Universidade Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação em Geologia

GEOL7048: Tópicos Especiais em Geologia Exploratória II

Métodos semiquantitativos

Saulo P. Oliveira

Departamento de Matemática, Universidade Federal do Paraná

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Aula 11

- Segunda derivada vertical

Segunda derivada vertical

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x_i, y_i, z_i) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(x_i, y_i, z_i + \Delta z) - f(x_i, y_i, z_i)}{\Delta z}$$

Segunda derivada vertical

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{2\Delta z}$$

Segunda derivada vertical

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{2\Delta z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - 2f(x_i, y_i, H) + f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{\Delta z^2}$$

Segunda derivada vertical

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{2\Delta z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - 2f(x_i, y_i, H) + f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{\Delta z^2}$$

Dificuldade: podemos não conhecer $f(x, y, H \pm \Delta z)$

Segunda derivada vertical

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{2\Delta z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - 2f(x_i, y_i, H) + f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{\Delta z^2}$$

Dificuldade: podemos não conhecer $f(x, y, H \pm \Delta z)$

Suposição: se $f(x, y, z)$ satisfaz $\Delta f = 0$, ou seja,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x, y, z) = 0$$

Segunda derivada vertical

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{2\Delta z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x_i, y_i, H) \approx \frac{f(x_i, y_i, H + \Delta z) - 2f(x_i, y_i, H) + f(x_i, y_i, H - \Delta z)}{\Delta z^2}$$

Dificuldade: podemos não conhecer $f(x, y, H \pm \Delta z)$

Suposição: se $f(x, y, z)$ satisfaz $\Delta f = 0$, ou seja,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x, y, z) = 0$$

Assim,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x, y, z) = -\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y, z) - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y, z)$$

Segunda derivada vertical

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x, y, z) = -\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y, z) - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y, z)$$

Segunda derivada vertical

$$\texttt{d2zf}_{i,j} \texttt{ = -d2xf}_{i,j} \texttt{ - d2yf}_{i,j}$$

Segunda derivada vertical

$$\texttt{d2zf}_{i,j} \texttt{ = -d2xf}_{i,j} \texttt{ - d2yf}_{i,j}$$

```
d2xf = ( f(2:end-1,3:end) - 2*f(2:end-1,2:end-1) +
f(2:end-1,1:end-2) )/dx^2;
```

```
d2yf = ( f(3:end,2:end-1) - 2*f(2:end-1,2:end-1) +
f(1:end-2,2:end-1) )/dy^2;
```

```
d2zf = -d2xf - d2yf
```

Segunda derivada vertical

$$\texttt{d2zf}_{i,j} = \texttt{-d2xf}_{i,j} - \texttt{d2yf}_{i,j}$$

```
[m,n]=size(f);
Iy = 2:(m-1); Ix = 2:(n-1);
X = x(Iy,Ix); Y = y(Iy,Ix);

d2xf = ( f(Iy,Ix+1) - 2*f(Iy,Ix) + f(Iy,Ix-1) )/dx^2);

d2yf = ( f(Iy+1,Ix) - 2*f(Iy,Ix) + f(Iy-1,Ix) )/dy^2;

d2zf = -d2xf - d2yf
```

Segunda derivada vertical

$$\texttt{d2zf}_{i,j} = \texttt{-d2xf}_{i,j} - \texttt{d2yf}_{i,j}$$

```
[m,n]=size(f);
Iy = 2:(m-1); Ix = 2:(n-1);
X = x(Iy,Ix); Y = y(Iy,Ix);

d2xf = ( f(Iy,Ix+1) - 2*f(Iy,Ix) + f(Iy,Ix-1) )/dx^2);

d2yf = ( f(Iy+1,Ix) - 2*f(Iy,Ix) + f(Iy-1,Ix) )/dy^2;

d2zf = -d2xf - d2yf
```

e `dzf` ?