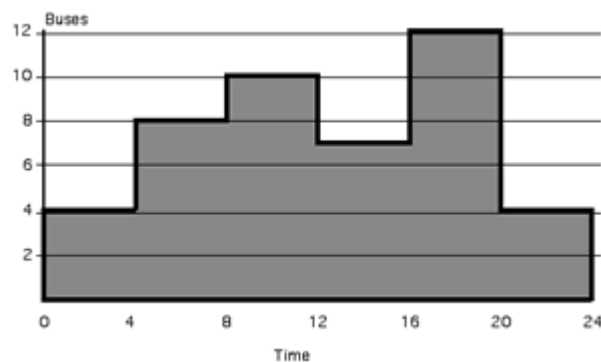


Type 6: WORKFORCE SCHEDULING PROBLEM

<https://www.me.utexas.edu/~jensen/ORMM/models/unit/linear/subunits/workforce/index.html>

Consider a bus company scheduling drivers for its buses. The requirement for buses varies from hour to hour because of customer demand as shown in the figure. Time 0 on the figure represents midnight, and times are shown with a 24 hour clock starting at midnight. For example, four buses must run from midnight to 4 a.m., while eight buses must run from 4 a.m. until 8 a.m. We assume that the bus requirements are the same every day.

The problem is to determine how many drivers to schedule at each starting time to cover the requirements for buses. Drivers work eight hour shifts that start at times: 0, 4, 8, 12, 16 or 20. For example, a driver starting at time 0 can drive a bus from time 0 to 8. A driver scheduled to start at time 20 works for the final four hours of the day and the first four hours of the next day. The goal is to minimize the number of drivers used. Note that although a driver can be hired for an eight hour period, there is no requirement that he drive a bus for the entire period. He might be idle for a four hour interval within the period.



Tipo 6: PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DE HORÁRIOS

Considere uma empresa agendando/programando os motoristas para seus ônibus. A necessidade de ônibus varia de hora a hora devido à demanda do cliente, conforme mostrado na figura. O tempo 0 na figura representa a meia-noite e os horários são mostrados com um relógio de 24 horas a partir da meia-noite. Por exemplo, quatro ônibus devem ser necessários da meia-noite às 4 da manhã, enquanto oito ônibus devem ser executados das 4h da manhã até as 8h00. Assumimos que os requisitos de ônibus são os mesmos todos os dias.

O problema é determinar quantos motoristas devem ser agendados no início de cada horário para cobrir os requisitos de ônibus. Os motoristas trabalham turnos de oito horas que começam nos horários: 0, 4, 8, 12, 16 ou 20. Por exemplo, um motorista que começa no instante 0 pode dirigir um ônibus do instante 0 a 8. Um motorista programado para iniciar no horário 20 trabalha nas últimas quatro horas do dia e nas primeiras quatro horas do dia seguinte. O objetivo é minimizar o número de motoristas. Observe que, embora um motorista possa ser contratado por um período de oito horas, não há exigência de que ele dirija um ônibus durante todo o período. Ele pode ficar ocioso por um intervalo de quatro horas dentro do período.

Type 8: CUTTING PROBLEM

<http://www.maths-in-industry.org/miis/692/1/Optimal%20Cutting%20Problem.pdf>

An unlimited stock of rods with standard section and constant length L meters is available. According to the construction chart, n_i number of details with length l_i meters each, $i=1,\dots,m$ has to be cut from the stock rods. The purpose is to produce the desired quantities of details minimizing the wasted stock material.

<https://slideplayer.com/slide/9344524/>

♦ 7-meter steel pipes of a given diameter

♦ order

♦ 150 pieces of 1.5-meter segments

♦ 250 pieces of 2-meter segments

♦ 200 pieces of 4-meter segments

♦ objective: minimize the amount of trim off

	Cut Patterns														
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
1.5-meter segment	0	1	0	2	0	2	1	0	2	1	0	4	3	2	1
2-meter segment	0	0	1	0	3	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0
4-meter segment	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
trim loss (meter)	3	1.5	1	0	1	0	1.5	3	2	3.5	5	1	2.5	4	5.5

Type 8: PROBLEMA DE CORTE

Um estoque ilimitado de hastes com seção padrão e comprimento constante L metros está disponível. De acordo com as demandas, um número de itens com comprimento l_i cada, $i = 1, \dots, n$, deve ser cortado das hastes em estoque. O objetivo é produzir as quantidades desejadas de itens, minimizando o material desperdiçado.

