2.2.2 Problemas de transporte, transbordo e designação 21

Problema de Transporte

Visa minimizar o custo total do transporte necessário para abastecer n centros consumidores (destinos) a partir de m centros fornecedores (origens)

- $O_1, O_2, ..., O_m$: ofertas
- $D_1, D_2, ..., D_n$: demandas
- x_{ij} : quantidade a ser transportada da origem i para o destino j, $x_{ij} \in Z^+$

$$\min Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

$$sa \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \mathrm{O}_i \quad i = 1,2,\dots,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \mathrm{D}_j \quad j = 1,2,\dots,n$$

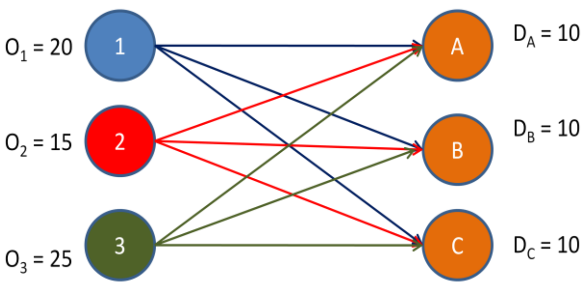
$$x_{ij} \geq 0$$

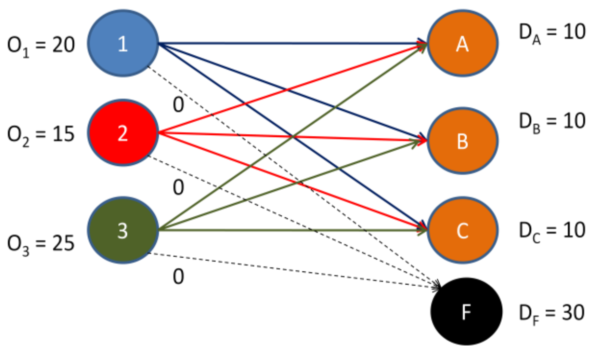
Somando as m restrições de oferta e as n restrições de demanda obtém-se

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{O}_i \quad \mathrm{e} \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{D}_j \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{n} \mathrm{O}_i = \sum_{j=1}^{n} \mathrm{D}_j$$

indicando que o modelo do transporte "exige uma igualdade" entre oferta total e demanda total. Porém o algoritmo a ser apresentado também pode ser utilizado quando a oferta total não for igual a demanda total.

- Se a demanda é menor que a oferta, basta incluir um consumidor fictício, cuja demanda seja, exatamente, a diferença entre o total de oferta e o total da demanda, enquanto que os custos de transporte de cada origem ao consumidor fictício são tomados iguais a zero





- Se a oferta é menor que a demanda total, basta incluir uma origem fictícia, cuja oferta restabeleça o equilíbrio entre demanda total e oferta total. Neste caso deve-se fixar igual a zero os custos deste depósito fictício para todos os centros consumidores.

Exemplo: Uma firma fabrica um determinado produto em quatro cidades 1, 2, 3 e 4; o produto destina-se a três centros de consumo A, B e C. Sabe-se que:

a) As cidades 1, 2, 3 e 4 dispõem respectivamente de 30, 20, 50 e 10 unidades do produto.

b) Os centros de consumo A, B e C necessitam respectivamente de 20, 40 e 50 unidades.

c) Os custos unitários de transporte ($)

1→A: 1	1→B: 2	1→C: 3
2→A: 10	2→B: ...	2→C: 8
3→A: 3	3→B: 4	3→C: 2
4→A: 5	4→B: 2	4→C: 1

O modelo de transporte correspondente será:

Um problema de transporte equilibrado tem *"oferta total = demanda total"* que pode ser expressado por

$$\sum \mathrm{O}_i = \sum \mathrm{D}_i$$

Uma conseqüência disso é que o problema é definido pela oferta e demanda $n+m-1$ variáveis visto que, se o_i, $i = 2,3,\ldots,m$ e d_j, $j = 1,2,\ldots,n$ são especificados, então o_1 pode ser encontrado pela equação de equilíbrio acima. Isso significa que uma das equações das restrições não é necessária.

Ou seja, as $m+n$ restrições são linearmente dependentes. Sendo A a matriz dos coeficientes do lado esquerdo das restrições, é fácil provar que $rank(A) = m + n - 1$.

Assim, um modelo de transporte balanceado tem $n+m-1$ equações independentes.

