

Generalidades Sobre Funções

Problemas para a Seção 1.1

1. Qual dos gráficos da Fig. 1.4 melhor se enquadra nas três histórias seguintes?¹ Escreva uma história para o gráfico restante.
- (a) Eu tinha acabado de sair de casa, quando percebi que havia esquecido meus livros; então, eu voltei para buscá-los.
 - (b) Tudo ia bem até que o pneu furou.
 - (c) Eu iniciei calmamente, mas aumentei a velocidade quando me dei conta de que iria me atrasar.

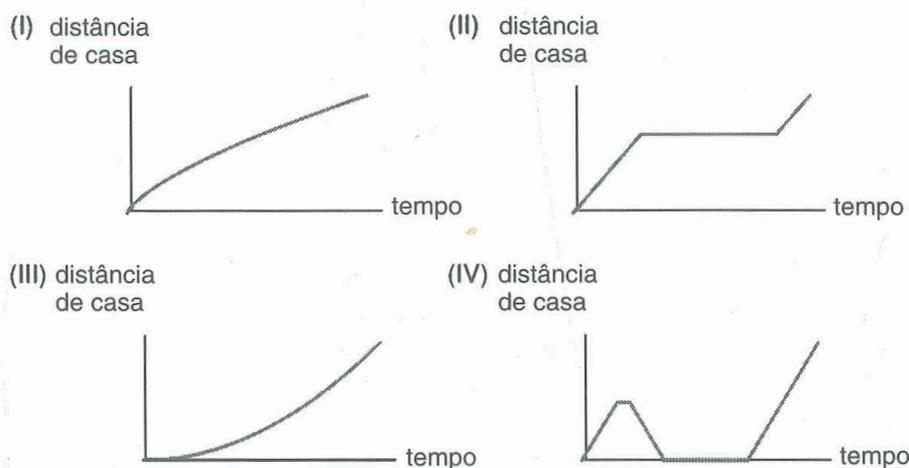


Fig. 1.4

¹Adaptado de Jan Terwel. "Real Maths in Cooperative Groups in Secondary Education". Em *Cooperative Learning in Mathematics*, editado por Neal Davidson, p 234. (Addison Wesley, 1990.)

6 CÁLCULO

- Esquentou durante toda a manhã e, de repente, ficou bem mais frio por volta de meio-dia, quando uma tempestade se formou. Após a tempestade esquentou novamente, antes de tornar a resfriar ao anoitecer. Esboce um possível gráfico da temperatura desse dia em função do tempo.
- Após se aplicar uma certa droga a um paciente com batimento cardíaco acelerado, a pulsação caiu dramaticamente e, então, voltou a subir lentamente à medida que o efeito da droga foi passando. Esboce um possível gráfico da taxa de batimento cardíaco em função do tempo, a partir do momento em que a droga foi aplicada.
- Em geral, quanto mais fertilizante se usa, melhor é o rendimento de uma lavoura. Entretanto, se for colocado muito fertilizante, a lavoura fica envenenada e o rendimento cai rapidamente. Esboce um possível gráfico ilustrando o rendimento da lavoura em função da quantidade de fertilizante aplicada.
- Descreva o que a Fig. 1.5 lhe diz a respeito de uma linha de montagem cuja produtividade é representada em função do número de operários que ali trabalham.

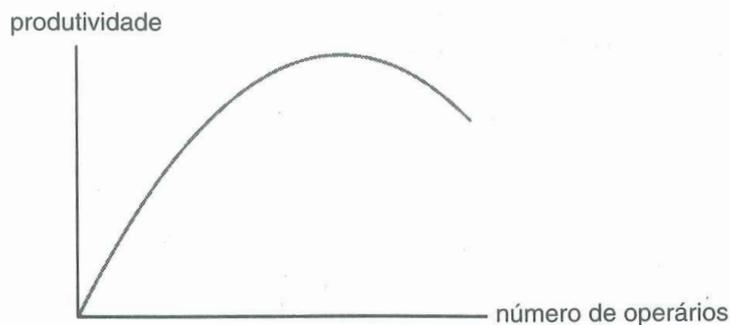


Fig. 1.5

- Um vôo do Aeroporto de Dulles, na cidade de Washington D.C., até o Aeroporto de LaGuardia, em New York, tem que circular LaGuardia diversas vezes até obter permissão para pousar. Esboce um gráfico da distância do avião até Washington em função do tempo, desde o momento da decolagem até o seu pouso.
- Em seu *Guia do Comportamento Excruciantemente Correto*, a Srta. Manners afirma:

Existem três elementos em um encontro — diversão, comida e afeição — dos quais pelo menos dois têm que ser oferecidos. É costume começar uma série de encontros com uma boa quantidade de diversão, uma quantidade moderada de comida e não mais que uma mera sugestão de afeição. À medida que a quantidade de afeição aumenta, a diversão pode ser reduzida proporcionalmente. Quando a afeição tiver substituído a diversão, já não poderemos mais chamar isto de simples encontro. Em circunstância alguma a comida poderá ser omitida.

Baseado nessa afirmação, esboce um gráfico ilustrando diversão em função de afeição, supondo que a quantidade de comida permanece constante. Indique o ponto do gráfico em que o relacionamento começa, assim como aquele em que o relacionamento deixa de ser chamado de um simples encontro.

Os Problemas 8 e 9 são sobre curvas de oferta e demanda. Os economistas estão interessados em saber como a quantidade q de um artigo, que é fabricado e vendido, depende do seu preço p . Eles consideram a quantidade como função do preço. Entretanto, por razões históricas² os economistas colocam o preço (variável independente) no eixo vertical e a quantidade (variável dependente) no eixo horizontal. Como fabricantes e consumidores reagem de modo diferente a mudanças de preço, existem duas funções relacionando p e q . A *curva de oferta* representa o modo pelo qual a quantidade de determinado bem que os fabricantes pretendem fornecer depende do preço pelo qual o bem pode ser vendido. A *curva de demanda* representa a maneira pela qual a quantidade de um bem demandado pelos consumidores depende de seu preço.