The pattern oriented model of Gilmore and Gomory (1961)

Type 9: KNAPSACK PROBLEM

<https://www.utdallas.edu/~scniu/OPRE-6201/documents/LP02-Investment.pdf>

Suppose we are planning a hiking trip; and we are, therefore, interested in filling a knapsack with items that are considered necessary for the trip. There are N different item types that are deemed desirable; these could include bottle of water, apple, orange, sandwich, and so forth. Each item type has a given set of two attributes, namely a weight (or volume) and a value that quantifies the level of importance associated with each unit of that type of item. Since the knapsack has a limited weight (or volume) capacity, the problem of interest is to figure out how to load the knapsack with a combination of units of the specified types of items that yields the greatest total value. What we have just described is called the knapsack problem.

Formally, suppose we are given the following parameters:

w_k : the weight of each type- k item, for $k = 1, 2, \dots, N$,

r_k : the value associated with each type- k item, for $k = 1, 2, \dots, N$,

c : the weight capacity of the knapsack.

Tipo 9: PROBLEMA DA MOCHILA

Um viajante dispõe de n itens que deve selecionar para acomodar em uma mochila que está sendo preparada para uma viagem. O peso do item j é igual a_j e o “lucro” obtido caso ele seja selecionado é igual a c_j , para $j = 1, \dots, n$. Quais itens devem ser selecionados, sabendo-se que o peso máximo que o viajante pode carregar na mochila é igual a b ?

Caso (1): os itens podem ser fracionados e não há limite na quantidade selecionada

Variáveis: $x_j \geq 0 \rightarrow$ item j pode ser fracionado

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{sa} \quad & \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b \\ & x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Caso (2): os itens podem ser fracionados e no máximo uma unidade de cada item pode ser selecionada

Variáveis: $0 \leq x_j \leq 1 \rightarrow$ item j pode ser fracionado, limitado a uma unidade

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{sa} \quad & \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b \\ & 1 \geq x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Caso (3): os itens não podem ser fracionados e no máximo uma unidade de cada item pode ser selecionada

Variáveis: $x_j \in \{0, 1\} \rightarrow x_j = 1$ se o item j é acondicionado na mochila

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{sa} \quad & \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b \\ & x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Múltiplas mochilas

Sejam n itens, $j = 1, \dots, n$ com lucro c_j e peso a_j , e m mochilas de capacidade b_i $i = 1, \dots, m$. Queremos carregar as m mochilas de forma a maximizar o lucro total. Cada item pode entrar em uma única das várias mochilas/caminhões/contêineres, ... ($n \gg m$).

Variáveis: $x_{ij} \in \{0, 1\} \rightarrow x_{ij} = 1$ se o item j é colocado na mochila i

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_j x_{ij} \\ \text{sa} \quad & \sum_{j=1}^n a_j x_{ij} \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Bin Packing (Empacotamento em mochilas/containers/caixas/...)

Encontrar o menor número de mochilas ($m \gg n$) de igual capacidade b tal que todos os n itens sejam acondicionados sem exceder a capacidade b (podemos fazer $n = m$).

Variáveis: $x_{ij} \in \{0, 1\} \rightarrow x_{ij} = 1$ se o item j é acondicionado na mochila i

$y_i \in \{0, 1\} \rightarrow y_i = 1$ se a mochila i é utilizada

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = \sum_{i=1}^n y_i \\ \text{sa} \quad & \sum_{j=1}^n a_j x_{ij} \leq b y_i, \quad i = 1, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Processos

Uma fábrica utiliza dois tipos de insumos:

- A, a um custo unitário C_A e com uma quantidade máxima disponível D_A ;
- B, a um custo unitário C_B e com uma quantidade máxima disponível D_B .

Estes insumos podem ser processados pelos processos I, II e III a um custo operacional nulo. Serão produzidos os produtos α , β e γ , que alcançaram preços de venda P_α , P_β e P_γ , respectivamente (preços unitários).

- Uma unidade de A processada em I produz, simultaneamente, 5 α e 1 γ
- Uma unidade de A junto com duas unidades de B conjuntamente processadas em II produz, simultaneamente 3 α , 9 β e 8 γ
- Uma unidade de B processada em III produz simultaneamente 1 α , 4 β e 1 γ

Formule o problema como programação linear de modo a maximizar o lucro