Como o número de variáveis básicas em uma solução básica é o mesmo que o número de restrições, as soluções deste problema devem ter $n+m-1$ variáveis básicas e todas as variáveis restantes serão não-básicas e, portanto, terão o valor nulo (0).

A sequência para resolver nosso problema de transporte é composto basicamente por 3 etapas.

Etapa 0: Equilibrar

Etapa 1: Determinação de uma solução inicial

Etapa 2: Métodos u-v e *stepping stone* para achar a solução ótima

Agora vamos detalhar cada uma das etapas

Etapa 0: Equilibrar

Incluir depósito ou consumidor fictício, com custo zero, para igualar oferta total com demanda total.

Etapa 1: Determinação de uma solução inicial

Já foi estudado o problema do transporte e sua formulação num problema de programação linear inteira-pli. Nesta etapa serão estudadas técnicas para gerar soluções iniciais para tal pli. Serão vistos:

- A regra do Canto Noroeste
- O processo do Custo Mínimo
- O método de Vogel

A obtenção de uma solução inicial pode ser feita de forma quase arbitrária. As exigências são muito mais simples que aquelas do método simplex e são as seguintes:

- ser viável, isto é, satisfazer todas as restrições do modelo;
- conter $(n + m - 1)$ variáveis básicas; e
- as variáveis básicas não devem formar um circuito fechado.

a) **Regra do Canto Noroeste**

A regra será aplicada no quadro de soluções segundo os seguintes passos.

Passo 1: comece pela célula superior esquerda

Passo 2: coloque nessa célula a maior quantidade permitida pela oferta e demanda correspondentes

Passo 3: atualize os valores da oferta e da demanda que foram modificados pelo **Passo 2**

Passo 4: siga para a célula da direita se houver alguma oferta restante e volta ao **Passo 2**. Caso contrário, siga para a célula inferior e volte ao **Passo 2**.

O processo continua até que sejam esgotadas as ofertas de todas as origens e supridas as demandas de todos os destinos.

Exemplo

	A	B	C	D	Oferta
1	10 (7)	7 (2)	6	5	9 (2, 0)
2	2	8 (4)	9 (6)	1	10 (6, 0)
3	11	12	8 (4)	4 (4)	8 (4, 0)
Demanda	7 (0)	6 (4, 0)	10 (4)	4 (0)	

	A	B	C	D	Oferta
1	7	2			9
2		4	6		10
3			4	4	8
Demanda	7	6	10	4	

- Primeiro deve-se verificar se a demanda total é igual a oferta total.
- A solução inicial será: x_{1A}=7, x_{1B}=2, x_{2B}=4, x_{2C}=6, x_{3C}=4, x_{3D}=4, Z=218
- Usando a regra do Canto Noroeste, a solução inicial independe dos custos, isto é, depende exclusivamente das ofertas das origens e das demandas dos destinos.

b) **<u>Regra do Custo Mínimo</u>**

A regra será aplicada no quadro de soluções segundo os seguintes passos:

Passo 1: localize no quadro de custos o menor c_{ij} que não tenha oferta ou demanda nula;

Passo 2: coloque nessa célula a maior quantidade permitida pela oferta e demanda correspondentes;

Passo 3: atualize os valores da oferta e da demanda que foram modificados pelo **Passo 2**.

O processo continua até que sejam esgotadas as ofertas de todas as origens e supridas as demandas de todos os destinos.

Exemplo

	A	B	C	D	Oferta
1	10	7	6 (9)	5	9 (0)
2	2 (6)	8	9	1 (4)	10 (6,0)
3	11 (1)	12 (6)	8 (1)	4	8 (7,6,0)
Demanda	7 (1,0)	6 (0)	10 (1,0)	4 (0)	

A	B	C	D	Oferta

1			9		9
2	6			4	10
3	1	6	1		8
Demanda	7	6	10	4	

A solução inicial será: x_{1C}=9, x_{2A}=6, x_{2D}= 4, x_{3A}=1, x_{3B}=6, x_{3C}=1, Z=161. Usando a regra do Custo mínimo, a solução depende dos custos.

c) **Método de Vogel – Método das Penalidades**

O método de Vogel depende tanto dos custos como das demandas e ofertas. A regra será aplicada no quadro de soluções segundo os seguintes passos:

Passo 1: em cada linha, identifique a diferença de custo entre o menor valor e o segundo menor

Passo 2: em cada coluna, identifique também a variação de custo entre o menor valor e o segundo menor

Passo 3: na linha ou coluna correspondente à maior de todas as variações selecione a célula de menor custo e coloque aí a maior quantidade permitida pela oferta e demanda correspondentes

Passo 4: atualize os valores de oferta e demanda que foram modificados pelo **Passo 3**; caso a linha tenha tido sua oferta reduzida a zero, cancele a linha e volte ao **Passo 2**; caso a coluna tenha zerado sua demanda, volte ao **Passo 1** e, depois, **Passo 3**.

