ERHA 7039
Princípios da Modelagem e Controle da Qualidade da Água Superficial

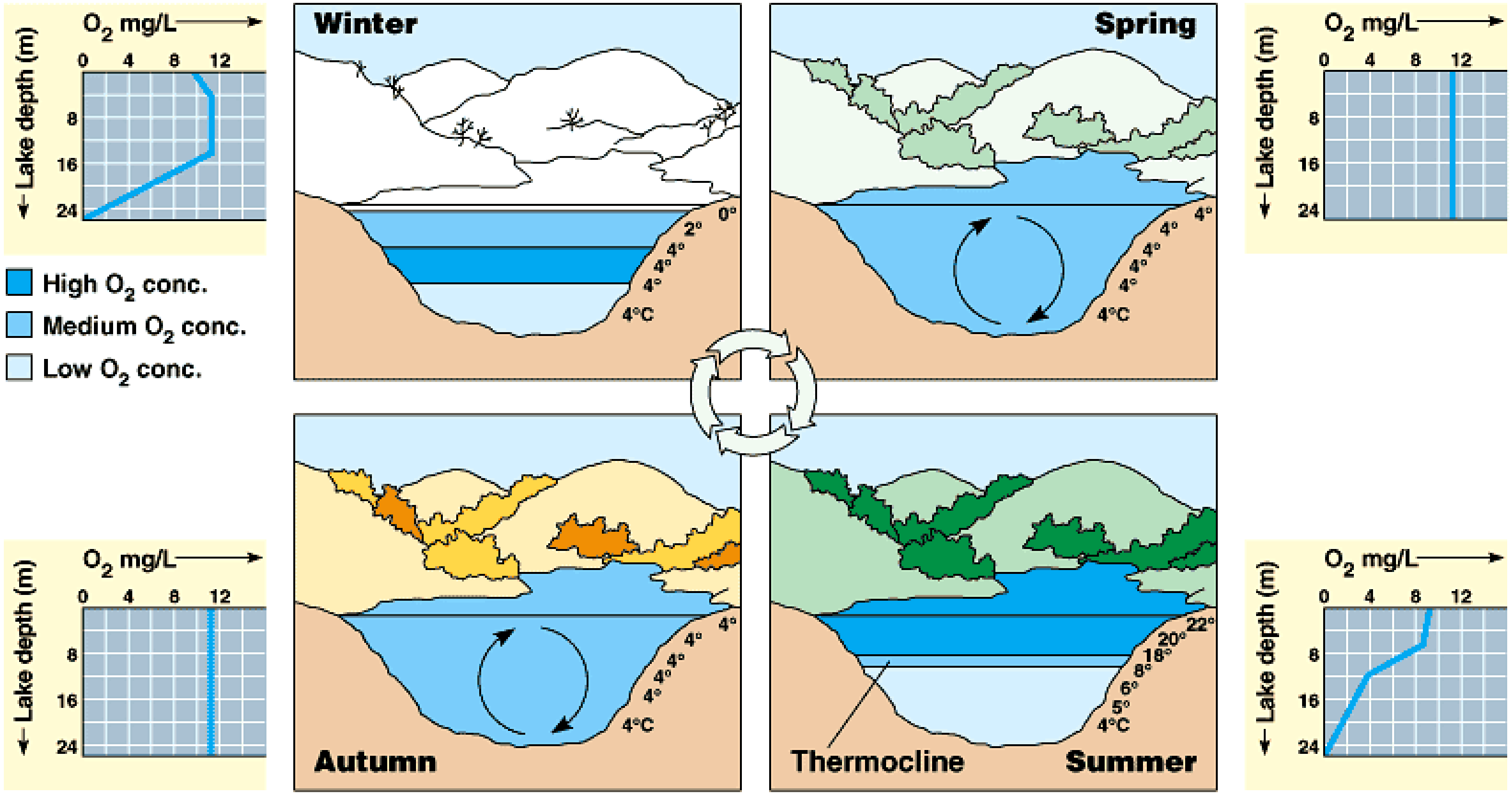
REGINA TIEMY KISHI

http://www.ufpr.br/~rtkishi.dhs/ERHA7039

9 – Sistema Completamente Misturado

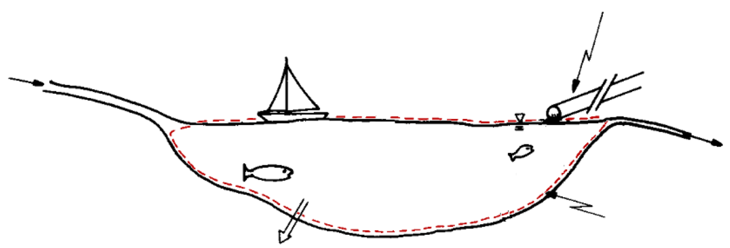
Introdução

Estratificação

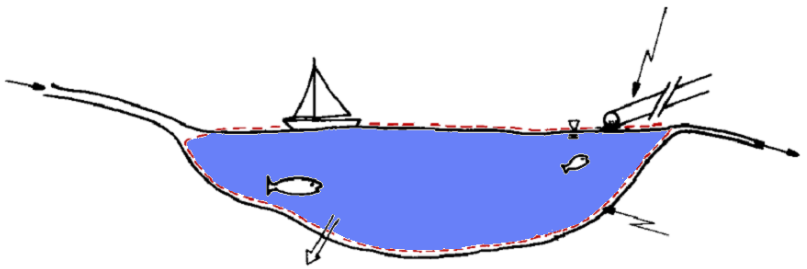


Sistema completamente misturado

Sistema hipotético: Lago completamente misturado



Substância:
- suficientemente bem misturada
- uniformemente distribuída



Processos que estão ocorrendo
- Físicos
- Químicos
