

Universidade Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação em Geologia

GEOL7048: Tópicos Especiais em Geologia Exploratória II

Métodos semiquantitativos

Saulo P. Oliveira

Departamento de Matemática, Universidade Federal do Paraná



Aula 24

- Deconvolução de Euler: dados em perfil

Deconvolução de Euler

$$x_0 \frac{\partial T}{\partial x} + z_0 \frac{\partial T}{\partial z} + NB = x \frac{\partial T}{\partial x} + NT$$

Equação 2D (Thompson, 1982)

$$x_0 \frac{\partial T}{\partial x} + y_0 \frac{\partial T}{\partial y} + z_0 \frac{\partial T}{\partial z} + NB = x \frac{\partial T}{\partial x} + y \frac{\partial T}{\partial y} + z \frac{\partial T}{\partial z} + NT$$

Equação 3D (Reid et al, 1990)

- (x_0, y_0, z_0) : localização da fonte causadora da anomalia
- N : índice estrutural
- B : campo regional

Reid et al (1990) [Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution](#) . Geophysics 55, 80-91

Thompson (1982) [EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data](#). Geophysics 47, 31-37

Deconvolução de Euler - perfil

Sejam $x_1, \dots, x_M$ pontos de uma janela de M pontos de um grid 1D.

Avaliamos a equação de Euler nestes M pontos:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 \frac{\partial T}{\partial x}(x_1, h) + z_0 \frac{\partial T}{\partial z}(x_1, h) + NB = x_1 \frac{\partial T}{\partial x}(x_1, h) + NT(x_1, h) \\ x_0 \frac{\partial T}{\partial x}(x_2, h) + z_0 \frac{\partial T}{\partial z}(x_2, h) + NB = x_2 \frac{\partial T}{\partial x}(x_2, h) + NT(x_2, h) \\ \vdots \\ x_0 \frac{\partial T}{\partial x}(x_M, h) + z_0 \frac{\partial T}{\partial z}(x_M, h) + NB = x_M \frac{\partial T}{\partial x}(x_M, h) + NT(x_M, h) \end{array} \right.$$

Deconvolução de Euler - perfil

Sejam $x_1, \dots, x_M$ pontos de uma janela de M pontos de um grid 1D.

Avaliamos a equação de Euler nestes M pontos:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x}(x_1, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_1, h) & N \\ \frac{\partial T}{\partial x}(x_2, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_2, h) & N \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial T}{\partial x}(x_M, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_M, h) & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ z_0 \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \frac{\partial T}{\partial x}(x_1, h) + NT(x_1, h) \\ x_2 \frac{\partial T}{\partial x}(x_2, h) + NT(x_2, h) \\ \vdots \\ x_M \frac{\partial T}{\partial x}(x_M, h) + NT(x_M, h) \end{bmatrix}$$

Algoritmo / dados em perfil

Dados de entrada: x, T, M, N

Dados de saída: x_o, z_o

1. Calcule dxT, dzT
2. Para todas as posições de janela possíveis:
 - Construa o sistema linear para os pontos da janela;
 - Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;
 - Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)  
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T);
```

1. Para todas as posições de janela possíveis:

Construa o sistema linear para os pontos da janela;

Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;

Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)  
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T);
```

1. Para todas as posições de janela possíveis:

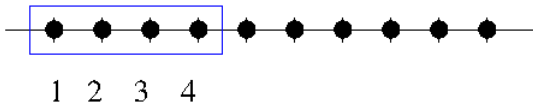
Construa o sistema linear para os pontos da janela;

Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;

Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,

$j=1$



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)  
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T);
```

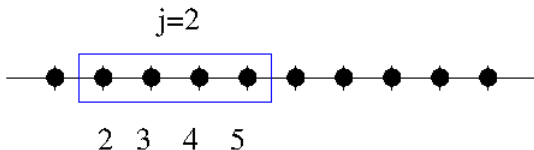
1. Para todas as posições de janela possíveis:

Construa o sistema linear para os pontos da janela;

Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;

Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)  
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T);
```

1. Para todas as posições de janela possíveis:

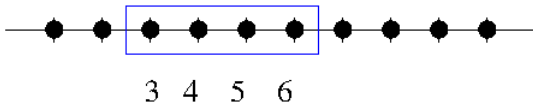
Construa o sistema linear para os pontos da janela;

Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;

Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,

$j=3$



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)  
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T);
```

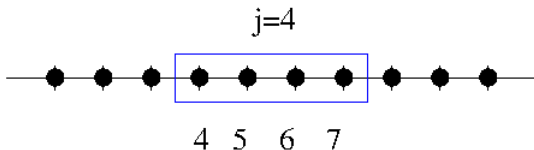
1. Para todas as posições de janela possíveis:

Construa o sistema linear para os pontos da janela;

Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;

Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)  
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T);
```

1. Para todas as posições de janela possíveis:

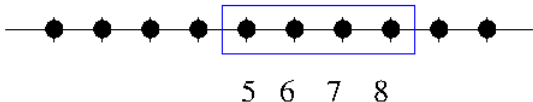
Construa o sistema linear para os pontos da janela;

Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;

Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,

$j=5$



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)  
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T);
```

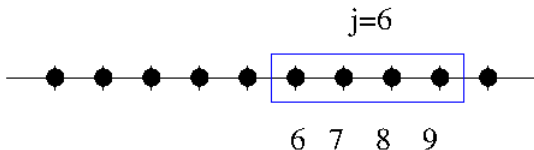
1. Para todas as posições de janela possíveis:

Construa o sistema linear para os pontos da janela;

Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;

Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)  
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T);
```