²Originariamente, os economistas consideravam o preço como a variável dependente e o representavam no eixo vertical. Infelizmente, quando mudaram seu ponto de vista, os eixos permaneceram como antes.

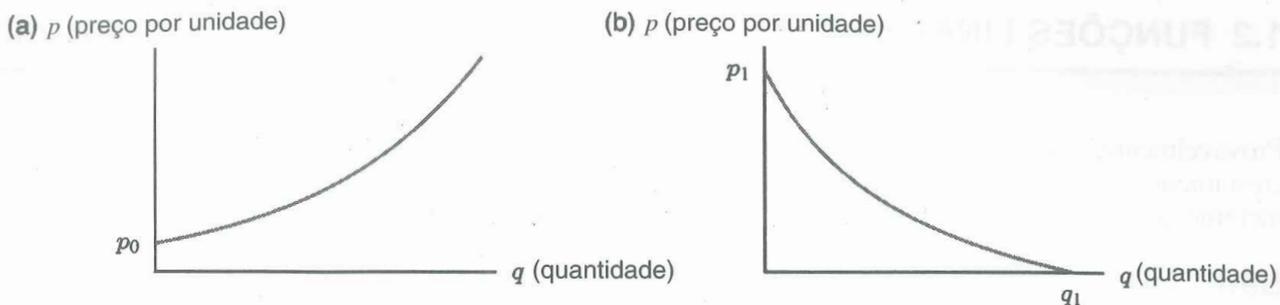


Fig. 1.6

8. Um dos gráficos da Fig. 1.6 é uma curva de oferta e o outro é uma curva de demanda. Indique-os. Por quê?
9. O preço p_0 na Fig. 1.6(a) representa o preço abaixo do qual os fabricantes não estão dispostos a produzir quantidade alguma do bem. Qual é o significado econômico, em termos práticos, do preço p_1 e da quantidade q_1 na Fig. 1.6(b) ?
10. Especifique o domínio e a imagem da função $y = f(x)$, cujo gráfico está representado na Fig. 1.7.

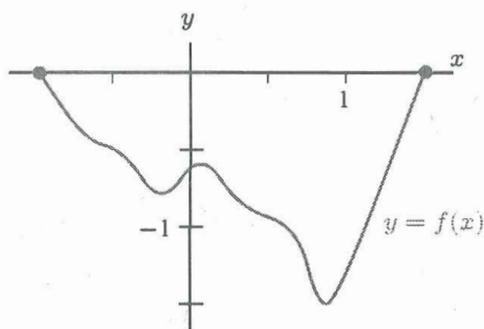


Fig. 1.7

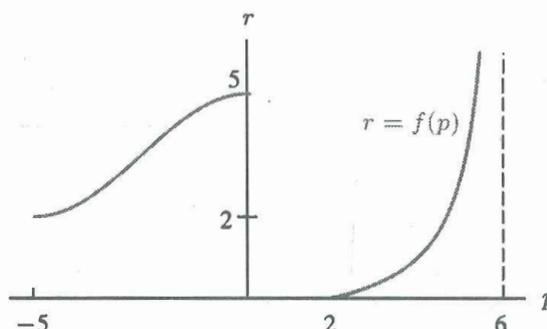


Fig. 1.8

11. O gráfico de $r = f(p)$ é dado na Fig. 1.8.
 - (a) Qual poderia ser o domínio da f ?
 - (b) Qual poderia ser a imagem da f ?
 - (c) Que valores de r poderiam corresponder exatamente a um valor de p ?
12. Se $g(y) = 1/(y^2 - y)$, para que valores de y não existe $g(y)$? Resolva a equação $g(y) = 1/2$.
13. Se $y = f(x) = 1/\sqrt{4 - x^2}$, para que valores de x não existe valor real para y ? Resolva a equação $f(x) = 5$.
14. Quando Galileu estava formulando as leis do movimento, ele considerou o deslocamento de um corpo partindo do repouso e caindo em queda livre. Originariamente, ele pensou que a velocidade de um tal corpo era proporcional à distância já percorrida na queda. Os dados da Tabela 1.2 esclarecem, de alguma forma, a hipótese de Galileu? Que hipótese alternativa é sugerida pelos dois conjuntos de dados nas Tabelas 1.2 e 1.3 ?

TABELA 1.2

| | | | | | |
|------------------|---|-----|-----|-----|---|
| Distância (m) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Velocidade (m/s) | 0 | 2,4 | 3,4 | 4,3 | 5 |

TABELA 1.3

| | | | | | |
|------------------|---|-----|------|------|------|
| Tempo (s) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Velocidade (m/s) | 0 | 9,8 | 19,6 | 29,4 | 39,2 |

Funções Lineares

Problemas para a Seção 1.2

1. Encontre a inclinação e a interseção vertical da reta cuja equação é $2y + 5x - 8 = 0$.
2. Encontre a equação da reta que passa pelos pontos $(-1, 0)$ e $(2, 6)$.
3. Encontre a equação da reta com inclinação m e que passa pelo ponto (a, c) .

Para os Problemas 4-5, lembre-se de que retas paralelas têm inclinações iguais e que duas retas perpendiculares têm o produto de suas inclinações igual a -1 .

4. Encontre a equação da reta que passa pelo ponto $(2, 1)$ e que é perpendicular à reta $y = 5x + 3$.
5. Encontre a equação das retas paralela e perpendicular à reta $y + 4x = 7$ e que passa pelo ponto $(1, 5)$.
6. Faça uma estimativa para a inclinação da reta na Fig. 1.15 e use este valor para encontrar uma equação para esta reta. (Note que as escalas de x e y são diferentes.)