- Biológicos

Processos ocorrendo do ecossistema aquático

Físicos

- Diluição
- Sedimentação
- Transferência de gases (volatilização)

Químicos

- Oxidação química
- Fotólise
- Hidrólise
- Ionização, complexação e precipitação

Biológicos

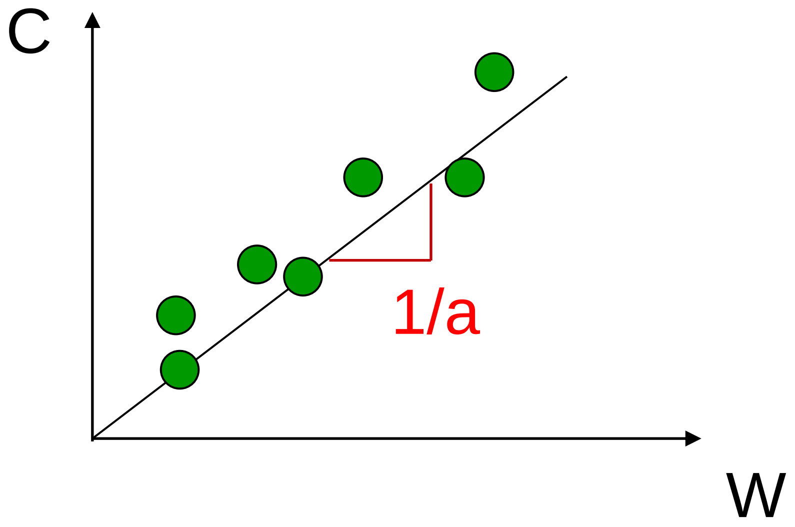
- Biodegradação/Crescimento de organismos
- Bioacumulação

A - Modelos empíricos

Aproximações baseadas em dados

Série de dados: (C,W)

Técnicas de Regressão



$$C = \frac{1}{a} W$$

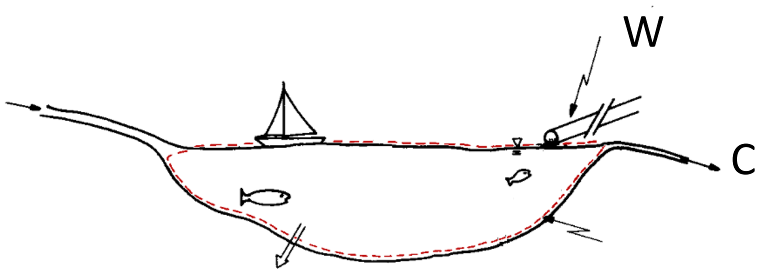
Fator de assimilação

C=f(W, corpo receptor)

