CM201 - Cálculo Diferencial e Integral I - Geologia
Lista de Exercícios 1

1. Calcule os cinco primeiros termos e indique o limite das seguintes sequências:

(a) $a_n = \frac{n}{n+1}$

(b) $a_n = \frac{n+2}{n+1}$

(c) $a_n = \frac{1}{n+1} - n$

2. Sabendo que $a_n \rightarrow L$ e $a_{n-1} \rightarrow L$ com $L \neq 0$, indique o limite L da sequência

$$a_n = \frac{2a_{n-1}}{3} + \frac{1}{a_{n-1}}.$$

3. Faça o gráfico das funções $f(x) = 3x + 2$ e $g(x) = -2x + 3$. Qual função é crescente e qual é decrescente?

4. Faça o gráfico da função $f(x) = 1/x^2$ e identifique para quais valores de x a função $f(x)$ é crescente, e para quais valores $f(x)$ é decrescente.

5. Existem funções que não são pares nem ímpares, como $g(x) = x^2 + x + 1$ (por exemplo, $g(1) = 3$ e $g(-1) = 1$, logo $g(-x) \neq g(x)$ e $g(-x) \neq -g(x)$). Entretanto, **qualquer** função pode ser escrita como a soma de uma função par com uma função ímpar:

$$f(x) = \frac{f(x) + f(x)}{2} = \frac{f(x) + f(-x) - f(-x) + f(x)}{2} = \frac{f(x) + f(-x)}{2} + \frac{f(x) - f(-x)}{2},$$

ou seja, $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$, sendo que $f_1(x) = (f(x) + f(-x))/2$ é uma função par e $f_2(x) = (f(x) - f(-x))/2$ é uma função ímpar. Encontre as funções $g_1(x)$ e $g_2(x)$ tais que a função $g(x)$ acima seja escrita na forma

$$g(x) = g_1(x) + g_2(x), \quad g_1(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}, \quad g_2(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2},$$

e faça os gráficos de $g_1(x)$ e $g_2(x)$

6. Identifique se cada função a seguir é par, ímpar, ou nem par nem ímpar.

- $f(x) = x^2 + 1$
- $f(x) = x^2 + x$
- $f(x) = x^3 + x$

7. A relação de Gardner entre a densidade ρ (g/cm^3) de uma rocha sedimentar e a velocidade da onda compressional v (Km/s) é dada pela função potência

$$\rho(v) = cv^{1/4}$$

sendo c uma constante que depende do tipo de litologia. Sabendo que $c = 1,75$ para o arenito e $c = 1,50$ para o calcário, encontre a densidade destas rochas no caso em que $v=2$ Km/s . Este exemplo mostra que podem existir rochas distintas com a mesma velocidade, mas densidades diferentes.

8. Faça o gráfico das funções $f(x) = x/2$ e $g(x) = \sqrt{x}$, e identifique para quais valores de x é verdade que $f(x) < g(x)$, ou seja,

$$\frac{x}{2} < \sqrt{x}.$$