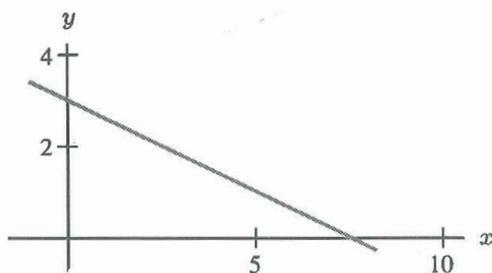


Fig. 1.15

7. Relacione os gráficos da Fig. 1.16 com as equações abaixo.

(a) $y = x - 5$

(c) $5 = y$

(e) $y = x + 6$

(b) $-3x + 4 = y$

(d) $y = -4x - 5$

(f) $y = x/2$

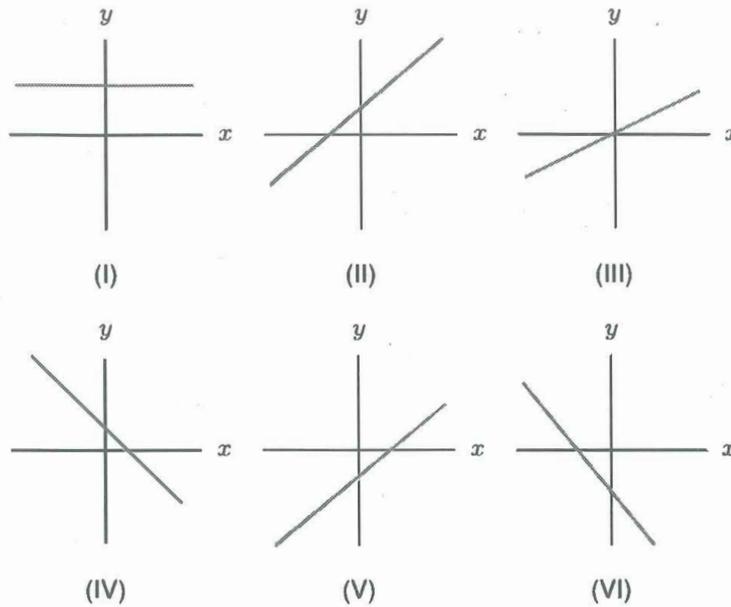


Fig. 1.16

8. Relacione os gráficos da Fig. 1.17 com as equações abaixo.

- (a) $y = -2,72x$ (c) $y = 27,9 - 0,1x$ (e) $y = -5,7 - 200x$
 (b) $y = 0,01 + 0,001x$ (d) $y = 0,1x - 27,9$ (f) $y = x/3,14$

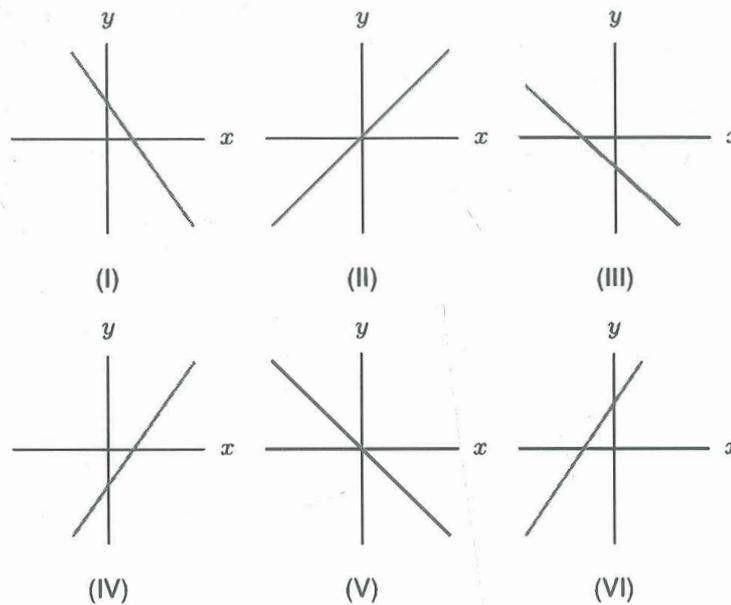


Fig. 1.17

9. Valores correspondentes a p e q são dados na tabela abaixo.

- (a) Determine q como uma função linear de p .
 (b) Determine p como uma função linear de q .

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| p | 1 | 2 | 3 | 4 |
| q | 950 | 900 | 850 | 800 |

10. Uma equação linear foi usada para gerar os valores da tabela abaixo. Encontre esta equação.

| | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|
| x | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| y | 27,8 | 29,2 | 30,6 | 32,0 | 33,4 |

11. A equação de uma reta é $3x + 4y = -12$. Encontre o comprimento do segmento desta reta que está entre as interseções horizontal e vertical.
12. Uma empresa de aluguel de automóveis oferece carros a \$40,00 por dia e 15 centavos o quilômetro. Os carros do seu concorrente estão a \$50,00 por dia e 10 centavos o quilômetro.
- Para cada empresa, obtenha uma fórmula que dê o custo de alugar um carro por um dia em função da distância percorrida.
 - Nos mesmos eixos, esboce o gráfico de ambas as funções.
 - Como você deve decidir que empresa está com o aluguel mais barato?
13. Considere o gráfico de temperatura em graus Fahrenheit, °F, *versus* temperatura em graus Celsius, °C, e suponha que o gráfico seja uma reta. Você sabe que ambos os valores 212°F e 100°C representam a temperatura em que a água ferve. Analogamente, ambos os valores 32°F e 0°C representam o ponto em que a água congela.
- Qual é a inclinação do gráfico?
 - Qual é a equação da reta?
 - Use a equação para encontrar que temperatura em graus Fahrenheit corresponde a 20°C.
 - Que temperatura corresponde ao mesmo número de graus em ambas as escalas Celsius e Fahrenheit?
14. O custo de uma plantação é, normalmente, uma função do número de hectares semeados. O custo do equipamento é um *custo fixo*, pois tem que ser pago independentemente do número de hectares plantados. O custo de suprimentos e mão-de-obra varia com o número de hectares plantados e são chamados de *custos variáveis*. Suponha que os custos fixos sejam de \$10.000,00 e os custos variáveis de \$200,00 por hectare. Seja C o custo total, calculado em milhares de dólares, e x o número de hectares plantados.
- Encontre uma fórmula para C em função de x .
 - Esboce o gráfico de C *versus* x .
 - Explique como você pode visualizar os custos fixos e variáveis no gráfico.
15. Suponha que você esteja dirigindo a uma velocidade constante de Toronto para Windsor, uma distância de cerca de 390 km. A uns 185 km de Toronto você passa pela cidade de London, Ontário. Esboce o gráfico da sua distância a London, em função do tempo.
16. Pimentas picantes foram graduadas de acordo com as unidades de Scoville, em que o nível máximo de tolerância humana é de 14.000 Scovilles por prato. O Restaurante Costa Oeste, conhecido por seus pratos picantes, promete um prato especial do dia, que irá satisfazer ao mais ávido aficcionado por pratos apimentados. O restaurante importa pimentas indianas, graduadas em 1.200 Scovilles cada, e pimentas mexicanas, com uma graduação de 900 Scovilles cada.
- Determine a equação de restrição de Scoville, relacionando o número máximo de pimentas indianas e mexicanas que o restaurante deve utilizar na composição do prato especial.
 - Resolva a equação da parte (a) e obtenha, explicitamente, o número de pimentas indianas usadas nos pratos mais picantes em função do número de pimentas mexicanas.
17. Você tem um orçamento fixo de \$ k para gastar com refrigerante e óleo de bronzear, que custam \$ p_1 por litro e \$ p_2 por litro, respectivamente.
- Obtenha uma equação expressando a relação entre o número de litros de refrigerante e o número de litros de óleo de bronzear que você pode comprar, caso você use todo o seu orçamento. Esta equação é sua *restrição orçamentária*.