Processos físicos, químicos e biológicos

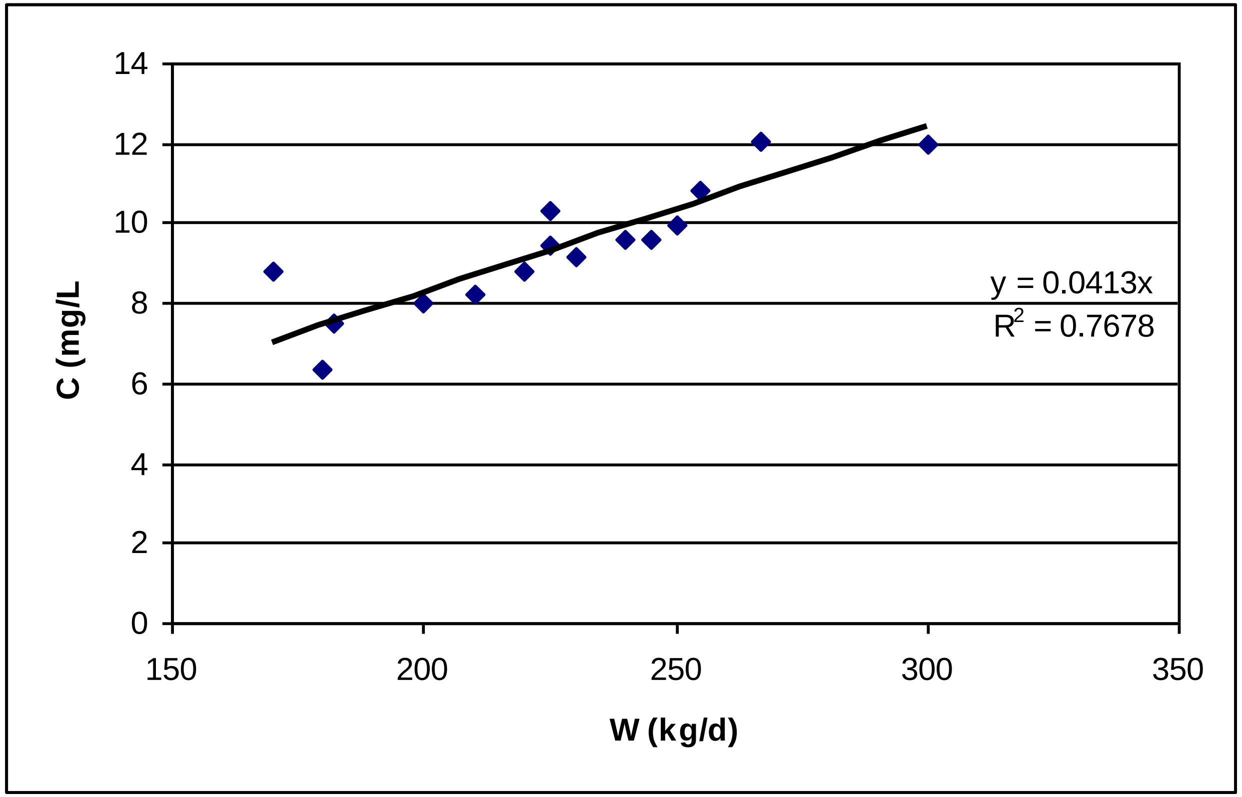
Exercício 1

Foram medidas as cargas entrando num lago completamente misturado e a concentração na saída do lago. Ajuste um modelo a esses dados e faça uma análise da capacidade assimilativa (mecanismo de remoção) do lago.



W (kg/d)	C (mg/L)
170	8.83
180	6.34
182	7.54
200	7.98
210	8.22
220	8.78
225	10.34
225	9.43
230	9.18
240	9.58
245	9.59
250	9.98
255	10.83
267	12.07
300	11.98

Solução



$$a = \frac{1}{0{,}0413} L/d$$

a=24213 m^3/d

Exercício 2

Um lago apresenta uma concentração de 8μg/L para uma carga total de fósforo de 6950000 kg/a. Considerando um sistema completamente misturado, determine:

a) o fator de assimilação do lago (km^3/ano)

b) quanto deve ser reduzida a carga de fósforo para que a concentração do lago seja igual a 5 μg/L.

