Simplex Revisado: motivação

Ao resolver um problema de programação linear num computador pelo simplex por quadros, é necessário armazenar a tabela simplex na memória do computador, o que pode não ser viável para problemas muito grandes. Também é necessário atualizar toda a tabela durante cada iteração.

O método simplex revisado, que é uma modificação do método original, é mais econômico no computador, pois calcula e armazena apenas informações relevantes e necessárias para testar e/ou melhorar a solução 'atual'. O simplex só precisa:

i) dos custos reduzidos negativos;

ii) das colunas do pivot e do rhs (b) para executar o teste do bloqueio.

Em qualquer iteração, estas informações podem ser obtidas diretamente das equações originais utilizando a matriz inversa da base atual.

O simplex revisado reduz significativamente o número total de cálculos a cada iteração. Essencialmente, o método simplex revisado, ao invez de atualizar todo o quadro, calcula apenas os coeficientes necessários para identificar o elemento pivot. Primeiro, os custos reduzidos devem ser determinados para escolher a variável que vai entrar na base. A variável que deixa a base é determinada via teste do bloqueio, de modo que apenas os coeficientes atualizados da coluna da variável de entrada e os valores atuais do rhs (b) são necessários. Desta forma, o método simplex revisado usa informações apenas para: i) calcular os custos reduzidos; e ii) para executar o teste do bloqueio.

Algoritmo do Simplex Revisado

Passo 0: Escreva o pl na forma padrão e determine x_B e x_N. Faça $B^{-1} = I$.

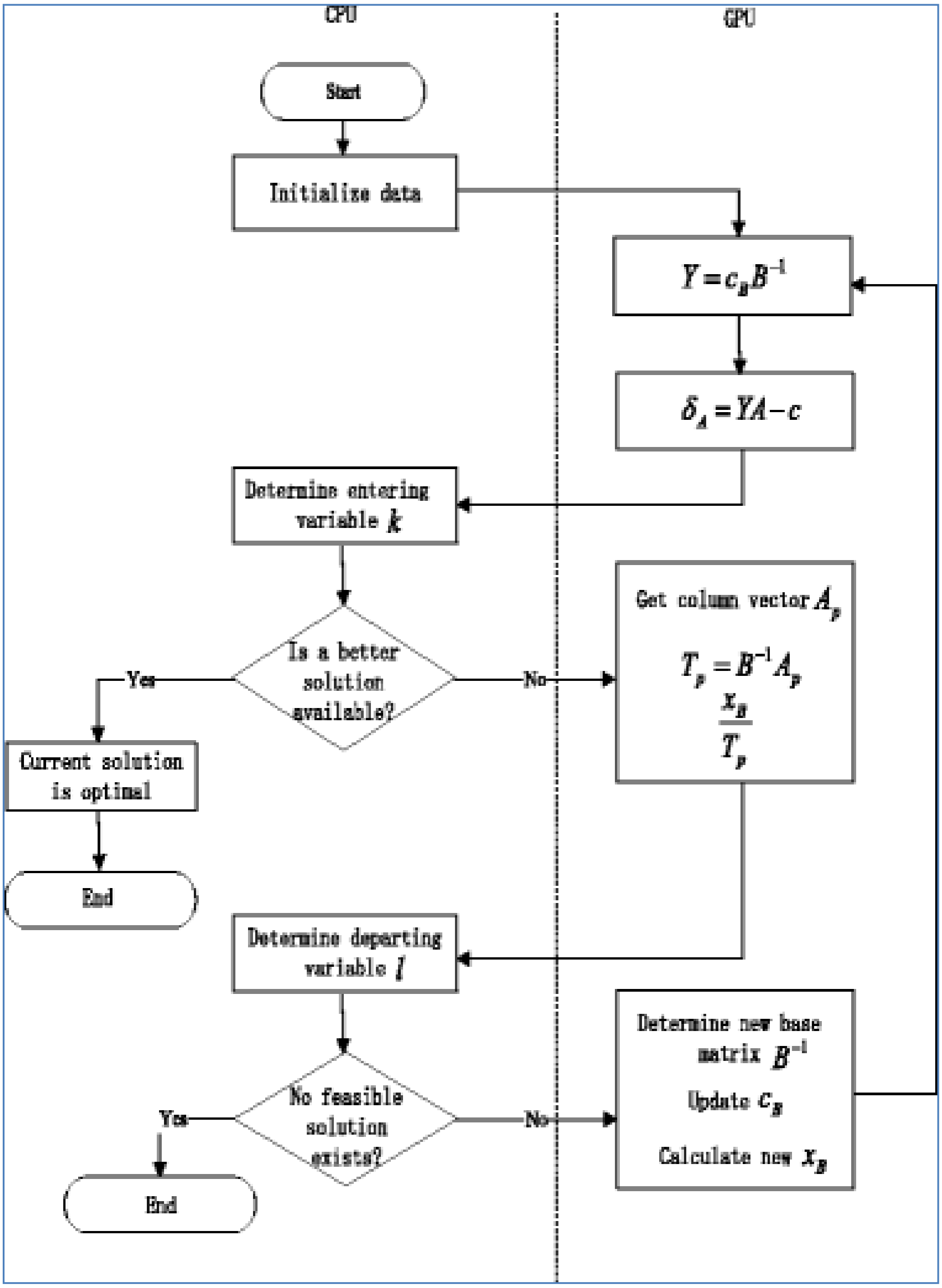
Passo 1: Calcule $\bar{c}_N = c_N - c_B B^{-1} N$. Se $\bar{c}_N \geq 0$, uma solução ótima foi alcançada e pare; caso contrário, vá para o **Passo 2**.