- (b) Esboce o gráfico da restrição orçamentária, supondo que você possa comprar frações de litro. Indique as interseções com os eixos vertical e horizontal.
- (c) Suponha que seu orçamento de repente é dobrado. Esboce o gráfico da nova restrição orçamentária usando os mesmos eixos.
- (d) Com um orçamento de $\$k$, o preço do óleo de bronzear dobra repentinamente. Esboce o gráfico da nova restrição orçamentária usando os mesmos eixos.
18. Desde a abertura do Oeste Americano, a população dos EUA tem se deslocado em direção ao oeste. Para se constatar isso, observamos o "centro populacional", que é o ponto em que o país se equilibraria se fosse um disco chato, sem peso, e onde cada pessoa teria um mesmo peso. Em 1790, o centro populacional estava a leste da cidade de Baltimore, no estado de Maryland. Ele tem se deslocado para oeste desde então, e, em 1990, ele cruzou o rio Mississippi até a cidade de Steelville, no estado de Missouri (a sudoeste de St. Louis). Ao longo da segunda metade deste século, o centro populacional tem se deslocado uns 80 quilômetros a oeste a cada 10 anos.
- (a) Expresse a posição aproximada do centro populacional em função do tempo, medido em anos, desde 1790. Meça a posição no sentido oeste de Steelville, ao longo da reta por Baltimore.
- (b) A distância de Baltimore a St. Louis é um pouco maior do que 1.100 km. O centro populacional poderia estar se deslocando com essa mesma taxa, aproximadamente, ao longo dos últimos dois séculos?
- (c) A função da parte (a) poderia continuar a ser aplicada pelos próximos três séculos? Justifique. [Sugestão: você pode querer consultar um mapa. Note que as distâncias indicadas estão em milhas aéreas e não são distâncias dirigidas.]
19. Para pequenas variações de temperatura, a fórmula para a dilatação de uma barra de metal submetida a mudanças de temperatura é:

$$l - l_0 = al_0(t - t_0),$$

onde l é o comprimento do objeto quando a temperatura é t , l_0 é o comprimento inicial na temperatura t_0 , e a é uma constante que depende do tipo de metal.

- (a) Expresse l como função linear de t . Encontre a inclinação e a interseção vertical. [Sugestão: considere as outras grandezas como constantes.]
- (b) Suponha que você tenha uma barra que, inicialmente, mede 100 cm a uma temperatura de 10°C , e feita de um metal com a igual a 10^{-5} . Obtenha a equação que dá o comprimento da barra em função da temperatura t .
- (c) O que diz o sinal da inclinação a respeito da dilatação de um metal sob uma variação de temperatura?
20. Quando um inhame frio é colocado em um forno quente para assar, sua temperatura sobe. A taxa, R (em graus por minuto), com a qual a temperatura muda, obedece à Lei de Newton do Aquecimento, e estabelece que a taxa é proporcional à diferença de temperatura entre o forno e o inhame. Se o forno está a 180°C e a temperatura do inhame é $H^\circ\text{C}$:
- (a) Obtenha uma fórmula fornecendo R em função de H .
- (b) Esboce o gráfico de R versus H .
21. Quando uma caneca de café quente é colocada sobre a mesa da cozinha, sua temperatura cai. A taxa, R , em que a temperatura varia, obedece à Lei de Newton do Resfriamento, e estabelece que a taxa é proporcional à diferença de temperatura entre o café e o ar ambiente. Vamos pensar na taxa, R , como sendo uma grandeza negativa, pois a temperatura do café está caindo. Se a temperatura do café é $H^\circ\text{C}$ e a temperatura ambiente é de 20°C :
- (a) Obtenha uma fórmula fornecendo R em função de H .
- (b) Esboce o gráfico de R versus H .
22. Um corpo de massa m está caindo com velocidade v . A Segunda Lei de Newton do Movimento, $f = ma$, estabelece que a força resultante, F , com sentido para baixo, é proporcional à sua aceleração, a .

16 CÁLCULO

A força resultante, F , é composta da força da gravidade F_g , que age para baixo, menos a força de resistência do ar F_r , que age para cima. A força devida à gravidade é mg , onde g é uma constante. Suponha que a resistência do ar seja proporcional à velocidade do corpo.

- (a) Obtenha uma expressão para a força resultante, F , em função da velocidade v .
- (b) Obtenha uma fórmula dando a em função de v .
- (c) Esboce o gráfico de a versus v .

