

**Universidade Federal do Paraná – Departamento de Estatística**  
**Disciplina CEO71 – Análise de Regressão Linear**  
**Prof. Cesar Augusto Taconeli**  
**Lista 1 - RLM**

**Exercício 1** - Sobre a análise de regressão linear múltipla:

- a) O que a diferencia em relação à regressão linear simples?
- b) Enuncie o modelo de regressão linear múltipla, identificando cada um de seus componentes;
- c) Quais pressuposições são feitas com respeito à distribuição dos erros? Qual a implicação dessas pressuposições em relação à distribuição da variável resposta condicional aos valores das covariáveis?
- d) Qual a interpretação dos parâmetros do modelo de regressão linear múltipla?
- e) Qual o método usado na estimação dos parâmetros? Qual o princípio desse método?
- f) Quais as principais propriedades de  $\hat{\beta}$ , o vetor de estimadores de mínimos quadrados para os parâmetros do modelo?

**Exercício 2** - Considere os seguintes dados:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 8 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{X}'\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 20 \\ 76 \\ 109 \end{bmatrix} ; \quad (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 26,7 & 4,5 & -8,0 \\ 4,5 & 1,0 & -1,5 \\ -8,0 & -1,5 & 2,5 \end{bmatrix} .$$

- a) Apresente o modelo de regressão linear múltipla ajustado;
- b) Interprete as estimativas obtidas para os parâmetros do modelo;
- c) Calcule uma estimativa para a variância do erro aleatório;
- d) Calcule o erro padrão para cada coeficiente do modelo;
- e) Sabendo que a soma dos desvios quadráticos em torno da média é igual a 26,5, calcule e interprete o valor do coeficiente de determinação;
- f) Teste a significância do modelo de regressão ao nível de 1% de significância.

**Exercício 3** - Pretende-se ajustar um modelo de regressão linear múltipla para explicar a variação da viscosidade de um polímero ( $y$ ) em função da temperatura de reação,  $x_1$ , e da taxa de alimentação do catalisador,  $x_2$ . Um experimento realizado com esse objetivo produziu os seguintes resultados:

Polímero	$y$	$x_1$	$x_2$	Polímero	$y$	$x_1$	$x_2$
1	2256	80	8	9	2364	94	12
2	2340	93	9	10	2379	93	11
3	2426	100	10	11	2440	97	13
4	2293	82	12	12	2364	95	11
5	2330	90	11	13	2404	100	8
6	2368	99	8	14	2317	85	12
7	2250	81	8	15	2309	86	9
8	2409	96	10	16	2328	87	12

- Ajuste o modelo de regressão linear múltipla  $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ . Interprete a estimativa de cada parâmetro;
- Represente graficamente o modelo ajustado;
- Apresente uma estimativa para  $\sigma^2$ ;
- Apresente a matriz de covariâncias estimada de  $\hat{\beta}$ ;
- Estime a viscosidade do polímero para uma temperatura de reação igual a 90 e taxa de alimentação do catalisador igual a 10;
- Calcule o valor ajustado e o resíduo para o polímero de número 5;
- Calcule o valor do coeficiente de determinação do ajuste e comente o resultado obtido.
- Teste a significância do modelo ajustado ao nível de 5%;
- Teste a significância de cada parâmetro do modelo;
- Estime os parâmetros do modelo de regressão por meio de intervalos com 95% de confiança;
- Estime a viscosidade média de polímeros sob temperatura de reação igual a 90 e taxa de alimentação do catalisador igual a 10 por meio de um intervalo com 95% de confiança;
- Preveja a viscosidade de um polímero sob temperatura de reação igual a 90 e taxa de alimentação do catalisador igual a 10 por meio de um intervalo com 95% de confiança;
- Apresente intervalos de confiança simultâneos (95%) para  $\beta_1$  e  $\beta_2$ .

**Nota** – Recomendo que o exercício 3 seja resolvido, num primeiro momento, sem usar a função `lm` e seus recursos. Depois, você poderá usá-la para conferir os resultados.