CM098 - Análise Numérica III
Lista de Exercícios 4

1. Determine se o PVC a seguir possui uma única solução:

$$\begin{cases} x''(t) = -4x(t) \\ x(0) = 1 \\ x(\pi/2) = 2 \end{cases}$$

2. Determine se o PVC a seguir possui uma única solução:

$$\begin{cases} x''(t) = \cos(t\,x(t)) \\ x(0) = 1 \\ x(1) = 4 \end{cases}$$

3. Seja $x(t)$ uma função de classe C^3 e considere uma malha uniforme do intervalo $[a, b]$ definida pelos pontos $t_n = a + n\,h$. Mostre que

$$x''(t_n) = \frac{3x(t_{n-2}) - 5x(t_n) + 2x(t_{n+3})}{15h^2} + \mathcal{O}(h).$$

4. Escreva o sistema linear $Ax = b$ correspondente ao método de diferenças finitas para o problema de valores de contorno

$$\begin{cases} 2x''(t) + 4x(t) = t^2, \quad t \in]0, 3[\\ x(0) = x(3) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

considerando uma malha uniforme com $N = 3$ intervalos, e utilizando a seguinte fórmula de diferenças finitas para $x''(t_n)$:

$$x''(t_n) \approx \frac{x(t_{n-1}) - 2x(t_n) + x(t_{n+1})}{h^2}. \tag{2}$$

5. Escreva o sistema linear $Ax = b$ correspondente ao método de diferenças finitas para

$$\begin{cases} x''(t) = u(t) + v(t)x(t) + w(t)x'(t), \quad t \in]a, b[\\ x(a) = 0 \\ x'(b) = 1 \end{cases}$$

considerando uma malha uniforme do intervalo $[a, b]$ com N intervalos (N qualquer). Utilize a fórmula de diferenças finitas (2) para $x''(t_i)$ e a seguinte fórmula para $x'(t_n)$:

$$x'(t_n) \approx \frac{x(t_n) - x(t_{n-1})}{h}.$$