Funções Exponenciais

Problemas para a Seção 1.3

1. O número de células cancerosas cresce vagarosamente de início, mas depois, cresce cada vez mais rápido. Esboce um possível gráfico do número de células cancerosas *versus* tempo.
2. A cada ano aumenta o consumo de eletricidade no mundo. Além disso, o crescimento do consumo anual também aumenta. Esboce um possível gráfico do consumo anual de eletricidade do mundo em função do tempo.
3. Uma droga é injetada na corrente sanguínea de um paciente ao longo de um intervalo de cinco minutos. Durante esse tempo, a quantidade da droga no sangue cresce linearmente. Após os cinco minutos a injeção é interrompida, e, então, a quantidade da droga decai exponencialmente. Esboce um gráfico da quantidade *versus* tempo.
4. Quando a quantidade de hormônios esteróides (p. ex., estrogênio) em uma célula é muito pequena, a taxa com a qual esses hormônios penetram a célula é alta. A taxa diminui à medida que a célula acumula esses hormônios. Esboce um possível gráfico para a quantidade de hormônios esteróides em uma célula *versus* o tempo, supondo que a quantidade inicial de hormônios esteróides na célula seja nula.
5. Cada função da Tabela 1.10 é crescente, mas cada uma cresce de um modo diferente. Qual dos gráficos da Fig. 1.24 melhor se ajusta a cada função?

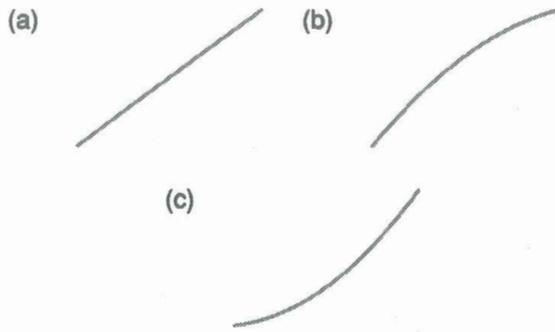


Fig. 1.24

TABELA 1.10

| t | $g(t)$ | $h(t)$ | $k(t)$ |
|-----|--------|--------|--------|
| 1 | 23 | 10 | 2,2 |
| 2 | 24 | 20 | 2,5 |
| 3 | 26 | 29 | 2,8 |
| 4 | 29 | 37 | 3,1 |
| 5 | 33 | 44 | 3,4 |
| 6 | 38 | 50 | 3,7 |

6. Cada função da Tabela 1.11 é decrescente, mas cada uma decresce de um modo diferente. Qual dos gráficos da Fig. 1.25, melhor se ajusta a cada função?

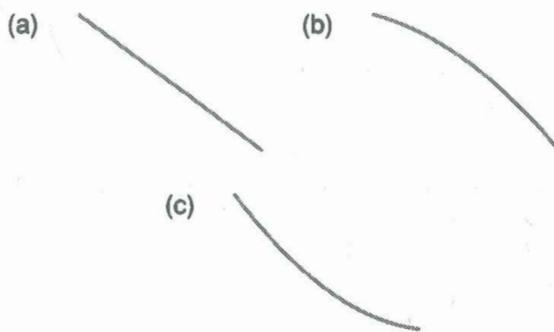


Fig. 1.25

TABELA 1.11

| x | $f(x)$ | $g(x)$ | $h(x)$ |
|-----|--------|--------|--------|
| 1 | 100 | 22,0 | 9,3 |
| 2 | 90 | 21,4 | 9,1 |
| 3 | 81 | 20,8 | 8,8 |
| 4 | 73 | 20,2 | 8,4 |
| 5 | 66 | 19,6 | 7,9 |
| 6 | 60 | 19,0 | 7,3 |

7. Relacione as funções da Tabela 1.12 com as fórmulas

$y = a(1,1)^s$, $y = b(1,05)^s$, $y = c(1,03)^s$,

assuming a , b , and c are constants. Note that the function values have been rounded to two decimal places.

TABELA 1.12

| s | $h(s)$ | s | $f(s)$ | s | $g(s)$ |
|-----|--------|-----|--------|-----|--------|
| 2 | 1,06 | 1 | 2,20 | 3 | 3,47 |
| 3 | 1,09 | 2 | 2,42 | 4 | 3,65 |
| 4 | 1,13 | 3 | 2,66 | 5 | 3,83 |
| 5 | 1,16 | 4 | 2,93 | 6 | 4,02 |
| 6 | 1,19 | 5 | 3,22 | 7 | 4,22 |

Para os Problemas 8 e 9, encontre uma fórmula que se ajuste às funções representadas pelos dados.

8.

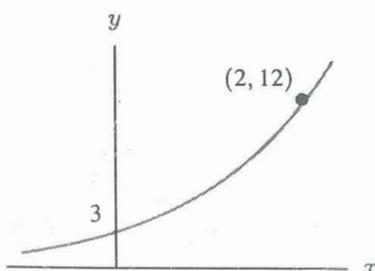
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|--------|------|------|------|-------|
| $f(x)$ | 4,30 | 6,02 | 8,43 | 11,80 |

9.

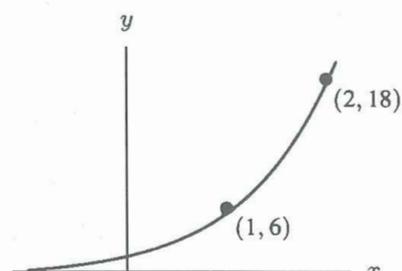
| t | 0 | 1 | 2 | 3 |
|--------|------|------|------|------|
| $g(t)$ | 5,50 | 4,40 | 3,52 | 2,82 |

Encontre equações que se ajustem aos gráficos dos Problemas 10-13.

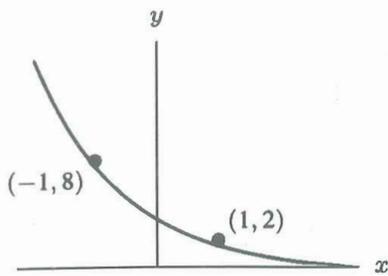
10.