Passo 2: Determine a variável x_K que entra na base: $\bar{c}_K = \min_i \{\bar{c}_i, \bar{c}_i < 0\}$.

Passo 3: Calcule $B^{-1}A_k$. Se $B^{-1}A_k \leq 0$, o pl é ilimitado, então pare; caso contrário, vá para o **Passo 4**.

Passo 4: Determine a variável x_L que sai da base: $\frac{\bar{b}_L}{\bar{a}_{LK}} = \min_j \left\{\frac{(B^{-1}b)}{(B^{-1}A_K)}, (B^{-1}A_K) > 0\right\}$.

Passo 5: Determine a nova inversa B^{-1} a partir da B^{-1} anterior. Reescreva x_B e x_N e vlte ao **Passo 1**.


CPU
GPU
Start
Initialize data
$Y = c_B B^{-1}$
$\delta_A = YA - c$
Determine entering variable k
Is a better solution available?
Yes
No
Current solution is optimal
End
Get column vector A_p
$T_p = B^{-1} A_p$
$\frac{x_B}{T_p}$
Determine departing variable l
No feasible solution exists?
Yes
No
End
Determine new base matrix B^{-1}
Update c_B
Calculate new x_B

Exemplo 1

$$\begin{aligned} \text{maximize } Z &= 4X1 + 3X2 \\ \text{sa} \quad X1 - X2 &\le 1 \\ 2X1 - X2 &\le 3 \\ X2 &\le 5 \\ X1, X2 &\ge 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{maximize } Z &= 4X1 + 3X2 \\ \text{sa} \quad X1 - X2 + F1 &= 1 \\ 2X1 - X2 + F2 &= 3 \\ X2 + F3 &= 5 \\ X1, X2, F1, F2, F3 &\ge 0 \end{aligned}$$

Simplex por quadros

Base	X1↓	X2	F1	F2	F3	b	
Z	**−4**	−3				0	
←F1	1	−1	1			1	**1/1**
F2	2	−1		1		3	3/2
F3	0	1			1	5	---

Simplex revisado

$X_B = \{F1, F2, F3\}, X_N = \{X1, X2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\overline{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N$$

$$\overline{c}_N = [-\mathbf{4}, -3]$$

Iteração 1

Simplex por quadros

Base	X1	X2↓	F1	F2	F3	b	
Z		**−7**	4			4	
X1	1	−1	1			1	---
←F2		**1**	-2	1		1	**1/1**
F3		1	0		1	5	5/1

Simplex revisado

* Solução ótima? **Não** * Var que entra na base: **X1**

* Var que sai da base?

$$\overline{A}_1 = B^{-1} A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\overline{b} = B^{-1} b \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\overline{b}_L}{\overline{a}_{L1}} = \min\left\{\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, -\right\} = \frac{1}{1} (L = 1) \therefore \textbf{F1 sai da base}$$

$* \; X_B = \{X1, F2, F3\}, X_N = \{F1, X2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, c_B = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$* \; \overline{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N \quad \overline{c}_N = [4, -\mathbf{7}]$

Iteração 2

Simplex por quadros

Base	X1	X2	F1↓	F2	F3	b	
Z			**−10**	7		11	
X1	1		−1	1		2	---
X2		1	−2	1		1	---
←F3			**2**	-1	1	4	**4/2**

Simplex revisado

* Solução ótima? **Não** * Var que entra na base: **X2**

* Var que sai da base?

$$\overline{A}_2 = B^{-1} A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\overline{b} = B^{-1} b \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\overline{b}}{\overline{a}_{L2}} = \min\left\{-, \frac{1}{1}, \frac{5}{1}\right\} = \frac{1}{1} (L = 2) \therefore \textbf{F2 sai da base}$$