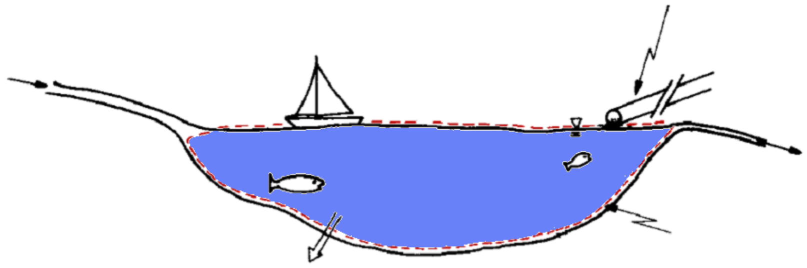
Resposta:

a) 868,75 km^3/ano
b) 4.343.750 kg/ano (redução de 37,5%)

B - Modelos de simulação

Sistema hipotético

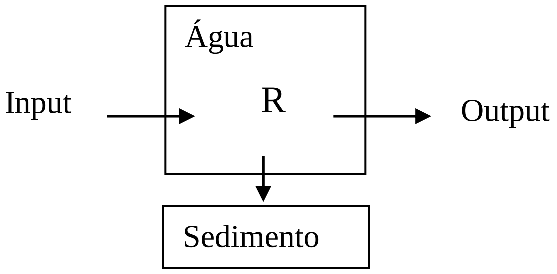
Lago completamente misturado



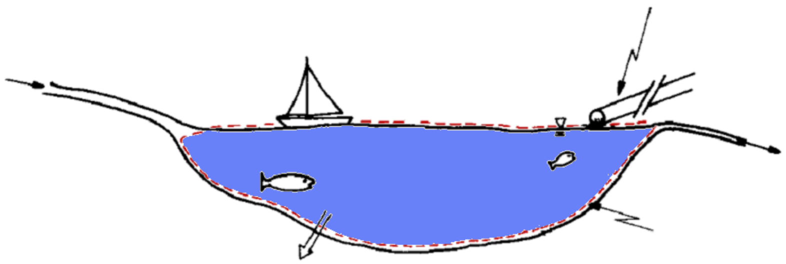
Supondo neste caso:

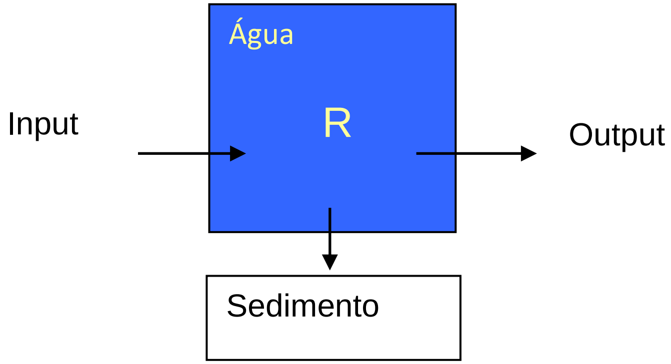
Processos significativos que estão ocorrendo

- Reação
- Sedimentação



Balanço de massa

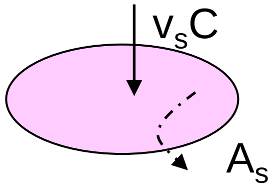




Massa = Massa entra - Massa sai

Acumulação = Fluxo de massa entrando - Fluxo de massa saindo +/- Reações - Sedimentação

Equação do balanço de massa

Acumulação	=	Fluxo de massa entrando	-	Fluxo de massa saindo	+/-	Reações	-	Sedimentação
Mudança de massa M no sistema ao longo do tempo $\frac{\Delta M}{\Delta t} = V \frac{\Delta C}{\Delta t}$		Carga externa. Como sistema completamente misturado: Σcargas entrando no sistema		Taxa de massa que sai do sistema: $Q_{out}C_{out}$ Mistura completa: $C_{lago} = C_{out} = C$		Supondo estar ocorrendo reações de primeira ordem de redução de poluente $kM = kCV$		Fluxo de massa através da área de interface sedimento-água 

$$V\frac{dC}{dt} = W(t) - QC - kCV - \overbrace{v_s C}^{\text{Fluxo}} A_s$$

Sistema completamente misturado

$$V\frac{dC}{dt} = W(t) - QC - kVC - v_s A_s C$$

1 – Condição permanente (Steady-state)

