2)^2(x+2)^3| \quad 5. \ln \left| \frac{C(w+4)^3}{2w-1} \right| \quad 7. \frac{1}{4} \ln \left| \frac{Cx^4(2x+1)^3}{2x-1} \right| \quad 9. \frac{1}{9} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| - \frac{1}{3x} + C \\
& 11. 2 \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + C \quad 13. \frac{3}{x+1} + \ln|x+1| - \frac{1}{2} \ln|2x+3| + C \\
& 15. \frac{5}{16(z+2)} - \frac{7}{16(z-2)} + \frac{1}{32} \ln \left| \frac{z+2}{z-2} \right| + C \quad 17. \frac{1}{2} x^2 + 2x - \frac{3}{x-1} - \ln|x^2+2x-3| + C
\end{aligned}$$

Exercício 5 (Integral definida) Calcule:

$$\begin{aligned}
& 63. \int_0^\pi \sqrt{2+2\cos x} \, dx & 71. \int_0^{\pi/4} \sec^4 x \, dx \\
& 65. \int_1^2 \frac{2x^2+x+4}{x^3+4x^2} \, dx & 81. \int_1^2 \frac{x+2}{(x+1)^2} \, dx \\
& 67. \int_0^2 \frac{t^3 \, dt}{\sqrt{4+t^2}} & 83. \int_0^\pi |\cos^3 x| \, dx \\
& 69. \int_{-2}^{2\sqrt{3}} \frac{x^2 \, dx}{(16-x^2)^{3/2}} & 87. \int_0^{1/2} \frac{x \, dx}{\sqrt{1-4x^4}}
\end{aligned}$$

Respostas:

$$\begin{aligned}
& 61. \begin{cases} \frac{x^{n+1} \ln x}{n+1} - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} + C & \text{se } n \neq -1 \\ \frac{1}{2} \ln^2 x + C & \text{se } n = -1 \end{cases} & 63. 4 & 65. \frac{1}{2} + 2 \ln \frac{6}{5} & 67. \frac{16}{3} - \frac{8}{3}\sqrt{2} & 69. \frac{4}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\pi & 71. \frac{4}{3} \\
& 73. \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \ln 2 & 75. -a^2(\frac{9}{8}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\pi) & 77. \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} - \frac{1}{6}\pi & 79. 5 & 81. \frac{1}{6} + \ln \frac{3}{2} & 83. \frac{4}{3} & 85. 1 - \frac{1}{2} \ln 3 & 87. \frac{1}{24}\pi \\
& 89. \sqrt{3} - \frac{1}{2} \ln(2 + \sqrt{3}) & 91. \frac{1}{5} \ln \frac{3}{2} & 93. \frac{256}{15} & 95. \frac{1}{3} k(1 - e^{-9}) \text{ kg; } \frac{e^9 - 10}{3(e^9 - 1)} \text{ m de um extremo}
\end{aligned}$$

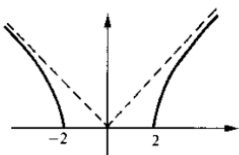
Exercício 6: Nos itens 1, 2, 3 e 4 a seguir, esboce o gráfico da função f a partir das informações dadas.

- $D(f) = [2, +\infty) \cup (-\infty, -2]$
 - $f(2) = f(-2) = 0$
 - $f'(x) > 0$ para $x \in (2, +\infty)$
 - $f'(x) < 0$ para $x \in (-2, -\infty)$
 - $f''(x) < 0$ para $x \in (2, +\infty)$
 - $f''(x) < 0$ para $x \in (-2, -\infty)$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 5x) = 0$
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = 0$
- $D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
 - $f(0) = 0, f'(-2) = 0, f'(0) = 0$ e $f(-2) = -5$
 - $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$
 - $f'(x) < 0 \quad \forall x \in (-2, -1) \cup (-1, 0)$
 - $f''(x) < 0$ para $x \in (-\infty, -1)$
 - $f''(x) > 0$ para $x \in (-1, +\infty)$
 - $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$

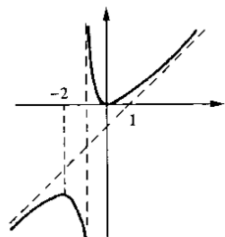
3. (a) $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ (e) $f''(x) < 0$ para $x \in (3, +\infty)$
 (b) $f(-2) = 0, f'(1) = 0, f''(3) = 0, f(1) = 1$ e $f(3) = 2$ (f) $f''(x) > 0$ para $x \in (-\infty, 0) \cup (0, 3)$
 (c) $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ (g) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$
 (d) $f'(x) < 0 \quad \forall x \in (0, 1)$ (h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$
 (i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$
4. (a) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -0.5 \text{ e } x \neq 2\}$ (e) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$
 (b) $f(0) = 0, f'(-4) = 0, f'(0) = 0, f(1) = 1$ e $f(-4) = 0.5$ (f) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$
 (c) $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-4, -0.5) \cup (-0.5, 0)$ (g) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$
 (d) $f'(x) < 0 \quad \forall x \in (-\infty, -4) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$ (h) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$
 (i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
 (j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

Respostas:

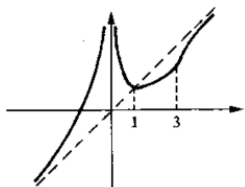
1.



2.



3.



4.