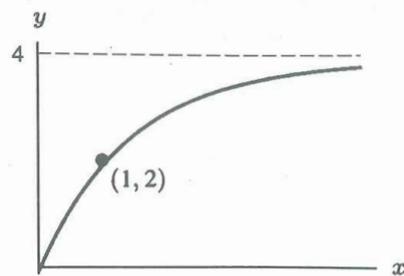
11.



12.



13.



14. (a) A meia-vida do rádio-226 é de 1.620 anos. Obtenha uma fórmula para a quantidade Q do rádio que resta após t anos, dado que a quantidade inicial é Q_0 .
- (b) Que percentual de uma quantidade inicial de rádio resta após 500 anos?
15. Durante o início dos anos 60, a substância radioativa estrôncio-90 foi liberada durante testes de armas nucleares na atmosfera, e esta substância se acumulou nos ossos de pessoas vivas naquela época. Se a meia-vida do estrôncio-90 é de 29 anos, que fração do estrôncio-90 absorvido em 1960 permanece nos ossos dessas pessoas em 1990?
16. Nos Jogos Olímpicos de 1968, nos arredores da Cidade do México, houve muita discussão a respeito do efeito que a grande altitude (2.237 metros) poderia causar nos atletas. Presumindo-se que a pressão atmosférica decaia exponencialmente em 0,4% a cada 30 metros, de que percentual fica reduzida a pressão atmosférica ao se deslocar do nível do mar até a Cidade do México?
17. Sabe-se que uma população cresce exponencialmente. Faça uma estimativa para o período de duplicação da população dada pelo gráfico da Fig. 1.26, e verifique, graficamente, se este período de duplicação é independente do ponto inicial que foi tomado no gráfico.

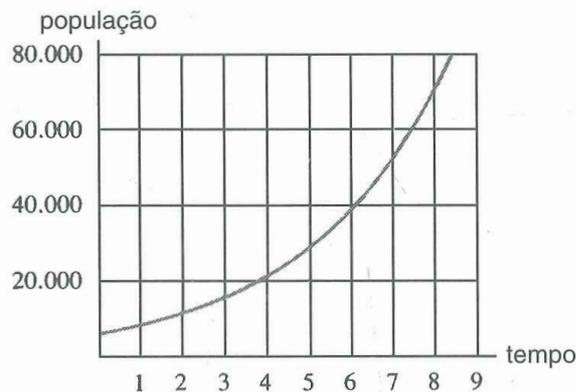


Fig. 1.26

18. Uma certa região tem uma população de 10.000.000 de habitantes e um crescimento anual de 2%. Estime o período de duplicação por tentativa e erro.
19. Uma certa substância radioativa decai exponencialmente de tal modo que, após 10 anos, ainda restam 70% da quantidade inicial. Obtenha uma expressão para a quantidade que ainda resta após um número t qualquer de anos. Que quantidade ainda restará após 50 anos? Qual é a meia-vida? Quanto tempo é preciso para que reste somente 20% da quantidade inicial? E para que reste somente 10%? (Use tentativa e erro onde for necessário.)
20. Imagine que o preço médio P de uma residência subiu de \$50.000,00 em 1970, para \$100.000,00 em 1990. Seja t o número de anos desde 1970.
- (a) Suponha que a variação de preços de residências tenha sido linear. Encontre uma equação para a reta que representa o preço P em função de t . Use esta equação para completar a coluna (a) da Tabela 1.13. Trabalhe com o preço em unidades de \$1.000.

- (b) Se, ao contrário, os preços de residências estivessem subindo exponencialmente, determine uma equação da forma $P = P_0 a^t$ que representaria a variação do preço de residências de 1970 a 1990, e complete a coluna (b) da Tabela 1.13.
- (c) No mesmo sistema de eixos, esboce os gráficos das funções representadas nas colunas (a) e (b) da Tabela 1.13.

TABELA 1.13

| t | (a) Crescimento linear dos preços em unidades de \$1.000 | (b) Crescimento exponencial dos preços em unidades de \$1.000 |
|-----|--|---|
| 0 | 50 | 50 |
| 10 | | |
| 20 | 100 | 100 |
| 30 | | |
| 40 | | |

Países com taxas de inflação muito altas publicam, todo mês, em vez de anualmente, os valores da inflação, pois valores mensais são menos alarmantes. Os Problemas 21 e 22 tratam deste tipo de taxas altas, chamadas de *hiperinflação*.

21. Em 1989, a inflação nos EUA estava em 4,6% ao ano. Em 1989, a Argentina tinha uma taxa de inflação de cerca de 33% ao mês.
- (a) Qual é a taxa anual, para a Argentina, equivalente à taxa mensal de 33%?
- (b) Qual é a taxa mensal para os EUA, equivalente à taxa anual de 4,6%?
22. Entre dezembro de 1988 e dezembro de 1989, a taxa de inflação do Brasil estava em 1.290% ao ano. (Isso significa que entre 1988 e 1989, os preços subiram por um fator de $1 + 12,90 = 13,90$.)
- (a) Quanto custaria, em 1989, um bem que custasse 1.000 cruzados (unidade de moeda brasileira) em 1988?
- (b) Qual era a taxa mensal de inflação para o Brasil nesse período?