$$\frac{dC}{dt} = 0$$

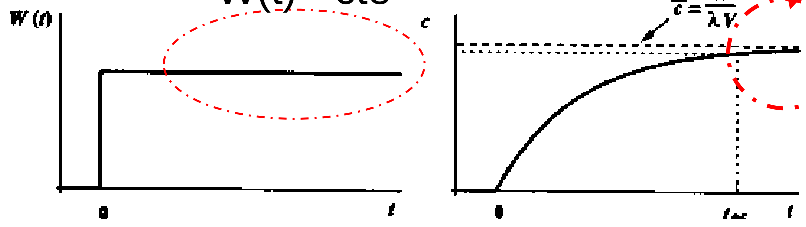
2 – Condição não permanente (variação temporal)

$$\frac{dC}{dt} \neq 0$$

1 – Condição permanente (Steady-state) $\frac{dC}{dt} = 0$

O sistema atinge esta condição se o sistema é sujeito a uma carga W constante por um período suficientemente longo.

W(t)= cte



Em termos matemáticos, isso significa que a **acumulação é nula**:

$$\frac{dC}{dt} = 0$$

$$V\frac{dC}{dt} = W(t) - QC - kVC - v_s A_s C$$

$$C = \frac{W}{Q + kV + v_s A_s}$$

$$C = \frac{1}{a}W$$

a = fator de assimilação

Função de transferência

Especifica como as "entradas" no sistema são transformadas para fornecer a "saída".

$$\beta = \frac{C}{C_{in}}$$

$$C = \frac{W}{Q + kV + v_s A_s}$$

$$W = QC_{in} \Rightarrow C_{in} = \frac{W}{Q}$$

$$\beta = \frac{Q}{Q + kV + v_s A_s}$$

Mecanismo de remoção do lago (Capacidade assimilativa)

$\beta << 1$ ⟶ Alta

$\beta \rightarrow 1$ ⟶ Mínima

Tempo de residência

Representa o tempo médio de permanência da substância no sistema.

Para uma situação em steady-state e volume constante, o tempo de residência é dado por (Stumm & Morgan, 1981, citado em Chapra, 1997):

$$t_{r,E} = \frac{E}{\left| dE/dt \right|_{\pm}}$$

E → quantidade da substância E num det. volume (M ou ML^{-3})

$\left| dE/dt \right|_{\pm}$ → valor absoluto dos ganhos ou das perdas (MT^{-1} ou $ML^{-3}T^{-1}$)

Tempo de residência do poluente

Considerando:

$$C = \frac{M}{V} \Rightarrow M = VC$$

E módulo das perdas:

$$(V\frac{dC}{dt} = W(t) \underbrace{- QC - kVC - v_s A_s C}\,)$$

$$\left|\frac{dM}{dt}\right| = QC + kVC + v_s A_s C$$

$$t_{r,E} = \frac{E}{\left|dE/dt\right|_{\pm}}$$

$$t_{r,P} = \frac{VC}{QC + kVC + v_s A_s C}$$

$$t_{r,P} = \frac{V}{Q + kV + v_s A_s}$$

Tempo de residência da água no lago

Aplicando a equação $t_{r,E} = \frac{E}{\left| dE/dt \right|_{\pm}}$ para o tempo de residência da água no lago:

- A quantidade de água no lago é equivalente ao seu volume, dado que a densidade da água é aproximadamente 1g/cm^3.

- A "perda" de água do lago pode ser medida através da vazão de saída (assumindo evaporação=precipitação).

$$\boxed{t_{r,água} = \frac{V}{Q}}$$

2 - Condição não permanente (variação temporal)

Voltando a equação resultante do balanço de massa:

$$\frac{dC}{dt} \neq 0$$

$$V\frac{dC}{dt} = W(t) - QC - kVC - v_s A_s C$$

Dividindo pelo volume V: $$\frac{V}{V}\frac{dC}{dt} = \frac{W(t)}{V} - \frac{QC}{V} - \frac{kVC}{V} - \frac{v_s A_s C}{V}$$