$* \; X_B = \{X1, X2, F3\}, X_N = \{F1, F2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, c_B = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$* \; \overline{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N \quad \overline{c}_N = [-\mathbf{10}, 7]$

Iteração 3

Simplex por quadros

Base	X1	X2	F1	F2	F3	b
Z				2	5	31
X1	1			1/2	1/2	4
X2		1		0	1	5
F1			1	−1/2	1/2	2

Simplex revisado

* Solução ótima? **Não** * Var que entra na base: **F1**

* Var que sai da base?

$$\overline{A}_{F1} = B^{-1}A_{F1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{b} = B^{-1}b\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\overline{b}}{\overline{a}_{LF1}} = \min\left\{-,-,\frac{2}{4}\right\} = 2(L=3) \therefore \textbf{F3 sai da base}$$

$* \ X_B = \{X1, X2, F1\}, X_N = \{F2, F3\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}, c_B = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$* \ \overline{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N \qquad \overline{c}_N = [2, 5]$

Exemplo 2

$$\begin{aligned} &\max Z = X1 + X2 \\ &\text{sa} \quad -X1 + X2 \le 1 \\ &\qquad X1 \le 3 \\ &\qquad X2 \le 2 \\ &\qquad X1, X2 \ge 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\max Z = X1 + X2 \\ &\text{sa} \quad -X1 + X2 + X_3 = 1 \\ &\qquad X1 + X4 = 3 \\ &\qquad X2 + X5 = 2 \\ &\qquad X1, X2, X3, X4, X5 \ge 0 \end{aligned}$$

Simplex por quadros

base	X1	X2	X3	X4	X5	b	
Z	-1	-1	0	0	0	0	
X3	-1	1	1	0	0	1	---
X4	1	0	0	1	0	3	3/1
X5	0	1	0	0	1	2	---

Simplex revisado

$X_B = \{X3, X4, X5\}, X_N = \{X1, X2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\overline{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N$

$\overline{c}_N = [-\mathbf{1}, -1]$

Iteração 1

Simplex por quadros

Base	X1	X2	X3	X4	X5	b	
Z		**-1**		1		3	
X3		1	1	1		4	4/1
X1	1	0		1		3	---
X5		1		0	1	2	**2/1**

Simplex revisado

* Solução ótima? **Não** * Var que entra na base: **X1**

* Var que sai da base?

$$\overline{A}_1 = B^{-1}A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\overline{b} = B^{-1}b\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\overline{b}_L}{\overline{a}_{L1}} = \min\left\{-,\frac{3}{1},-\right\} = \frac{3}{1}(L=1) \therefore \textbf{X4 sai da base}$$

$* \ X_B = \{X3, X1, X5\}, X_N = \{X2, X4\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, c_B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$* \ \overline{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N \quad \overline{c}_N = [-\mathbf{1}, 1]$

Iteração 2

<table>
<tr><th>Simplex por quadros</th><th>Simplex revisado</th></tr>
<tr><td>

Base	X1	X2	X3	X4	X5	b
Z				1	1	5
X3			1	1	-1	2
X1	1			1	0	3
X2		1		0	1	2

</td><td>

* Solução ótima? **Não** * Var que entra na base: **X2**

* Var que sai da base?

$$\bar{A}_2 = B^{-1}A_2 = \begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$\bar{b} = B^{-1}b\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\3\\2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\3\\2\end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{b}_L}{\bar{a}_{L1}} = \min\left\{\frac{4}{1}, -, \frac{2}{1}\right\} = \frac{2}{1}(L = 3) \therefore \textbf{X5 sai da base}$$

* $X_B = \{X3, X1, X2\}, X_N = \{X4, X5\}$

$$B = \begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}, c_B = \begin{bmatrix}0\\-1\\-1\end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix}0 & 0\\1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$$

* $\bar{c}_N = (c_N - c_B B^{-1}N)X_N \quad \bar{c}_N = [1, 10]$

</td></tr>
</table>

Exemplo 3

maximize Z = 4X1- 3X2 + 4X3

sa
4X1 - 3 X2 + X3 ≤ 3
X1 + X2 + X3 ≤ 10
2X1 + X2 - X3 ≤ 10
X1, X2, X3 ≥ 0

maximize Z = 4X1- 3X2 + 4X3

sa
4X1 - 3 X2 + X3 + X4 = 3
X1 + X2 + X3 + X5 = 10
2X1 + X2 - X3 + X6 = 10
X1, X2, X3 ≥ 0

<table>
<tr><th>Simplex por quadros</th><th>Simplex revisado</th></tr>
<tr><td>

base	X1	X2	X3	X4	X5	X6	b
Z	**-4**	3	-4				
X4	4	-3	1	1			3
X5	1	1	1		1		10
X6	2	1	-1			1	10