Potências

Problemas para a Seção 1.4

1. Simplifique as seguintes expressões: (a) $8^{2/3}$ (b) $9^{-3/2}$
2. Esboce os gráficos de $y = x^{1/2}$ e $y = x^{2/3}$ no mesmo sistema de eixos. Qual função tem valores maiores quando $x \rightarrow ?$
3. O que acontece com o valor de $y = x^4$, quando $x \rightarrow ?$ E quando $x \rightarrow - ?$
4. O que acontece com o valor de $y = -x^7$, quando $x \rightarrow ?$ E quando $x \rightarrow - ?$
5. Esboce um gráfico de $y = x^{-4}$.
6. Em uma calculadora que plote gráficos ou em um computador, plote os gráficos das seguintes funções, primeiro para $-5 \leq x \leq 5$ e $-100 \leq y \leq 100$, e depois para $-1,2 \leq x \leq 1,2$ e $-2 \leq y \leq 2$.
 - (a) $y = x, y = x^3, y = x^6, y = x^9$
 - (b) $y = x, y = x^4, y = x^7, y = x^{10}$

- Observe a forma genérica dessas funções: as potências ímpares possuem uma mesma forma genérica? Que função é maior para valores grandes de x , em módulo? E para x próximo de zero? Isso é o que você esperava?
7. Faça alguns cálculos usando valores particulares de x , para verificar que $y = x^{1/3}$ fica acima de $y = x^{1/2}$ e que $y = x^{1/2}$ fica acima de $y = x$ para $0 < x < 1$.
 8. (a) Use uma calculadora que faça gráficos (ou um computador) para plotar os gráficos de x^3 , x^4 e x^5 no intervalo $-0,1 \leq x \leq 0,1$. Determine um intervalo apropriado para y , de modo que todas as potências possam ser distinguidas.
(b) Plote os mesmos gráficos para $-100 \leq x \leq 100$, e determine um intervalo apropriado para y .
 9. À mão, faça um esboço global dos gráficos de $f(x) = x^3$ e $g(x) = 20x^2$, em um mesmo sistema de eixos. Qual função assume valores maiores, quando $x \rightarrow \infty$?
 10. À mão, faça um esboço dos gráficos de $f(x) = x^5$, e $g(x) = -x^3$ e $h(x) = 5x^2$, no mesmo sistema de eixos. Qual função assume maior valor positivo, quando $x \rightarrow \infty$? E quando $x \rightarrow -\infty$?
 11. Através de tentativa e erro, use uma calculadora para encontrar, com uma precisão de duas casas decimais, o ponto próximo a $x = 10$ onde $y = 2^x$ e $y = x^3$ se cruzam.
 12. Use uma calculadora que faça gráficos para encontrar o(s) ponto(s) de interseção dos gráficos de $y = (1,06)^x$ e $y = 1 + x$.
 13. Para que valores de x temos $4^x > x^4$?
 14. Para que valores de x temos $3^x > x^3$? (Observação: você terá que decidir como lidar com o fato de que os gráficos de 3^x e x^3 estão relativamente próximos um do outro, para valores de x próximos de 3.)
 15. De acordo com a revista *Car and Drive* de abril de 1991, um Alfa Romeo, a 112 km/h, necessita de 54 metros para parar. Supondo que a distância, até parar, é proporcional ao quadrado da velocidade, calcule as distâncias, até parar, de um Alfa Romeo, a velocidades de 56 km/h e 224 km/h (sua velocidade máxima).
 16. A Lei de Poiseuille fornece a taxa de fluxo, R , de um gás, através de um tubo cilíndrico em função do raio, r , do tubo, para uma dada queda na pressão. Assuma uma queda constante na pressão ao longo do restante deste problema.
 - (a) Determine uma fórmula para a Lei de Poiseuille, dado que a taxa de fluxo é proporcional à quarta potência do raio.
 - (b) Se $R = 400 \text{ cm}^3/\text{s}$ em um tubo com raio de 3 cm, para um determinado gás, determine uma fórmula explícita para a taxa de fluxo deste gás, através de um tubo de raio r cm.
 - (c) Qual é a taxa de fluxo do mesmo gás, através de um tubo com um raio de 5 cm?
 17. Os valores de três funções estão dados na Tabela 1.15. Uma função é da forma $y = ab^t$, outra é $y = at^2$ e uma outra é da forma $y = bt^3$. Relacione as funções da tabela com as fórmulas.

TABELA 1.15

| t | $f(t)$ | t | $g(t)$ | t | $h(t)$ |
|-----|--------|-----|--------|-----|--------|
| 2,0 | 4,40 | 1,0 | 3,00 | 0,0 | 2,04 |
| 2,2 | 5,32 | 1,2 | 5,18 | 1,0 | 3,06 |
| 2,4 | 6,34 | 1,4 | 8,23 | 2,0 | 4,59 |
| 2,6 | 7,44 | 1,6 | 12,29 | 3,0 | 6,89 |
| 2,8 | 8,62 | 1,8 | 17,50 | 4,0 | 10,33 |
| 3,0 | 9,90 | 2,0 | 24,00 | 5,0 | 15,49 |

18. Os valores de três funções estão dados na Tabela 1.16. (Os números foram arredondados para duas casas decimais.) Duas funções são potências e uma é uma exponencial. Uma das potências é uma função quadrática e a outra é uma cúbica. Qual função é a exponencial? Qual é a quadrática? Qual é a cúbica?

TABELA 1.16

| x | $f(x)$ | x | $g(x)$ | x | $h(x)$ |
|------|--------|-----|--------|-----|--------|
| 8,4 | 5,93 | 5,0 | 3,12 | 0,6 | 3,24 |
| 9,0 | 7,29 | 5,5 | 3,74 | 1,0 | 9,01 |
| 9,6 | 8,85 | 6,0 | 4,49 | 1,4 | 17,66 |
| 10,2 | 10,61 | 6,5 | 5,39 | 1,8 | 29,19 |
| 10,8 | 12,60 | 7,0 | 6,47 | 2,2 | 43,61 |
| 11,4 | 14,82 | 7,5 | 7,76 | 2,6 | 60,91 |

19. Devido às sementes aperfeiçoadas e às novas técnicas agrícolas, a produção de grãos de uma certa região vem aumentando. Ao longo de um período de 20 anos, a produção anual (em milhões de toneladas) foi a seguinte:

| 1970 | 1975 | 1980 | 1985 | 1990 |
|------|------|------|------|------|
| 5,35 | 5,90 | 6,49 | 7,05 | 7,64 |

No mesmo período, a população (em milhões de habitantes) foi de:

| 1970 | 1975 | 1980 | 1985 | 1990 |
|------|------|------|------|------|
| 53,2 | 56,9 | 60,9 | 65,2 | 69,7 |

- (a) Encontre uma função linear ou exponencial que se ajuste de modo aproximado a cada conjunto de dados. (Escolha o tipo de função que se ajusta melhor.)
- (b) Se esta região foi auto-sustentável para este tipo de grão em 1970, ela foi auto-sustentável entre 1970 e 1990? (Ser auto-sustentável significa que cada pessoa tem uma quantidade suficiente de grãos. Como fica a quantidade de grãos, por pessoa, para os anos seguintes?)
20. Use uma calculadora que plote gráficos (ou um computador) para plotar os gráficos de $y = x^4$ e $y = 3^x$. Determine os domínios e imagens apropriados, de modo a reproduzir cada gráfico da Fig. 1.40.

