

DUALIDADE E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: MOTIVAÇÃO

Problema de Produção

Uma empresa fabrica quatro variantes do mesmo produto e, na parte final do processo de fabricação, há operações de montagem, polimento e empacotamento. Para cada variante, o tempo necessário para essas operações é mostrado abaixo (em minutos), assim como o lucro por unidade vendida.

	Montagem	Polimento	Empacotamento	Lucro(\$)
Variante 1	2	3	2	1,50
Variante 2	4	2	3	2,50
Variante 3	3	3	2	3,00
Variante 4	7	4	5	4,50

Dado o estado atual da força de trabalho, a empresa estima que, a cada ano, eles tenham disponível 100.000 minutos de tempo de montagem, 50.000 minutos de tempo de polimento e 60.000 minutos de tempo de empacotamento. Quantas unidades de cada variante a empresa deve produzir por ano e qual é o lucro associado?

Formulação

i) Variáveis

x_i é o número de unidades da variante i ($i = 1,2,3,4$) feitas por ano, $x_i \geq 0$

ii) PL

maximize $Z = 1,5x_1 + 2,5x_2 + 3,0x_3 + 4,5x_4$

sa $2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 \leq 100.000$ (montagem)

$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 50.000$ (polimento)

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 60.000$ (empacotamento)

$x_i \geq 0$ $i = 1,2,3,4$

Solução via Simplex por Quadros

Base	x_1	x_2	x_3	$x_4 \downarrow$	F1	F2	F3	b	
Z	-3/2	-5/2	-3	-9/2					min
F1	2	4	3	7	1			100.000	100.000/7
F2	3	2	3	4		1		50.000	12.500
F3	2	3	2	5			1	60.000	12.000 →

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	F1	F2	F3	b	
Z	3/10	1/5	-6/5 ↓				9/10	54000	min
F1	-4/5	-1/5	1/5		1		-7/5	16.000	80.000
F2	7/5	-2/5	7/5			1	-4/5	2.000	100.000/7 →
x_4	2/5	3/5	2/5	1			1/5	12.000	30.000

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	F1	F2	F3	b	
Z	3/2	-1/7 ↓				6/7	3/14	111.430/7	min
F1	-1	-1/7			1	-1/7	-9/7	110.000/7	---
x_3	1	-2/7	1			5/7	-4/7	10.000/7	---
x_4	0	5/7		1		-2/7	3/7	80.000/7	16.000 →

DUALIDADE E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: MOTIVAÇÃO

Base	x1	x2	x3	x4	F1	F2	F3	b
Z	3/2			1/5		4/5	3/10	58.000
F1	-1			1/5	1	-1/5	-6/5	18.000
x3	1		1	2/5		3/5	-2/5	6.000
x2	0	1		7/5		-2/5	3/5	16.000

min

x1 = 0	x2 = 16.000	x3 = 6.000	x4 = 0
F1 = 18.000	F2 = 0	F3 = 0	Z = 58.000

Resolução via Excel

Destino	Nome	Valor
F. Ob (Max)		58.000

Variável	Final Valor	Coefficiente F. Ob.	Custo Reduzido	Objetivo Coeficiente	Acréscimo Permissível	Decréscimo Permissível
X1	0	C1	3/2	3/2	3/2	Inf
X2	16.000	C2	0	5/2	2	1/7
X4	6.000	C3	0	3	3/4	1/2
X4	0	C4	1/5	9/2	1/5	Inf

Restrição	Final Valor	Sombra Preço	Restrição RHS (b)	Acréscimo Permissível	Decréscimo Permissível
Montagem	82.000	0	100.000	Inf	18.000
Polimento	50.000	4/5	50.000	40.000	10.000
Empacotamento	60.000	3/10	60.000	15.000	80.000/3

Temos três restrições (de limites de tempo): montagem; polimento; e empacotamento. A restrição de tempo de montagem é dita 'sem efeito', enquanto as outras duas restrições são ditas 'com efeito'. Restrições com 'Folga' igual a zero são ditas efetivas ou com efeito, pois são satisfeitas com a igualdade no PL ótimo.

O relatório do Excell (de análise de sensibilidade) fornece respostas a questões relacionadas a:

- alterar o coeficiente da função objetivo de uma variável;
- forçar uma variável, que atualmente é nula, a ser diferente de zero (entrar na base);
- alterar o lado direito (rhs) de uma restrição.

Questões

- Como criar o relatório?
- Como utilizar o relatório para responder as 3 questões acima e outras mais?

Precisamos estudar Dualidade, Dual simplex e Simplex Revisado, ...