E considerando: $$A_s = A_{lago} = \frac{V}{h}$$

h → Profundidade média do lago

$$\frac{dC}{dt} = \frac{W(t)}{V} - \underbrace{\left(\frac{Q}{V} + k + \frac{v_s}{h}\right)}_{\lambda} C \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dC}{dt} + \lambda C = \frac{W(t)}{V}}$$

$$\lambda = \frac{Q}{V} + k + \frac{v_s}{h}$$

$$\boxed{\frac{dC}{dt} + \lambda C = \frac{W(t)}{V}}$$

Duas situações

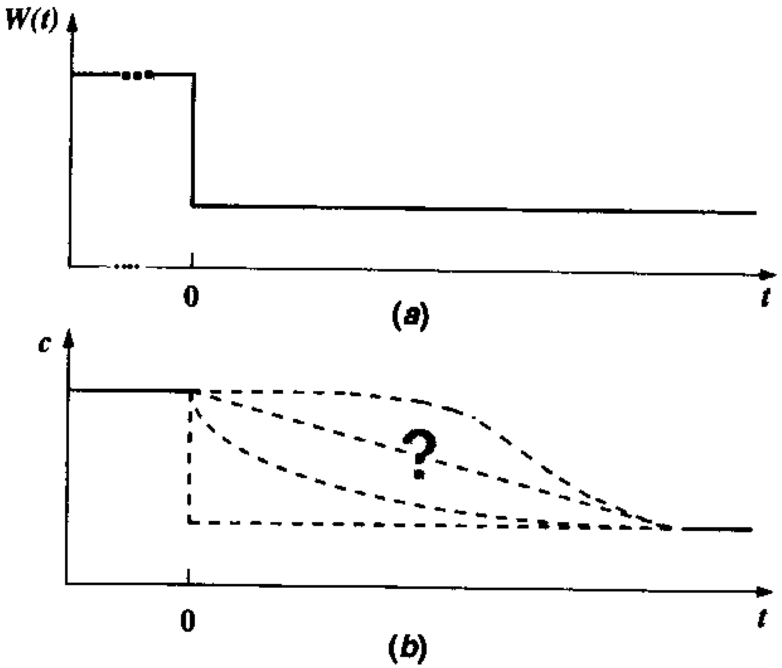
$W(t) = 0$	$W(t) \neq 0$
As cargas de poluente cessaram.	Existe entrada de poluente no sistema

Cargas externas cessaram

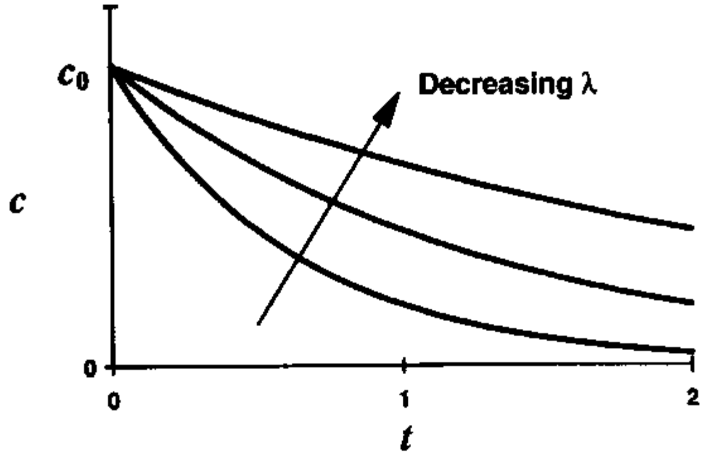
W(t) = 0

$$\frac{dC}{dt} + \lambda C = \frac{W(t)}{V} \quad \Rightarrow \quad \frac{dC}{dt} + \lambda C = 0$$

$$C = C_0 e^{-\lambda t}$$



(*a*) A waste load reduction along with (*b*) four possible recovery scenarios for concentration.