O processo continua até que sejam esgotadas as ofertas de todas as origens e supridas as demandas de todos os destinos.

Porque o método de Vogel geralmente é melhor que os outros 2 métodos? Analise o quadro de custos de:

	A	B	Oferta
1	1	500	40
2	10	1000	30
Demanda	50	20	

Exemplo

	A	B	C	D	Oferta	
1	10	7	6	5	9	1
2	2	8	9	1	10	1
3	11	12	8	4	8	4
Demanda	7	6	10	4		
	8	1	2	3		

	A	B	C	D	Oferta	
1	10	7	6	5	9	1
2	2 (7)	8	9	1	10 (3)	7
3	11	12	8	4	8	4
Demanda	7 (0)	6	10	4		
	X	1	2	3		

	A	B	C	D	Oferta	
1	10	7	6	5	9	1
2	2 (7)	8	9	1 (3)	10 (3,0)	X
3	11	12	8	4	8	4
Demanda	7 (0)	6 (0)	10	4 (1)		
	X	5	2	1		

	A	B	C	D	Oferta	
1	10	7 (6)	6	5	9 (3)	1
2	2 (7)	8	9	1 (3)	10 (3,0)	X
3	11	12	8	4	8	4
Demanda	7 (0)	6 (0)	10	4 (1,0)		
	X	X	2	1		

	A	B	C	D	Oferta	
1	10	7 (6)	6 (3)	5	9 (3,0)	X
2	2 (7)	8	9	1 (3)	10 (3,0)	X
3	11	12	8	4 (1)	8 (7)	-
Demanda	7 (0)	6 (0)	10 (7)	4 (1,0)		
	X	X	-	X		

	A	B	C	D	Oferta
1	10	7 (6)	6 (3)	5	9 (3,0)
2	2 (7)	8	9	1 (3)	10 (3,0)
3	11	12	8 (7)	4 (1)	8 (7,0)
Demanda	7 (0)	6 (0)	10 (7,0)	4 (1,0)	

	A	B	C	D	Oferta
1		6	3		9
2	7			3	10
3			7	1	8
Demanda	7	6	10	4	

A solução inicial será: $x_{1B}=6$, $x_{1C}=3$, $x_{2A}=7$, $x_{2D}=3$, $x_{3C}=7$, $x_{3D}=1$, $Z=137$.

Etapa 2 - Métodos *u-v* e *stepping stone* para achar a solução ótima

Dada uma solução inicial viável, usa-se os métodos *u-v* e *stepping stone* para determinar a solução ótima.

a) **Determinação da variável que entra na base – método *u-v***

Seja o exemplo (EQUILIBRADO)

	A	B	C	oferta
1	200	60	32	20
2	40	68	80	30
3	120	104	60	45
demanda	30	35	30	

Formulação do pli

i) Variáveis

x_{ij}: Custos do trajeto do depósito i para o moinho j

i = 1, 2, 3 (locais de colheita) j = A, B, C (moinhos)

ii) Equações

a) Função Objetivo

$\min Z = 200X_{1A} + 40X_{2A} + 120X_{3A} + 60X_{1B} + 68X_{2B} + 104X_{3B} + 32X_{1C} + 80X_{2C} + 60X_{3C}$

b) Restrições

$X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} = 20$ Caminhões do depósito 1
$X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} = 30$ Caminhões do depósito 2
$X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} = 45$ Caminhões do depósito 3

$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} = 30$ Caminhões para o moinho A
$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} = 35$ Caminhões para o moinho B
$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} = 30$ Caminhões para o moinho C