</td><td>

$X_B = \{X4, X5, X6\}, X_N = \{X1, X2, X3\}$

$$B = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad B^{-1} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$\bar{c}_N = (c_N - c_B B^{-1}N)X_N$

$\bar{c}_N = [-2, 3, -\mathbf{4}]$

</td></tr>
</table>

Iteração 1

<table>
<tr><th>Simplex por quadros</th><th>Simplex revisado</th></tr>
<tr><td>

base	X1	X2	X3	X4	X5	X6	b
Z	12	-9		4			12
X1	4	-3	1	1			3
X5	-3	4		-1	1		7
X6	6	-2		1		1	13

</td><td>

* Solução ótima? **Não** * Var que entra na base: **X1**

* Var que sai da base?

$$\bar{A}_1 = B^{-1}A_1 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\1\\2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\1\\2\end{bmatrix}$$

$$\bar{b} = B^{-1}b\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\10\\10\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3\\10\\10\end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{b}_L}{\bar{a}_{L1}} = \min\left\{\frac{3}{4}, \frac{10}{1}, \frac{10}{2}\right\} = \frac{3}{4}(L = 1) \therefore \textbf{X4 sai da base}$$

* $X_B = \{X1, X5, X6\}, X_N = \{X2, X3, X4\}$

</td></tr>
</table>

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & 1 \end{bmatrix}, c_B = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$* \ \bar{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N \quad \bar{c}_N = [0, -\mathbf{3}, 1]$

Iteração 2

Simplex por quadros

base	X1	X2	X3	X4	X5	X6	b
Z		0	**-3**	1			3
X3	1	-3/4	1/4	1/4			3/4
X5		7/4	3/4	-1/4	1		37/4
X6		5/2	-3/2	-1/2		1	17/2

Simplex revisado

* Solução ótima? **Não** * Var que entra na base: **X1**

* Var que sai da base?

$$\bar{A}_3 = B^{-1} A_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{b} = B^{-1} b \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{37}{4} \\ \frac{17}{2} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{b}_L}{\bar{a}_{L1}} = \min\left\{\frac{3/4}{1/4}, \frac{37/4}{4/3}, \frac{17/2}{-3/2}\right\} = \frac{3}{4} (L = 1) \therefore \textbf{X1 sai da base}$$

$* \ X_B = \{X3, X5, X6\}, X_N = \{X1, X2, X4\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, c_B = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$* \ \bar{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N \quad \bar{c}_N = [12, -\mathbf{9}, 4]$

Iteração 3

Simplex por quadros

base	X1	X2	X3	X4	X5	X6	b
Z	21/4			7/4	9/4		111/4
X3	7/4		1	1/4	3/4		33/4
X2	-3/4	1		-1/4	1/4		7/4
X6	9/2			1/2	1/2	1	33/2

Simplex revisado

* Solução ótima? **Não** * Var que entra na base: **X2**

* Var que sai da base?

$$\bar{A}_2 = B^{-1} A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{b} = B^{-1} b \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{b}_L}{\bar{a}_{L1}} = \min\left\{-, \frac{7}{4}, -\right\} = \frac{7}{4} (L = 2) \therefore \textbf{X5 sai da base}$$

$* \ X_B = \{X3, X2, X6\}, X_N = \{X1, X4, X5\}$

	$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}, c_B = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $* \ \bar{c}_N = (c_N - c_B B^{-1} N) X_N \quad \bar{c}_N = \left[\frac{21}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}\right]$

Exemplo 4

maximize Z = 5X1+ 8X2 + 2X3
sa 1X1 + 1X2 + 1X3 ≥ 6
5X1 + 9X2 + 6X3 ≤ 45
X1, X2, X3 ≥ 0

maximize Z = 4X1- 3X2 + 4X3
sa 1X1 + 1X2 + 1X3 – E = 6
5X1 + 9X2 + 6X3 ≤ 45
X1, X2, X3 ≥ 0

Temos uma restrição do tipo “≥” → <u>**E agora**</u>?

Vamos usar variável artificial e SIMPLEX DUAS FASES. Como usar SIMPLEX REVISADO?

Observações

1. Em qualquer iteração podemos calcular o valor atualizado das colunas do quadro simplex pois conhecemos a inversa da matriz base (B^{-1}).
2. Da mesma forma, em qualquer iteração podemos calcular o valor atualizado do rhs.
3. Se desejarmos incluir uma nova coluna (variável não prevista no início do processso de otimização) podemos fazê-lo a qualquer momento (em particular após obtida a solução ótima).
4. Se desejarmos alterar coeficientes de uma coluna podemos avaliar o efeito desta alteração na base ótima.
5. Da mesma forma também podemos estudar o feito na base ótima se alterarmos o rhs.

→ Análise de sensibilidade ←