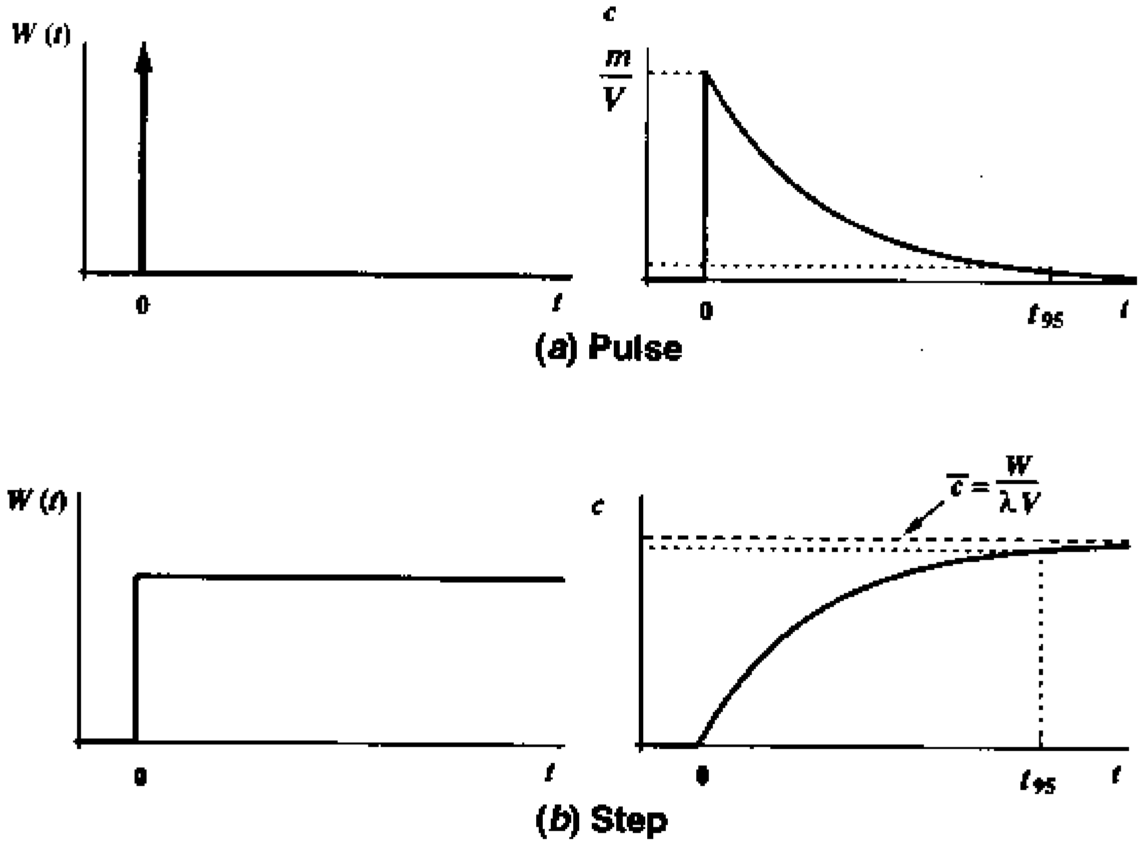


The temporal response of our well-mixed lake model following the termination of all loadings at $t = 0$.

Cargas Externas $\neq$ 0

W(t) $\neq$ 0

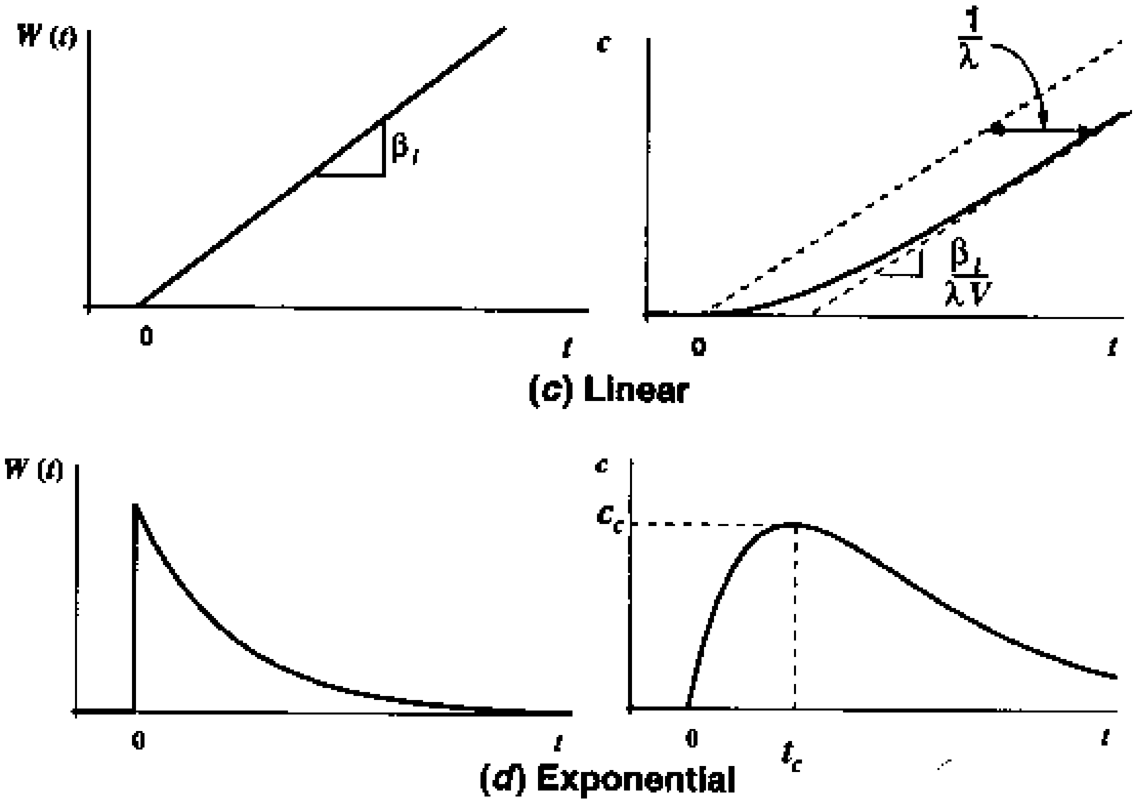
$$\frac{dC}{dt} + \lambda C = \frac{W(t)}{V}$$