$X_{1A}, X_{2A}, X_{3A}, X_{1B}, X_{2B}, X_{3B}, X_{1C}, X_{2C}, X_{3C} \geq 0$

iii) pli

$$
\begin{aligned}
\min Z = {} & 200X_{1A} + 40X_{2A} + 120X_{3A} + 60X_{1B} + 68X_{2B} + 104X_{3B} + 32X_{1C} + 80X_{2C} + 60X_{3C} \\
\text{sa} \quad & X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} = 20 \\
& X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} = 30 \\
& X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} = 45 \\
& X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} = 30 \\
& X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} = 35 \\
& X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} = 30 \\
& X_{1A}, X_{2A}, X_{3A}, X_{1B}, X_{2B}, X_{3B}, X_{1C}, X_{2C}, X_{3C} \geq 0
\end{aligned}
$$

iv) DUAL do pl (não é dual do pli)

$$\min Z = 200X_{1A} + 40X_{2A} + 120X_{3A} + 60X_{1B} + 68X_{2B} + 104X_{3B} + 32X_{1C} + 80X_{2C} + 60X_{3C}$$

sa

$X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} = 20$ (u_1)
$X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} = 30$ (u_2)
$X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} = 45$ (u_3)

$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} = 30$ (v_A)
$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} = 35$ (v_B)
$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} = 30$ (v_c)

$X_{1A}, X_{2A}, X_{3A}, X_{1B}, X_{2B}, X_{3B}, X_{1C}, X_{2C}, X_{3C} \geq 0$

Alinhando as variáveis, temos

	X_{1A}	X_{2A}	X_{3A}	X_{1B}	X_{2B}	X_{3B}	X_{1C}	X_{2C}	X_{3C}		b	Var.
min	200	40	120	60	68	104	32	80	60		0	dual
sa	1			1			1			=	20	u_1
		1			1			1		=	30	u_2
			1			1			1	=	45	u_3
	1	1	1							=	30	v_A
				1	1	1				=	35	v_B
							1	1	1	=	30	v_C
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≥	0	

Formulação do Dual

$$\max D = 30v_A + 35v_B + 30v_C + 20u_1 + 30u_2 + 45u_3$$

sa

$u_1 + v_A \leq 200$ (var folga F_1)
$u_2 + v_A \leq 40$ (var folga F_2)
$u_3 + v_A \leq 120$ (var folga F_3)
$u_1 + v_B \leq 60$ (var folga F_4)
$u_2 + v_B \leq 68$ (var folga F_5)
$u_3 + v_B \leq 104$ (var folga F_6)
$u_1 + v_C \leq 32$ (var folga F_7)
$u_2 + v_C \leq 80$ (var folga F_8)
$u_3 + v_C \leq 60$ (var folga F_9)
$v_1, v_2, v_3, u_1, u_2, u_3$ livres

$$\max D = 30v_A + 35v_B + 30v_C + 20u_1 + 30u_2 + 45u_3$$

sa

$u_1 + v_A + F_1 = 200$
$u_2 + v_A + F_2 = 40$
$u_3 + v_A + F_3 = 120$
$u_1 + v_B + F_4 = 60$
$u_2 + v_B + F_5 = 68$
$u_3 + v_B + F_6 = 104$
$u_1 + v_C + F_7 = 32$
$u_2 + v_C + F_8 = 80$
$u_3 + v_C + F_9 = 60$
$v_A, v_B, v_C, u_1, u_2, u_3$ livres, $F_i \geq 0$

v) <u>Solução inicial (escolhi o Canto Noroeste)</u>

	A	B	C
1	20		
2	10	20	
3		15	30

200 (20)	60	32
40 (10)	68 (20)	80
120	104 (15)	60 (30)

$X_{1A} = 20$ $X_{2A} = 10$ $X_{2B} = 20$ $X_{3B} = 15$ $X_{3C} = 30$ $Z = 9.120$

Considerando parte do quadro simplex do pl primal tem-se

Base	X_{1A}	X_{2A}	X_{3A}	X_{1B}	X_{2B}	X_{3B}	X_{1C}	X_{2C}	X_{3C}	b
Z	200	40	120	60	68	104	32	80	60	
...	...	...	...		...	...	...	...	...	...

Após gerada a solução inicial temos

Dual→	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	
Base	X_{1A}	X_{2A}	X_{3A}	X_{1B}	X_{2B}	X_{3B}	X_{1C}	X_{2C}	X_{3C}	b
Z	0	0	$\bar{C}_{3A}$	$\bar{C}_{1B}$	0	0	$\bar{C}_{1C}$	$\bar{C}_{2C}$	0	
...	...	...	...		...	...	...	...	...	...

