

Disciplina: Cálculo I **Código:** CM301 **Turma:** D **Semestre letivo:** 2019/2

Professor: Roberto Ribeiro Santos Junior **Data:** 31/10/19

Aluna(o):

- É proibido o uso de qualquer equipamento eletrônico (celular, calculadora, etc).
- A avaliação é individual e sem consulta a qualquer tipo de material.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- A organização na exposição dos argumentos também é um critério de avaliação.

Prova 2

1. (2 pontos) Calcule a derivada das funções:

(a) $f(t) = \sqrt[3]{t^2 + 3} + e$

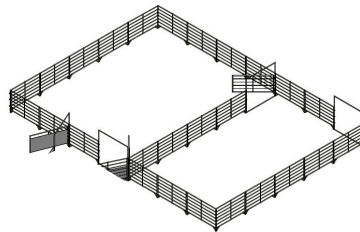
(b) $f(x) = e^{2x} \operatorname{sen} x$

(c) $h(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(3x)$

(d) $f(x) = \frac{x^3}{1 - x^2}$.

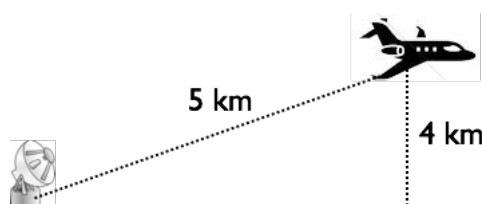
2. (0,5 ponto) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}$.

3. (2 pontos) Um fazendeiro dispõe de 400 metros de cercado para construir um curral cujo esboço é apresentado abaixo.



O fazendeiro quer dar aos seus animais o máximo de espaço possível usando o comprimento de cercado que ele tem a disposição. Além disso, ele deseja que o curral seja dividido em dois retângulos iguais. Qual deve ser as dimensões do curral?

4. (1,5 ponto) Um avião voa horizontalmente a uma altura de 4 km em relação ao solo, a 900 km/h , e passa diretamente sobre uma estação de radar. Encontre a taxa segundo a qual a distância do avião até a estação está crescendo quando ele está a 5 km da estação.



5. (4 pontos) Dada a função

$$f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}.$$

Faça o seguinte:

- (a) (0,4 ponto) Você calculou na questão 1d a derivada desta função. Se você fez tudo certo, encontrou que $f'(x) = \frac{3x^2 - x^4}{(1-x^2)^2}$. Agora, mostre que

$$f''(x) = \frac{2x^3 + 6x}{(1-x^2)^3}.$$

(b) (0,15 ponto) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(e) (0,15 ponto) Calcule $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

(c) (0,15 ponto) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(f) (0,15 ponto) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(d) (0,15 ponto) Calcule $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

(g) (0,15 ponto) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(h) (0,3 ponto) Determine os intervalos nos quais $f'(x) > 0$ e $f'(x) < 0$, respectivamente.

(i) (0,3 ponto) Determine os intervalos nos quais $f''(x) > 0$ e $f''(x) < 0$, respectivamente.

(j) (0,15 ponto) Determine o domínio de f .

(k) (0,15 ponto) Ache os pontos onde o gráfico de f intersecta o eixo y e os pontos onde o gráfico de f intersecta o eixo x .

(l) (0,2 ponto) Determine os pontos críticos de f .

(m) (0,3 ponto) Determine para quais pontos críticos f possui um valor máximo local ou um valor mínimo local. Além disso, identifique os pontos críticos nos quais f não tem um extremo relativo.

(n) (0,3 ponto) Determine os intervalos nos quais f é crescente e decrescente, respectivamente.

(o) (0,2 ponto) Determine os pontos nos quais o gráfico é côncavo para cima e para baixo, respectivamente.

(p) (0,15 ponto) Determine os pontos de inflexão de f .

(q) (0,15 ponto) Escreva a equação das assíntotas horizontais e verticais, caso existam.

(r) (0,5 ponto) Esboce o gráfico de f .

Tabela de derivadas:

• $[u^r]' = r u^{r-1}, \forall r \in \mathbb{R}$

• $[e^u]' = e^u$

• $[\text{sen } u]' = \cos u$

• $[\text{tg } u]' = \sec^2 u$

• $[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

• $[f(g(x))]' = f'(g(x))g'(x)$

• $\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$