Cargas Externas ≠ 0

W(t) ≠ 0

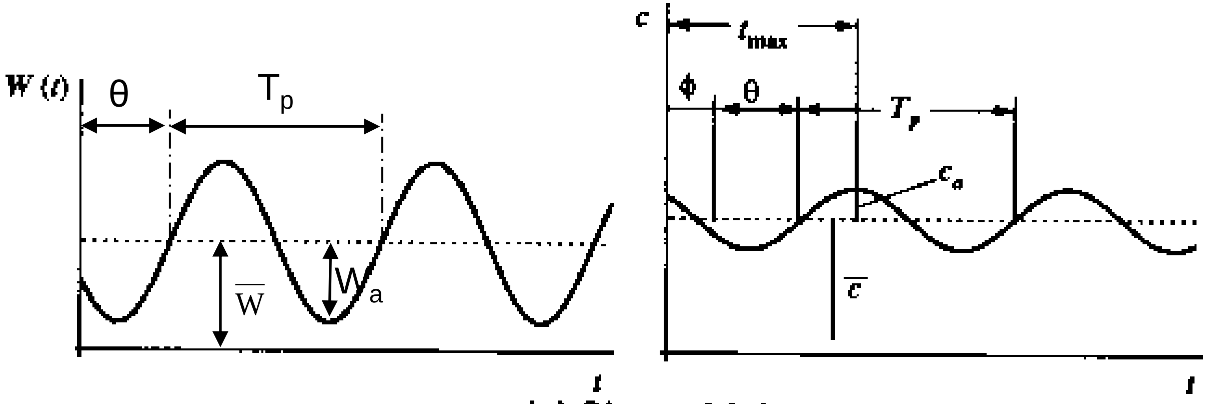
$$\frac{dC}{dt} + \lambda C = \frac{W(t)}{V}$$



Cargas Externas $\neq 0$

W(t) $\neq$ 0

$$\frac{dC}{dt} + \lambda C = \frac{W(t)}{V}$$



(e) Sinusoidal

Exercício 3

Um lago completamente misturado:

- Volume = 55000 m^3
- Profundidade média = 2 m
- T = 25°C

Descarga da fábrica: 60 kg/d

Rio afluente: C=12mg/L

Fluxo de massa através da atmosfera: 0,7 $g/m^2/d$

Substância possui coeficiente de decaimento: 0,25/d a 20°C e θ=1,05 (reação de 1ª. Ordem)

$Q_{in}=Q_{out}=7500\ m^3/d$

$Q_{rio} >> Q_{fábrica} >> Q_{atmosfera}$

Pede-se:

- Faça um esquema do lago e suas entradas, processos, equacionando o balanço de massa.
- Qual a concentração da substância no lago, estando o sistema em condições permanentes?
- Comentar os ganhos e perdas do sistema.
- Determinar o fator de assimilação. Discutir sobre o potencial de assimilação do lago.
- Determinar o tempo de residência da substância e comparar com o tempo de residência da água
- Considerar que todas as cargas cessaram ao mesmo tempo e determine em quanto tempo o lago terá sua concentração reduzida de 90%. Mostre graficamente a remoção temporal da substância. Mostre graficamente a remoção temporal da substância.