Portanto do dual

$u_1 + v_A + F_1 = 200$ $u_2 + v_A + F_2 = 40$
$u_2 + v_B + F_5 = 68$ $u_3 + v_B + F_6 = 104$
$u_3 + v_C + F_9 = 60$

Do teorema da dualidade $F_1 = F_2 = F_5 = F_6 = F_9 = 0$. Considerando, então, $F_1 = F_2 = F_5 = F_6 = F_9 = 0$ o sistema fica reduzido a:

$$\begin{cases} u_1 + v_A = 200 \\ u_2 + v_A = 40 \\ u_2 + v_A = 68 \\ u_3 + v_B = 104 \\ u_3 + v_C = 60 \end{cases}$$

Queremos determinar uma solução deste sistema que é um "sistema possível indeterminado". Como há mais variáveis que equações, fixamos, p.ex., $u_1 = 0$ para determinar a solução:

$u_1 = 0$ $v_A = 200$ $u_2 = -160$ $v_B = 228$ $u_3 = -124$ $v_C = 184$

Podemos calcular u e v diretamente a partir do quadro de custos e da solução inicial

200 •	60	32	$u_1 = 0$
40 •	68 •	80	$u_2 = -160$
120	104 •	60 •	$u_3 = -124$
$v_A = 200$	$v_B = 228$	$v_C = 184$	

Para saber se a solução do pli é ótima, iremos atualizar os coeficientes das variáveis não básicas utilizando as demais restrições do dual. Para isso, usamos os valores de u e v já determinados.

$u_1 + v_A + F_1 = 200$ $\quad\cancel{u_1 + v_A + 0 = 200}$

$u_2 + v_A + F_2 = 40$ $\quad\cancel{u_2 + v_A + 0 = 40}$

$u_3 + v_A + F_3 = 120$ $\quad u_3 + v_A + \bar{C}_{3A} = 120$ $\quad \bar{C}_{3A} = 120 + 124 - 200 = 44$

$u_1 + v_B + F_4 = 60$ $\quad u_1 + v_B + \bar{C}_{1B} = 60$ $\quad \bar{C}_{1B} = 60 - 0 - 228 = -168$

$u_2 + v_B + F_5 = 68$ $\quad\cancel{u_2 + v_B + 0 = 68}$

$u_3 + v_B + F_6 = 104$ $\quad\cancel{u_3 + v_B + 0 = 104}$

$u_1 + v_C + F_7 = 32$ $\quad u_1 + v_C + \bar{C}_{1C} = 32$ $\quad \bar{C}_{1C} = 32 - 0 - 184 = -152$

$u_2 + v_C + F_8 = 80$ $\quad u_2 + v_C + \bar{C}_{2C} = 80$ $\quad \bar{C}_{2C} = 80 + 160 - 184 = 56$

$u_3 + v_C + F_9 = 60$ $\quad\cancel{u_3 + v_C + 0 = 60}$

200 •	60 (-168)	32 (-152)	$u_1=0$
40 •	68 •	80 (56)	$u_2 = -160$
120 (44)	104 •	60 •	$u_3 = -124$
$v_A = 200$	$v_B = 228$	$v_C = 184$	

Assim, com as variáveis básicas escolhidas, a função objetivo atualizada é

$$Z = 44X_{3A} - 168X_{1B} - 152X_{1C} + 56X_{2C} + \ldots$$

Como a solução não é ótima, precisamos colocar na base a variável com coeficiente "mais" negativo (X_{1B}) (lembremos que o problema é de minimização).

Até agora sabemos determinar uma solução básica inicial e atualizar os coeficientes da função objetivo em função desta base. Sabemos qual variável vai entrar na base, mas precisaremos determinar qual deverá sair da base.

b) **Determinação da variável que sai da base – *stepping stone***

No exemplo anterior verifica-se que a solução ainda não é ótima pois na função objetivo existem coeficientes negativos, ou seja,

$Z = 44X_{3A} - 168X_{1B} - 152X_{1C} + 56X_{2C} + \ldots$

A variável que entrará na base é X_{1B}, pois ela $\neq 0$ (positiva) irá reduzir o valor atual da função objetivo.

Sabe-se, do método simplex, que a variável que deve sair da base é aquela que se anular mais rapidamente quando X_{1B} aumentar de valor. Vejamos isto a partir do próximo quadro.