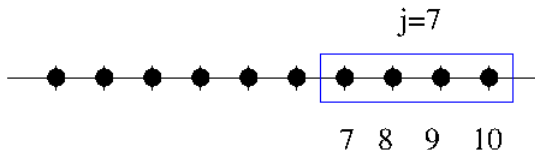
1. Para todas as posições de janela possíveis:

Construa o sistema linear para os pontos da janela;

Resolva o sistema linear para x_o, z_o, B ;

Armazene as coordenadas x_o, z_o ;

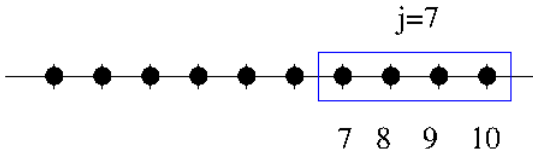
Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T); n = length(x);
for j = 1:n-M+1
    Construa o sistema linear para os pontos da janela;
    Resolva o sistema linear para xo ,zo ,B;
    Armazene as coordenadas xo ,zo;
end
```

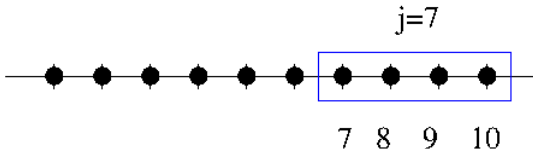
Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T); n = length(x);
for j = 1:n-M+1
    Construa o sistema linear para os pontos  $x_j, \dots, x_{j+M-1}$ ;
    sol = A\b;
    Armazene as coordenadas xo,zo;
end
```

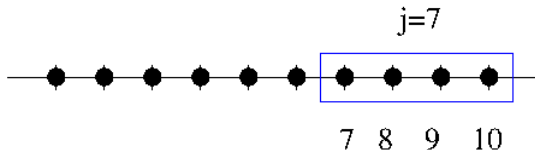
Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,



Algoritmo / dados em perfil

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T); n = length(x);
for j = 1:n-M+1
    Construa o sistema linear para os pontos  $x_j, \dots, x_{j+M-1}$ ;
    sol = A\b;
    xo(j) = sol(1); zo(j) = sol(2);
end
```

Posições de janela: se $\text{length}(x)=10$ e $M=4$,



Detalhes do sistema linear

Sistema linear para os pontos $x_1, \dots, x_M$:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x}(x_1, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_1, h) & N \\ \frac{\partial T}{\partial x}(x_2, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_2, h) & N \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial T}{\partial x}(x_M, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_M, h) & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ z_0 \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \frac{\partial T}{\partial x}(x_1, h) + NT(x_1, h) \\ x_2 \frac{\partial T}{\partial x}(x_2, h) + NT(x_2, h) \\ \vdots \\ x_M \frac{\partial T}{\partial x}(x_M, h) + NT(x_M, h) \end{bmatrix}$$

Detalhes do sistema linear

Sistema linear para os pontos $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M$:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x}(x_1, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_1, h) & N \\ \frac{\partial T}{\partial x}(x_2, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_2, h) & N \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial T}{\partial x}(x_M, h) & \frac{\partial T}{\partial z}(x_M, h) & N \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_1 \frac{\partial T}{\partial x}(x_1, h) + NT(x_1, h) \\ x_2 \frac{\partial T}{\partial x}(x_2, h) + NT(x_2, h) \\ \vdots \\ x_M \frac{\partial T}{\partial x}(x_M, h) + NT(x_M, h) \end{bmatrix}$$

Detalhes do sistema linear

Sistema linear para os pontos $x_1, \dots, x_M$:

$$A = \begin{bmatrix} dxT_1 & dzT_1 & N \\ dxT_2 & dzT_2 & N \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ dxT_M & dzT_M & N \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} x_1 dxT_1 + N T_1 \\ x_2 dxT_2 + N T_2 \\ \vdots \\ x_M dxT_M + N T_M \end{bmatrix}$$

Detalhes do sistema linear

Sistema linear para os pontos $x_j, \dots, x_{j+M-1}$:

$$A = \begin{bmatrix} dxT_j & dzT_j & N \\ dxT_{j+1} & dzT_{j+1} & N \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ dxT_{j+M-1} & dzT_{j+M-1} & N \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} x_j dxT_j + N T_j \\ x_{j+1} dxT_{j+1} + N T_{j+1} \\ \vdots \\ x_{j+M-1} dxT_{j+M-1} + N T_{j+M-1} \end{bmatrix}$$

Detalhes do sistema linear

Sistema linear para os pontos $x_j, \dots, x_{j+M-1}$:

$$A = \begin{bmatrix} dxT_j & dzT_j & N \\ dxT_{j+1} & dzT_{j+1} & N \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ dxT_{j+M-1} & dzT_{j+M-1} & N \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} x_j dxT_j + N T_j \\ x_{j+1} dxT_{j+1} + N T_{j+1} \\ \vdots \\ x_{j+M-1} dxT_{j+M-1} + N T_{j+M-1} \end{bmatrix}$$

```
function [xo,zo] = euler1D(x,T,M,N)
[dxT,dzT] = DF_1D(x,T); n = length(x);
for j = 1:n-M+1
```

Construa o sistema linear para os pontos $x_j, \dots, x_{j+M-1}$;

```
sol = A\b;
```

```
xo(j) = sol(1); zo(j) = sol(2);
```

```
end
```

Experimentos Numéricos

- Anomalia gerada por um dique vertical

$$M_1(x, z) = A \left(\tan^{-1} \left(\frac{x + a}{h - z} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x - a}{h - z} \right) \right)$$

$$a = 300 \text{ m}, h = 400 \text{ m} \text{ e } A = 1 \text{ nT}$$

$$M = 5, \Delta x = 100 \text{ e } N = 1$$