

Universidade Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação em Geologia

GEOL7048: Tópicos Especiais em Geologia Exploratória II

Métodos semiquantitativos

Saulo P. Oliveira

Departamento de Matemática, Universidade Federal do Paraná



Aula 26

- Seleção de soluções / Euler

Seleção de soluções

Profundidade normalizada mínima (Thompson, 1982):

$$\frac{z_o}{N\sigma_{z_o}} \geq \epsilon \quad (\sigma_{z_o}^2 : \text{variância de } z_o)$$

Seleção de soluções

Profundidade normalizada mínima (Thompson, 1982):

$$\frac{z_o}{N\sigma_{z_o}} \geq \epsilon \quad (\sigma_{z_o}^2 : \text{variância de } z_o)$$

Norma residual máxima (Barbosa et al, 1999):

$$\sqrt{\frac{\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2}{M - 3}} \leq \gamma$$

Seleção de soluções

Profundidade normalizada mínima (Thompson, 1982):

$$\frac{z_o}{N\sigma_{z_o}} \geq \epsilon \quad (\sigma_{z_o}^2 : \text{variância de } z_o)$$

Norma residual máxima (Barbosa et al, 1999):

$$\sqrt{\frac{\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2}{M - 3}} \leq \gamma$$

Cálculo da variância (Euler 2D)



Lembrando do sistema $Ax = b$, com x dada pelos parâmetros $\{x_0, z_0, B\}$, a matriz covariância dos parâmetros (Menke, p. 58) é

$$C_x = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0}^2 & \sigma_{x_0, z_0} & \sigma_{x_0, B} \\ \sigma_{z_0, x_0} & \sigma_{z_0}^2 & \sigma_{z_0, B} \\ \sigma_{B, x_0} & \sigma_{B, z_0} & \sigma_B^2 \end{bmatrix} = \sigma_d^2 (A^T A)^{-1}.$$

sendo σ_d^2 a variância dos dados.

Cálculo da variância (Euler 2D)



Lembrando do sistema $Ax = b$, com x dada pelos parâmetros $\{x_0, z_0, B\}$, a matriz covariância dos parâmetros (Menke, p. 58) é

$$C_x = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0}^2 & \sigma_{x_0,z_0} & \sigma_{x_0,B} \\ \sigma_{z_0,x_0} & \sigma_{z_0}^2 & \sigma_{z_0,B} \\ \sigma_{B,x_0} & \sigma_{B,z_0} & \sigma_B^2 \end{bmatrix} = \sigma_d^2 (A^T A)^{-1}.$$

sendo σ_d^2 a variância dos dados. Para extrair $\sigma_{z_0}^2$:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x_0}^2 & \sigma_{x_0,z_0} & \sigma_{x_0,B} \\ \sigma_{z_0,x_0} & \sigma_{z_0}^2 & \sigma_{z_0,B} \\ \sigma_{B,x_0} & \sigma_{B,z_0} & \sigma_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0,z_0} \\ \sigma_{z_0}^2 \\ \sigma_{B,z_0} \end{bmatrix}$$

Cálculo da variância (Euler 2D)



Lembrando do sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, com $\mathbf{x}$ dada pelos parâmetros $\{x_0, z_0, B\}$, a matriz covariância dos parâmetros (Menke, p. 58) é

$$C_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0}^2 & \sigma_{x_0, z_0} & \sigma_{x_0, B} \\ \sigma_{z_0, x_0} & \sigma_{z_0}^2 & \sigma_{z_0, B} \\ \sigma_{B, x_0} & \sigma_{B, z_0} & \sigma_B^2 \end{bmatrix} = \sigma_d^2 (A^T A)^{-1}.$$

sendo σ_d^2 a variância dos dados. Para extrair $\sigma_{z_0}^2$:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x_0}^2 & \sigma_{x_0, z_0} & \sigma_{x_0, B} \\ \sigma_{z_0, x_0} & \sigma_{z_0}^2 & \sigma_{z_0, B} \\ \sigma_{B, x_0} & \sigma_{B, z_0} & \sigma_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0, z_0} \\ \sigma_{z_0}^2 \\ \sigma_{B, z_0} \end{bmatrix}$$

Assim, $\sigma_{z_0}^2 = v_2$ com $\mathbf{v} = C_{\mathbf{x}} \mathbf{u}$ e $\mathbf{u} = (0, 1, 0)$, ou seja,

$$\sigma_d^2 (A^T A)^{-1} \mathbf{u} = \mathbf{v}$$

Cálculo da variância (Euler 2D)



Lembrando do sistema $Ax = b$, com x dada pelos parâmetros $\{x_0, z_0, B\}$, a matriz covariância dos parâmetros (Menke, p. 58) é

$$C_x = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0}^2 & \sigma_{x_0, z_0} & \sigma_{x_0, B} \\ \sigma_{z_0, x_0} & \sigma_{z_0}^2 & \sigma_{z_0, B} \\ \sigma_{B, x_0} & \sigma_{B, z_0} & \sigma_B^2 \end{bmatrix} = \sigma_d^2 (A^T A)^{-1}.$$

sendo σ_d^2 a variância dos dados. Para extrair $\sigma_{z_0}^2$:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x_0}^2 & \sigma_{x_0, z_0} & \sigma_{x_0, B} \\ \sigma_{z_0, x_0} & \sigma_{z_0}^2 & \sigma_{z_0, B} \\ \sigma_{B, x_0} & \sigma_{B, z_0} & \sigma_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0, z_0} \\ \sigma_{z_0}^2 \\ \sigma_{B, z_0} \end{bmatrix}$$

Assim, $\sigma_{z_0}^2 = v_2$ com $v = C_x u$ e $u = (0, 1, 0)$, ou seja,

$$(A^T A)v = \sigma_d^2 u = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_d^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cálculo da variância (Euler 2D) ●●

Usando a estimativa (Menke, p. 96)

$$\sigma_d^2 \approx \frac{\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2}{M - 3},$$

obtemos

$$\sigma_{z_0} = \sqrt{v_2}, \quad (A^T A)\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2}{M-3} \\ 0 \end{bmatrix}$$