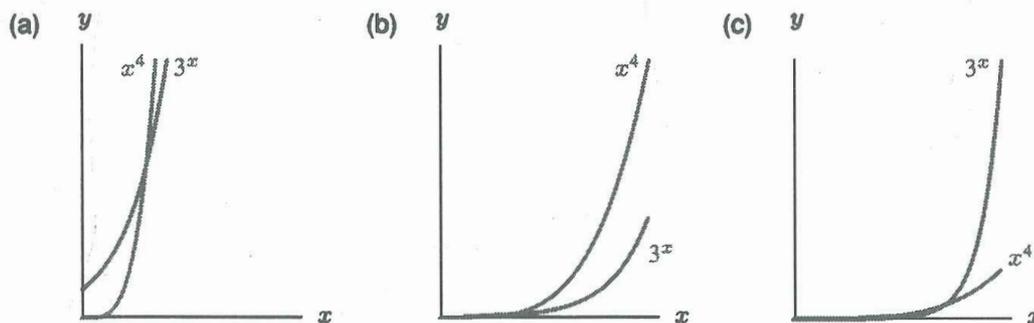


Fig. 1.40

Funções Inversas

Problemas para a Seção 1.5

1. Seja $f(x)$ a temperatura (em °C) quando a coluna de mercúrio de um dado termômetro mede x centímetros. Em termos práticos, qual é o significado de $f^{-1}(30)$?

Para os Problemas 2-6, decida se a função f é inversível ou não.

2. $f(d)$ é o total de litros de combustível consumidos por um avião ao final de d minutos de um determinado voo.
3. $f(t)$ é o número de clientes presentes na loja de departamentos Macy's, t minutos após o meio-dia de 18 de dezembro de 1993.
4. $f(x)$ é o volume, em litros, de x quilogramas de água a 4°C.
5. $f(w)$ é o custo, em centavos, de se remeter uma carta que pesa w gramas.
6. $f(n)$ é o número de alunos na sua turma de cálculo, cujos aniversários caem no n ésimo dia do ano.
7. Faça uma tabela para os valores de f^{-1} , onde a f é dada abaixo. O domínio da f são os inteiros de 1 a 7. Especifique o domínio da f^{-1} .

| | | | | | | | |
|--------|---|----|----|---|-----|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $f(x)$ | 3 | -7 | 19 | 4 | 178 | 2 | 1 |

8. A função $f(x) = x^3 + x + 1$ é inversível. Use uma calculadora que plote gráficos para dar um valor aproximado de $f^{-1}(20)$.

Nos Problemas 9-11, use uma calculadora que plote gráficos ou um computador para esboçar os gráficos das seguintes funções, e decida se são ou não inversíveis.

9. $f(x) = x^2 + 3x + 2$
10. $f(x) = x^3 - 5x + 10$
11. $f(x) = x^3 + 5x + 10$

12. O custo de se produzir q unidades é dado pela função

$$C = f(q) = 100 + 2q.$$

- (a) Encontre uma fórmula para a função inversa.
 - (b) Explique, em termos práticos, o que diz a função inversa.
13. Um peso de uma libra corresponde, aproximadamente, a uma massa de 0,45 quilogramas.
 - (a) Obtenha uma fórmula para a função, f , que forneça o peso, p , de um objeto, em libras, em função de sua massa, k , em quilogramas.
 - (b) Encontre uma fórmula para a inversa da f . Em termos práticos, o que esta função inversa lhe informa?

14. Suponha que f é inversível e crescente. O que se pode dizer a respeito da sua inversa ser crescente ou decrescente?
15. Se uma função f é inversível e côncava para cima, o que se pode dizer a respeito da concavidade da sua inversa?
16. A Fig. 1.45 é o gráfico⁵ de uma função f , onde $f(t)$ é o número (em milhões) de motores de veículos registrados no mundo no ano t . (Em 1988, um terço dos veículos registrados no mundo estava nos EUA.)
- A f é inversível? Justifique.
 - Em termos práticos, qual o significado de $f^{-1}(400)$? Calcule $f^{-1}(400)$.
 - Esboce o gráfico da f^{-1} .

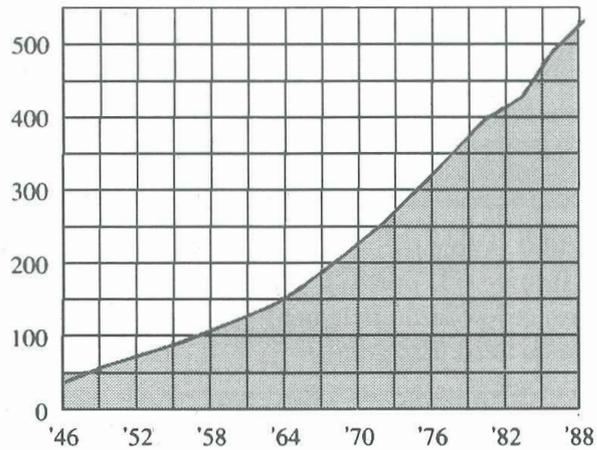


Fig. 1.45 População mundial de veículos motorizados.