ESTATÍSTICA APLICADA À PESQUISA

PROFA. SONIA ISOLDI MARTY GAMA MÜLLER

ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Um dos principais objetivos da estatística inferencial consiste em estimar os valores de parâmetros populacionais desconhecidos (estimação de parâmetros) utilizando dados amostrais. Então, qualquer característica de uma população pode ser estimada a partir de uma amostra aleatória, desde que esta amostra represente bem a população.

Os parâmetros populacionais mais comuns a serem estimados são a média, o desvio-padrão e a proporção.

A estatística inferencial apresenta uma relevância alta, já que na maioria das decisões que um gestor ou pesquisador deve tomar, estão associadas à utilização de dados amostrais. Consiste em tirar conclusões de uma população a partir de amostra representativa dela, tendo uma grande importância em muitas áreas do conhecimento.

ESTIMADOR: é um estatística (função conhecida de v.a. observáveis que também é um v.a.) cujos valores são usados para estimar alguma função do parâmetro θ. Ex: para estimar μ (média populacional) o estimador mais adequado é (média aritmética da amostra).

ESTIMATIVA: é o valor numérico obtido para o estimador numa certa amostra.

TIPOS :

PONTUAL: a estimativa é representado por um único valor.

POR INTERVALO: a estimativa é representada por um intervalo.

ESTIMAÇÃO PONTUAL

No estimador chamados de **pontual**, inferimos sobre a população, considerando apenas um valor da estimativa.

Essas estimativas por ponto não nos dão uma idéia sobre confiança e as margens de erro que deveriam ser aplicadas ao resultado.

Melhor estimador para a μ (média populacional) é $\bar{X}$ a média aritmética amostral dada por:

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Melhor estimador para a σ^2 (variância populacional) e s^2 a variância amostral dada por:

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

ESTIMAÇÃO POR INTERVALO

Estimação por intervalo consiste na construção de um intervalo em torno da estimativa pontual, de modo que esse tenha uma probabilidade conhecida de conter o verdadeiro valor do parâmetro.

A estimação por intervalos nos fornece uma informação mais precisa em relação ao parâmetro, esta é a melhor forma de estimar o parâmetro populacional.

Para você estimar parâmetros populacionais por meio de dados amostrais, é necessário o conhecimento da distribuição amostral da estatística que está sendo usada como estimador (visto anteriormente).

Pode-se ter estimadores intervalo para a média, proporção, variância, diferença de médias e diferença de proporções da população.

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A MÉDIA POPULACIONAL

1. Quando n ≥ 30 ou σ for conhecido:

$$P\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{X}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{X}}\right) = 1 - \alpha$$

2. Quando n < 30, σ desconhecido e população normalmente distribuída:

$$P\left(\bar{x} - t_{n-1,\alpha/2}.\hat{\sigma}_{\bar{X}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{n-1,\alpha/2}.\hat{\sigma}_{\bar{X}}\right) = 1 - \alpha$$

Observação:

Podemos determinar o tamanho de amostra isolando o valor de n na precisão da estimativa (semi-amplitude) que no caso da média populacional é dada por:

$$e_0 = z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}}$$

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A PROPORÇÃO POPULACIONAL

$$P\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sigma_p \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2}\sigma_p\right) = 1 - \alpha$$

onde $\hat{p}$ é o estimador de p, que pode ser dado por:

$$\hat{p} = \frac{f}{n}$$

sendo: $e_0 = z_{\alpha/2}\hat{\sigma}_p$

EXEMPLOS

1. Uma amostra de 100 esferas apresenta diâmetro médio de 2,09 cm e desvio padrão de 0,11cm. Estime o diâmetro médio populacional, com 95% de confiança.
2. De 500 lâmpadas fabricadas por uma companhia retira-se uma amostra de 40 lâmpadas, e obtém-se a vida média de 800 horas e o desvio padrão de 100 horas. Qual o intervalo de confiança para a média populacional, utilizando um coeficiente de confiança de 99%.
3. Foram realizadas 16 determinações de densidade (g/cm^3) de certo metal, obtendo-se os resultados:

19,7	19,8	19,9	19,9	19,7	19,6	19,5	19,6
19,9	19,6	19,9	19,5	19,8	19,6	19,8	19,7

Determine o intervalo de confiança de 99% para a média populacional.

EXEMPLOS

4. Sabe-se por pesquisas já realizadas que o desvio padrão das tensões limites de tração de barras de aço é 15 kgf/mm^2, e que uma amostra de 26 barras foram ensaiadas apresentando tração média igual a 70 kgf/mm^2. Estimar a verdadeira tensão limite de tração utilizando 99% de confiança.

5. Uma amostra de 625 donas-de-casa revela que 70% delas preferem a marca X de detergente. Construir um intervalo de confiança de 99% para p = proporção das donas-de-casa que preferem o detergente X.

6. Antes de uma eleição em que existiam 2 candidatos A e B, foi feita uma pesquisa com 400 eleitores escolhidos ao acaso, e verificou-se que 208 deles pretendiam votar no candidato A. Construa um intervalo de confiança, com 95% para a porcentagem de eleitores favoráveis ao candidato A na época das eleições.

TAMANHO DE AMOSTRAS

Quando a população for infinita ou com tamanho desconhecido:

$$e_0 = z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n} = z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{e_0} \quad \rightarrow \quad n = \left[\frac{z_{\alpha/2}.\sigma}{e_0}\right]^2$$

$$n = \frac{\left(z_{\alpha/2}\right)^2 \sigma^2}{{e_0}^2}$$

Quando a população for finita e conhecido:

$$e_0 = z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n}\sqrt{\frac{N-1}{N-n}} = z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{e_0} \quad \rightarrow \quad n.\frac{N-1}{N-n} = \left[\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}.\sigma}{e_0}\right]^2$$

TAMANHO DE AMOSTRAS

Quando a população for infinita ou com tamanho desconhecido:

$$e_0 = z_{\alpha/2}.\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n} = z_{\alpha/2}.\frac{\sqrt{\hat{p}\hat{q}}}{e_0}$$

$$n = \frac{\left(z_{\alpha/2}\right)^2 \hat{p}\hat{q}}{{e_0}^2}$$

Quando a população for finita e conhecido:

$$e_0 = z_{\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n}\sqrt{\frac{N-1}{N-n}} = z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sqrt{\hat{p}\hat{q}}}{e_0} \quad \rightarrow \quad n.\frac{N-1}{N-n} = \left[\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{e_0}\right]^2 .\hat{p}\hat{q}$$

EXEMPLOS

1. Que tamanho de amostra será necessário para produzir um intervalo de 95% de confiança para a verdadeira média populacional, com erro de 1,0, se o desvio-padrão da população é 10,0?
2. Sabendo que o tamanho da população, por exemplo N=500, do problema anterior, como ficaria o tamanho da amostra?
3. Um despachante que cuida da documentação de automóveis está interessado em estimar a proporção de clientes que trocaram de carro no último ano para oferecer seus serviços. Para isto, amostrou 80 clientes do seu cadastro e consultou-os por telefone, verificando que 30 deles teriam trocado de carro no último ano. Determine o tamanho da amostra necessário para estimar com 95% de confiança esta proporção com erro máximo de 4%.
4. Sabendo que o tamanho da população, por exemplo N=864, do problema anterior, como ficaria o tamanho da amostra?