	A	B	C
1	$20 - \theta$	$+\theta$	
2	$10 + \theta$	$20 - \theta$	
3		15	30

i) Imaginando que a variável X_{1B} entra na base com valor $\theta \geq 0$, e que θ deve ser o maior possível.

ii) Somar e subtrair θ aos valores de certas variáveis básicas de tal modo a fechar um circuito que garanta a compatibilidade da nova solução.

iii) Determinar o maior valor permitido a θ. No nosso exemplo será $\theta = 20$.

Este procedimento é denominado de ***stepping stone***.

Tirando da base X_{1A}, o novo quadro será

	A	B	C
1		20	
2	30	0	
3		15	30

As variáveis básicas (fora do circuito) não terão seus valores alterados. (Pode ser que todas as variáveis básicas façam parte do circuito). Após X_{1B} entrar na base, temos

200 (+)	60 •	32 (+)	$u_1 = -8$
40 •	68 •	80 (+)	$u_2 = 0$
120 (+)	104 •	60 •	$u_3 = 36$
$v_A = 40$	$v_B = 68$	$v_C = 24$	

Todos os coeficientes atualizados das variáveis não básicas são não negativos, e portanto, se qualquer uma delas entrar na base irá "piorar" ou manter inalterado (caso a solução seja múltipla) o valor da função objetivo.

A solução final do problema de transporte será:

$X_{1B} = 20 \qquad X_{2A} = 30 \qquad X_{2B} = 0 \qquad X_{3B} = 15 \qquad X_{3C} = 30$

$Z = 20\times60 + 30\times40 + 0\times68 + 15\times104 + 30\times60 = 5.760$

Casos Especiais

a) Empate na entrada: escolha aleatória

b) Empate na saída-degeneração: deve-se eliminar apenas a linha ou a coluna, não pode-se eliminar a linha e a coluna simultaneamente

c) Solução múltiplas: quando alguma variável não básica tiver coeficiente nulo

d) Problema do transbordo: Em muitos casos, o transporte não é feito diretamente da fábrica aos consumidores. Há uma etapa intermediária (depósitos). http://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/Pos/PO2.pdf

Problema de Transbordo (https://pt.scribd.com/doc/31768882/TRANsSHIPMENT-PROBLEM)

Um problema de transporte permite apenas que as remessas vão diretamente do ponto de oferta para pontos de demanda. Em muitas situações, remessas são permitidas entre pontos de oferta ou entre pontos de demanda. Às vezes também pode haver pontos (chamados de pontos de transbordo) através dos quais os bens podem ser 'transbordados' em sua viagem de ponto de oferta a pontos de demanda.

Felizmente, a solução ótima para um problema de transbordo pode ser encontrada solucionando um problema de transporte. As etapas a seguir descrevem como a solução ótima para um problema de transbordo pode ser encontrada resolvendo um problema de transporte.

Resolvendo Problema de Transbordo

Passo 1: Se necessário, adicione um ponto de demanda fictício (com oferta 0 e uma demanda igual ao excesso de oferta do problema) para equilibrar o problema. Os custos de remessa para o fictício e de um ponto para si mesmo é zero (0).

Passo 2: Construa um quadro de transporte como segue: Será necessária uma linha no quadro para cada ponto de oferta e cada ponto de transbordo, e uma coluna será necessária para cada ponto de demanda e cada ponto de transbordo.

i. Cada ponto de oferta terá uma oferta igual à sua oferta original, e cada ponto de demanda terá uma demanda igual a sua demanda original. Seja S a oferta total disponível.

ii. Então cada ponto de transbordo terá uma oferta igual a {"oferta original do ponto" + S} e uma demanda igual a {"demanda original do ponto" + S}.

- Ponto de oferta = suprimento original
- Ponto de demanda = demanda original

- Ponto de transbordo:
  - ✓ Ponto de oferta = oferta original do ponto + S
  - ✓ Ponto de demanda = demanda original do ponto + S

iii. Isso garante que qualquer ponto de transbordo que seja um fornecedor terá uma saída líquida igual a oferta original do ponto e um ponto com demanda terá uma entrada líquida igual à demanda original do ponto.

- Fornecedor = tem fornecimento máximo
- Demandante = tem demanda máxima

iv. Embora não saibamos quanto será enviado através de cada ponto de transbordo, podemos ter certeza de que o montante total não irá exceder S.